



**HAL**  
open science

# Optimisation des structures composites prenant en compte simultanément les paramètres de conception et de fabrication

Chung-Hae Park, Woo-Suck Han, Woo-Il Lee, Alain Vautrin

## ► To cite this version:

Chung-Hae Park, Woo-Suck Han, Woo-Il Lee, Alain Vautrin. Optimisation des structures composites prenant en compte simultanément les paramètres de conception et de fabrication. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01813065

**HAL Id: hal-01813065**

**<https://hal.science/hal-01813065>**

Submitted on 12 Jun 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Optimisation des structures composites prenant en compte simultanément les paramètres de conception et de fabrication

Chung-Hae Park<sup>\*,\*\*</sup> — Woo-Suck Han<sup>\*</sup> — Woo-Il Lee<sup>\*\*</sup> — Alain Vautrin<sup>\*</sup>

*\* Département Mécanique et Matériaux, ENSM de Saint-Etienne  
158 cours Fauriel, F-42023 Saint-Etienne cedex 2  
{han, vautrin}@emse.fr*

*\*\* Université Nationale de Séoul, Department of Mechanical and Aerospace Engineering  
Séoul, Corée du Sud*

---

*RÉSUMÉ. Une méthodologie d'optimisation est proposée en vue de minimiser la masse de la structure composite en tenant compte à la fois la performance mécanique et le coût de fabrication. Le couplage des paramètres structuraux et ceux du procédé de fabrication, en l'occurrence le procédé RTM dans cette étude, nécessite une optimisation simultanée de la conception structurale et du procédé de fabrication. Les interactions entre les paramètres sont identifiées et une nouvelle méthode d'optimisation est proposée pour déterminer l'ordre d'empilement, le nombre de plis, la localisation des points d'injection et l'épaisseur de la structure. Une nouvelle approche est proposée en vue de prendre en compte les critères de conception sans paramètres de pénalité, qui sont souvent utilisés pour des problèmes d'optimisation multicritère. Afin de faire face avec les difficultés dues à la variation du nombre de plis, quelques opérateurs génétiques comme le croisement et la mutation sont modifiés.*

*MOTS-CLÉS : RTM, Optimisation simultanée, Optimisation multicritère, Algorithme génétique .*

---

## 1. Introduction

Les matériaux composites permettent de réduire la masse des structures, grâce aux rigidités et résistances spécifiques élevées et sont ainsi de plus en plus utilisés dans les transports. Parmi les procédés, le procédé RTM (Resin Transfer Molding) conduit à la réalisation de pièces complexes à des coûts réduits. Cependant, un grand nombre de paramètres structuraux sont fortement couplés aux paramètres procédé, par suite une approche consistant à optimiser simultanément ces deux types de paramètres peut conduire à de nouvelles solutions plus optimisées.

En vue d'améliorer les performances mécaniques, les critères de rigidité, lié au déplacement maximal sous un chargement donné, ou de résistance, lié à la résistance

maximale de la structure, sont des critères structuraux classiques. En termes du procédé, le coût de fabrication doit être réduit pour améliorer la productivité. Le temps maximal admissible de remplissage du moule est alors considéré comme un critère raisonnable.

Dans la plupart des problèmes d'optimisation multicritère, la formulation de la fonction objectif est une étape critique. Elle s'exprime en général sous la forme d'une somme pondérée des fonctions objectif, ou par une fonction de pénalisation avec critères. Cependant, dans ces formulations, la difficulté reste la détermination des coefficients de pondération ou des paramètres de pénalisation. Dans cette étude, l'originalité est la formulation basée sur une fonction de pénalisation conduisant à une méthode permettant d'évaluer la fonction objectif sans attribuer des paramètres à la fonction de pénalisation. La maximisation de la rigidité ou de la résistance et la minimisation du temps de remplissage du moule sont considérées comme critères structuraux et procédé.

La méthode d'optimisation est basée sur l'algorithme génétique. Quelques opérations génétiques classiques (croisement et mutation) sont améliorées pour surmonter les difficultés liées au nombre de plis variable.

## 2. Problématique

La masse de la plaque stratifiée peut être minimisée tandis que la solution optimale satisfait tous les critères de conception. L'épaisseur, l'ordre d'empilement, le nombre de plis et la localisation des points d'injection sont les variables à optimiser. Lorsque le nombre de plis est donné, la masse de la fibre de renforcement est figé. Dans ce cas, la masse de la structure diminue et la fraction volumique de fibres augmente, si l'épaisseur devient plus petite. Par conséquent, la performance mécanique de la structure diminue et le temps de remplissage du moule devient plus élevé. C'est pourquoi nous pouvons avoir l'épaisseur minimale satisfaisant tous ces critères de conception pour chaque ordre d'empilement. En revanche, la localisation des points d'injection dépend de la géométrie du moule et de la perméabilité de la pré-forme. C'est à dire que la localisation des points d'injection peut être définie si l'ordre d'empilement est désigné. Par conséquent, le problème initial devient un problème d'optimisation n'ayant que deux variables de conception : l'ordre d'empilement et le nombre de plis satisfaisant les critères de conception. Comme résultat, le problème initial est transformé à une forme simple :

$$\text{Minimize } W([\theta_j], N_i) \quad \because X_i = X_i([\theta_j]_i), \quad H_i = H_i([\theta_j]_i, N_i) \quad (1)$$

avec les critères :

$$\begin{cases} d < d_c : \text{critère pour la rigidité} \\ t < t_c : \text{critère pour le temps de remplissage dans le moule} \end{cases} \quad (2)$$

où  $W$  est la masse,  $x_i$  le vecteur de conception ( $[\theta_j]_i$ ,  $H_i$ ,  $X_i$ ,  $N_i$ ),  $[\theta_j]_i$  l'ordre d'empilement des plis,  $H_i$  l'épaisseur,  $X_i$  les coordonnées des points d'injection,  $N_i$  le nombre de plis,  $d$  le déplacement maximal,  $d_c$  le déplacement maximal admissible,  $t$  le temps de remplissage du moule,  $t_c$  le temps de remplissage du moule admissible.

### 3. Modèles mathématiques

#### 3.1. Modèles d'analyse structurale

Les plaques stratifiées ayant des plis rangés chacun dans une direction sont considérées et l'épaisseur de chaque pli est identique. Leur module élastique est dérivé des modules de la fibre et de la matrice à l'aide des formules de Halpin-Tsai. Nous utilisons la théorie classique des plaques stratifiées pour décrire leur comportement mécanique. Les déplacements de la structure sous le chargement et les conditions aux limites donnés sont calculés à l'aide du programme par éléments finis, FEAD-LASP, développé à l'ENSM-SE (Eyraud *et al.*, 1995).

#### 3.2. Modèles d'analyse pour le remplissage du moule

L'écoulement de la résine du procédé RTM peut être considéré comme écoulement dans le milieu poreux, suivant la loi de Darcy. Et nous utilisons le modèle de Kozeny et Carman pour prédire la perméabilité. Etant donnée l'orientation et la perméabilité de chaque pli, la perméabilité moyenne du stratifié en membrane peut s'obtenir en supposant l'écoulement saturé à travers l'épaisseur à l'aide de la loi de Darcy. Une fois ces perméabilités sont connues, la répartition de la pression s'obtient par la CVFEM (Control Volume Finite Element Method) (Kang, 1997). La répartition de la vitesse s'obtient par la loi de Darcy avec la répartition de la pression calculée. Nous avons utilisé le simple modèle proposé par Boccard *et al.* pour déterminer le temps de remplissage du moule par la résine contenant des préformes plates et minces ayant des perméabilités isotropes (Boccard *et al.*, 1995). Ce modèle simple est appliqué aux préformes ayant perméabilités anisotropes à l'aide du changement de base.

### 4. Méthodes d'optimisation

#### 4.1. Procédure d'optimisation

Nous avons quatre variables de conception : l'épaisseur, l'ordre d'empilement, le nombre de plis et la localisation des points d'injection. La fraction volumique de fibres s'obtient de l'épaisseur du moule (l'épaisseur optimisée) et le nombre de plis (la masse de la fibre). Etant donné l'ordre d'empilement, la localisation optimale des points d'injection peut être trouvée par le calcul du temps de remplissage à tous les points présélectionnés comme candidat à l'aide du modèle simple de calcul du temps de remplissage et par la sélection du meilleur parmi eux.

L'épaisseur de la structure doit être réduite pour minimiser la masse. Lorsque l'épaisseur diminue, la fraction volumique de fibres augmente car la masse de la fibre reste constante. Lorsque la fraction volumique de fibres augmente, la perméabilité tombe et le temps de remplissage du moule s'élève à cause de cette chute de la perméabilité. En revanche, l'augmentation de la fraction volumique de fibres due à la réduction de l'épaisseur conduit à l'augmentation du module élastique du matériau composite. Mais, la rigidité de la structure diminue car l'épaisseur de la structure devient plus petite. Par conséquent, l'épaisseur doit être diminuée en satisfaisant tous les critères. Il y a une valeur la plus petite de l'épaisseur pour chaque critère de conception. Nous avons identifié la valeur minimale de l'épaisseur pour chaque critère de conception, c'est-à-dire, les critères structuraux ou critères procédé (Park *et al.*, 2003).

La fraction volumique de fibres peut être calculée par l'équation [3], car la masse de la fibre dans la structure reste constante pour un nombre de plis donnée :

$$V_{f,o}H_o = V_{f,p}H_p \quad (3)$$

où  $V_{f,o}$  est la fraction volumique de fibres initiale,  $H_o$  l'épaisseur initiale,  $V_{f,p}$  la fraction volumique de fibres maximale admissible sous les critères procédé,  $H_p$  l'épaisseur minimale pour le critère du temps de remplissage du moule.

A l'aide de la loi de Darcy et du modèle de Carman et Kozency, nous obtenons une relation explicite en supposant l'écoulement négligeable dans la direction de l'épaisseur (Park *et al.*, 2003).

$$\frac{t_o}{t_p} = \frac{V_{f,o}^2 (1 - V_{f,p})^3}{V_{f,p}^2 (1 - V_{f,o})^3} \quad (4)$$

où  $t_o$  est le temps de remplissage du moule calculé avec  $V_{f,o}$  et  $H_o$ ,  $t_p$  le temps de remplissage maximal admissible.

Une relation analytique entre l'épaisseur et le déplacement maximal est difficile à obtenir puisque la variation du module élastique en fonction du changement de la fraction volumique de fibres et de l'épaisseur doit être pris en compte. C'est pourquoi nous avons introduit les hypothèses suivantes. Dans une plage suffisamment petite, la relation entre le déplacement maximal et l'épaisseur peut être supposée linéaire. Ayant l'épaisseur initiale  $H_o$ , le déplacement maximal  $d_o$  pour un ordre d'empilement est calculé par éléments finis. Ensuite, une valeur temporaire de l'épaisseur  $H_t$ , qui est une plus proche de la valeur minimale réelle de l'épaisseur, peut s'obtenir par :

$$H_t = H_o \frac{d_o}{d_c} \quad (5)$$

où  $d_c$  est le déplacement maximal admissible,  $d_o$  le déplacement calculé avec l'épaisseur  $H_o$ . Enfin, l'épaisseur minimale  $H_s$ , satisfaisant les critères structuraux, est obtenue par une interpolation ou extrapolation linéaire à partir de  $H_t$ ,  $H_o$ ,  $d_t$ ,  $d_o$ .

La plus grande valeur entre l'épaisseur minimale satisfaisant le critère du temps de remplissage du moule,  $H_p$ , et celle satisfaisant le critère structural,  $H_s$ , est la solution optimale satisfaisant à la fois les deux critères (Park *et al.*, 2003). Ayant l'épaisseur minimale  $H_i$  et le nombre de plis correspondant, nous pouvons obtenir la masse de la structure.

## 4.2. Algorithme génétique modifié

### 4.2.1. Codage des variables de conception

Il y a deux variables de conception dans cette étude : l'ordre d'empilement et le nombre de plis. Une méthode de cases vides a été proposée par Le Riche et al. pour des problèmes d'optimisation des plaques stratifiées (Le Riche *et al.*, 1995). Dans cette étude, un codage additionnel avec le symbole additionnel 'e' pour cette case vide est utilisé.

### 4.2.2. Couplage

Le problème dû au nombre variant de plis nécessite une nouvelle approche pour l'opération 'couplage'. Prenons le cas suivant avec deux individus 'parents'. Avant le couplage toutes les cases vides devraient se retrouver à la fin du chromosome.

Angles : a, b, c, d                      Case vide : e

Parent 1: [a b b d c d d a d e],  $N_{1P} = 9$

Parent 2: [b d d c a c e e e e],  $N_{2P} = 6$

où  $N_{ip}$  est le nombre de plis sans case vide.

La longueur totale du chromosome est de 10. Ces deux chromosomes 'parents' ont le nombre différent de plis : 6 et 9. L'endroit de coupure est sélectionné de manière aléatoire. En l'occurrence, l'endroit de coupure est choisi du Parent 1.

$$1 \leq \text{endroit de coupure} \leq N_{1P} - 1, \quad (N_{1P} > N_{2P})$$

Lorsque le couplage est effectué, la position relative du gène représentant l'angle de pli du stratifié ayant le nombre de plis différent doit être transféré à la fin du chromosome sans difficulté. Pour résoudre ce problème, le concept du 'décalage de plis' est introduit. Un chiffre est aléatoirement sélectionné pour le décalage de plis entre la différence de la longueur du chromosome des deux parents à coupler et zéro.

$$0 \leq \text{Décalage de plis} \leq (N_{1P} - N_{2P}), \quad (N_{1P} > N_{2P})$$

Tous les gènes du Parent 2 dont la longueur du chromosome est plus courte sont décalés de 'décalage de plis' à droite. Si la valeur du 'décalage de plis' est de 2, nous aurons les résultats suivants.

Parent 1: [a b b d c | d d a d e],  $N_{1P} = 9$

Parent 2: [e e b d d | c a c e e],  $N_{2P} = 6$

Enfant 1: [a b b d c | c a c e e],  $N_{1C} = 8$

Enfant 2: [e e b d d | d d a d e],  $N_{2C} = 7$

#### 4.2.3. Mutation

La mutation sur le nombre de plis ainsi que celle sur l'angle du pli sont pris en compte. Le nombre de plis est aléatoirement changé une fois à chaque mutation. La localisation d'un pli à ajouter ou à supprimer est également sélectionnée de manière aléatoire. La probabilité de la mutation sur le nombre de plis est définie par :

$$P_{m,addel} = \frac{N_{\max} - N_{\min}}{\text{Taille de population}} \quad (6)$$

où  $P_{m,addel}$  est la probabilité de la mutation sur le nombre de plis à changer,  $N_{\max}$  le nombre maximal de plis prédéfini et  $N_{\min}$  le nombre minimal de plis prédéfini.

### 5. Conclusion

Pour les problèmes d'optimisation en multicritère, une nouvelle méthode est proposée en vue de minimiser la masse de structures composites élaborées par le procédé RTM. Les critères structuraux et procédé sont imposés simultanément. La position des points d'injection, le nombre de plis, l'ordre d'empilement et l'épaisseur de la structure sont considérés comme variable de conception. Afin de surmonter les difficultés avec la désignation d'un paramètre de pénalisation, nécessaire en général pour contrôler les critères dans le cas de problèmes en multicritère, une nouvelle méthode d'optimisation sans aucun paramètre auxiliaire est proposée. Les opérations génétiques, comme le couplage et la mutation, sont améliorées afin de traiter les problèmes liées au nombre de plis variable. Compte tenu du nombre de pages limité, la validation de cette méthode à travers un exemple sera faite lors de la présentation orale.

### 6. Bibliographie

- Boccard A., LEE W.I., Springer G.S., « Model for determining the vent locations and the fill time of resin transfer molds », *Journal of Composite Materials*, vol. 29, no. 3, 1995, p. 306-333
- Eyraud G., Han W.S., Verchery G., « Finite Element Aided Design for Laminated and Sandwich Plates using Reanalysis Methods », *Acte de ICCM-10*, vol. 6, 1995, p. 143-150.
- Kang M.K., A numerical and experimental study on mold filling and void formation during resin transfer molding, Thèse de doctorat, Université Nationale de Séoul, 1997.
- Le Riche R, Haftka RT. "Improved genetic algorithm for minimum thickness composite laminated design", *Composites Engineering*, vol. 5, no. 2, 1995, p. 143-162
- Park C.H., Lee W.I., Han W.S., Vautrin A., « Weight minimization of composite laminated plates with multiple constraints », *Composites Science and Technology*, vol. 63, 2003, p. 1015-1026.