



Optimisation par gradient pour le dimensionnement en amortissement des caisses automobiles

Nicolas Merlette, Sylvain Germès, François van Herpe, Louis Jézéquel

► To cite this version:

Nicolas Merlette, Sylvain Germès, François van Herpe, Louis Jézéquel. Optimisation par gradient pour le dimensionnement en amortissement des caisses automobiles. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01813059

HAL Id: hal-01813059

<https://hal.science/hal-01813059v1>

Submitted on 12 Jun 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Optimisation par gradient pour le dimensionnement en amortissement des caisses automobiles

N. Merlette^a, S. Germès^a, F. van Herpe^a, L. Jézéquel^b

^a PSA Peugeot Citroën, Route de Gisy, 78943, Vélizy-Villacoublay Cedex
nicolas.merlette@mpsa.com, sylvain.germes@mpsa.com, françois.vanherpe@mpsa.com

^b LTDS, École Centrale de Lyon, 36 avenue Guy de Collongue, 69134, Ecully Cedex
louis.jezequel@ec-lyon.fr

Résumé

Une méthodologie de dimensionnement en amortissement d'une caisse automobile est proposée. Elle utilise les sensibilités des taux d'amortissement modaux aux perturbations de masse, raideur, et amortissement des composants de la caisse. Un algorithme classique d'optimisation par gradient permet alors de maximiser son amortissement.

1 Introduction

Les excitations du moteur et des trains induisent des vibrations mécaniques dans la caisse automobile. Ces dernières peuvent exciter des modes globaux de caisse en basses fréquences, lesquels influent fortement sur le confort vibratoire du véhicule. L'une des techniques innovantes utilisées aujourd'hui pour contrôler ces modes globaux, consiste à les amortir. Toutefois, l'amortissement est surtout envisagé en tant que solution curative en fin de projet. Pour une meilleure efficacité, les solutions amortissantes doivent être intégrées au plus tôt dans la conception. Au même titre que la masse et la raideur, l'amortissement doit devenir un levier de conception. Cela passe par la mise à disposition de nouvelles méthodologies de prédiction numérique.

L'objectif de ce papier est de proposer une méthodologie de dimensionnement en amortissement d'une caisse automobile. Elle se base sur un algorithme classique d'optimisation par gradient [2]. Elle utilise par ailleurs les sensibilités des taux d'amortissement modaux aux perturbations de masse, raideur, et amortissement des composants de la caisse. Une expression simplifiée de ces sensibilités en fonction des pôles complexes permet de réduire les charges de calculs tout en assurant une précision suffisante.

Le papier est organisé selon trois sections principales. La section 2 rappelle les bases du calcul de l'amortissement modal sous l'hypothèse d'un modèle hystérétique. Ensuite, les expressions des sensibilités des taux d'amortissement modaux sont données dans la section 3. Une application automobile conclue cette section en dégageant une hiérarchisation des différents composants d'un véhicule vis-à-vis de leur influence sur l'amortissement d'un mode global de vibrations. Enfin, la section 4 détaille une procédure d'optimisation par gradient qui utilise les sensibilités introduites à la section précédente. La caisse automobile précédemment étudiée est alors optimisée pour maximiser son amortissement.

2 Modélisation de l'amortissement des caisses automobiles

L'amortissement d'une caisse automobile est généralement pris en compte via la dissipation interne de ses matériaux. Pour cela, on utilise un modèle d'amortissement hystérétique. Cette section le rappelle, ainsi que la méthode retenue pour calculer les taux d'amortissement modaux associés.

2.1 Modèle d'amortissement hystérétique

Sous l'hypothèse d'un amortissement hystérétique, l'équation régissant le mouvement stationnaire d'une structure excitée par une force harmonique à la pulsation ω s'écrit :

$$[K^* - \omega^2 M] \{ \hat{X}(\omega) \} = \{ f(\omega) \} \quad (1)$$

où $[M]$ est la matrice de masse du système et $[K^*]$ la matrice de raideur complexe. Dans le cas où l'amortissement de la structure provient uniquement de l'amortissement interne du matériau la constituant, la matrice de raideur s'écrit sous la forme :

$$[K^*] = [K] (1 + i\eta) \quad (2)$$

où $[K]$ est la matrice de raideur réelle et η le facteur de perte du matériau. En régime harmonique libre, on associe au problème (1) le problème homogène :

$$[K^* - \lambda_r M]_{N \times N} \{ \psi_r \}_{N \times 1} = \{ 0 \}_{N \times 1} \quad r = 1, \dots, N \quad (3)$$

qui admet N valeurs propres complexes λ_r , auxquelles sont associés N modes complexes $\{ \psi_r \}$.

2.2 Calcul de l'amortissement modal hystérétique

On peut calculer l'amortissement modal hystérétique du système (3) à partir des modes complexes et de la matrice de raideur complexe associés. Chacun des N modes complexes $\{ \psi_r \}$ possèdent alors un taux d'amortissement modal hystérétique η_r défini par la relation :

$$\eta_r = \frac{\{ \psi_r \}^T [\text{Im}(K^*)] \{ \psi_r \}}{\{ \psi_r \}^T [\text{Re}(K^*)] \{ \psi_r \}} \quad r = 1, \dots, N \quad (4)$$

Pour connaître la sensibilité de l'amortissement modal d'une caisse automobile à des variations de ses paramètres physiques x_p , il est nécessaire de calculer la sensibilité $\left(\eta_{r,p} = \frac{\partial \eta_r}{\partial x_p} \right)$ de l'expression (4). Cela passe forcément par la connaissance des sensibilités de la matrice de raideur complexe (sensibilités connues) mais également par celles des modes complexes. Or, ces dernières sont difficilement calculables. Des solutions existent [3, 8] mais amèneraient à des temps de calculs prohibitifs pour des structures automobiles. Une réponse à ce problème est d'utiliser une expression approchée du taux d'amortissement modal hystérétique η_r :

$$\eta_r = \frac{\text{Im}(\lambda_r)}{\text{Re}(\lambda_r)} \quad r = 1, \dots, N \quad (5)$$

Cette expression se base uniquement sur la connaissance des valeurs propres complexes λ_r qui s'écrivent sous la forme rappelée dans l'ouvrage de référence d'Ewins [4] :

$$\lambda_r = \widetilde{\omega}_r (1 + i\eta_r) \quad r = 1, \dots, N \quad (6)$$

avec $\widetilde{\omega}_r$ la $r^{\text{ème}}$ fréquence amortie. L'expression (5) a été largement répandue et validée dans la littérature, notamment par Rao [11] qui a étudié sa précision.

3 Sensibilité de l'amortissement d'une structure complexe

Afin de permettre l'utilisation d'un algorithme d'optimisation par gradient, les deux paragraphes suivants détaillent l'obtention de la sensibilité du taux d'amortissement modal à partir de la relation (5).

3.1 Sensibilité de l'amortissement modal hystérétique

La dérivée du taux d'amortissement modal hystérétique η_r provient de la dérivée de l'expression (5) par rapport au paramètre physique x_p :

$$\eta_{r,p} = \left(\frac{\text{Im}(\lambda_r)}{\text{Re}(\lambda_r)} \right)_{,p} \quad r = 1, \dots, N \quad (7)$$

Après développement, on obtient l'expression suivante :

$$\eta_{r,p} = \frac{\text{Im}(\lambda_{r,p}) - \text{Re}(\lambda_{r,p}) \eta_r}{\text{Re}(\lambda_r)} \quad r = 1, \dots, N \quad (8)$$

Plusieurs travaux, dont une étude d'optimisation de structures sandwichs [10], ont montré que cette formulation était suffisamment précise. La seule inconnue de l'expression (8) est la sensibilité de la valeur propre complexe associée.

3.2 Sensibilité d'une valeur propre complexe

Le calcul de la dérivée première d'une valeur propre λ_r du problème aux valeurs propres complexes (3) est une simple extension dans l'espace complexe des résultats bien connus pour les valeurs propres réelles. La littérature sur le sujet abonde et on peut citer, entre autres, les premiers travaux de Fox et Kapoor [5] sur la dérivée première des valeurs et vecteurs propres d'un système auto-adjoint. La relation donnant la dérivée première de la valeur propre complexe par rapport au paramètre physique x_p s'écrit alors :

$$\lambda_{r,p} = \frac{1}{\mu_r} \{\psi_r\}^T [K_{,p}^* - \lambda_r M_{,p}] \{\psi_r\} \quad r = 1, \dots, N \quad (9)$$

Il est important de noter dans cette relation le découplage total de la masse et de la raideur. La simplicité du calcul est également assurée par le fait essentiel que la dérivée au premier ordre de la $r^{\text{ème}}$ valeur propre complexe ne dépend que des informations relatives au mode

complexe $\{\psi_r\}$. Dans le cas de modes multiples, peu courant pour des structures automobiles, on devra utiliser une démarche particulière [8].

Dans le paragraphe suivant, on s'intéresse au cas particulier de la sensibilité du taux d'amortissement modal vis-à-vis de perturbations globales des matrices du système.

3.3 Sensibilité vis-à-vis de perturbations globales

Les méthodes de sous-structuration constituent alors une stratégie de résolution bien adaptée à l'optimisation des structures complexes. Ainsi, les matrices de masse et de raideur du système global s'expriment en tant que sommes des matrices de masse et de raideur de chacune des m sous-structures :

$$[M] = \sum_{q=1}^m [M_q] \quad (10)$$

$$[K^*] = \sum_{q=1}^m [K_q^*] = \sum_{q=1}^m [K_q] (1 + i\eta_q) \quad (11)$$

Les matrices des différentes sous-structures peuvent être ou non condensées selon la taille de la structure traitée. La construction de modèles condensés et leur assemblage sont rappelés dans [9]. Cette étape de condensation est facultative, mais incontournable s'il s'agit d'étudier une caisse automobile dont le modèle numérique peut largement dépasser un million de degrés de liberté. Dans ce cas, il sera nécessaire de s'affranchir des problèmes de troncature modale qui peuvent constituer une source importante d'imprécision dans le calcul des sensibilités. Jézéquel [6] a proposé une méthode qui devrait réduire ces effets indésirables.

Chacune des m sous-structures subit des perturbations globales de masse, raideur et facteur de perte telles que :

$$[M'] = \sum_{q=1}^m [M'_q] = \sum_{q=1}^m \beta_q [M_q] \quad (12)$$

$$[K'^*] = \sum_{q=1}^m [K_q'^*] = \sum_{q=1}^m [K_q'] (1 + i\eta'_q) = \sum_{q=1}^m \alpha_q [K_q] (1 + i\gamma_q \eta_q) \quad (13)$$

Tous les termes modaux du système perturbé sont recalculables à chaque perturbation. Ainsi, dans l'expression (9), il reste uniquement à déterminer les sensibilités des matrices de masse $[M']_{,p}$ et de raideur complexe $[K'^*]_{,p}$ à un paramètre physique x_p . En supposant que le paramètre x_p soit l'un des coefficients de perturbation de la sous-structure ν tel que :

$$x_p = \{\beta_\nu ; \alpha_\nu ; \gamma_\nu\} \quad (14)$$

on en déduit d'après (12) :

$$\begin{cases} [M']_{,\beta_\nu} = \sum_{q=1}^m (\beta_q [M_q])_{,\beta_\nu} = [M_\nu] \\ [M']_{,\alpha_\nu} = [M']_{,\gamma_\nu} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

et d'après (13) :

$$\left\{ \begin{array}{l} [K^{*'}]_{,\beta_\nu} = \sum_{q=1}^m (\alpha_q [K_q] (1 + i\gamma_q \eta_q))_{,\beta_\nu} = 0 \\ [K^{*'}]_{,\alpha_\nu} = \sum_{q=1}^m (\alpha_q [K_q] (1 + i\gamma_q \eta_q))_{,\alpha_\nu} = [K_\nu] (1 + i\gamma_\nu \eta_\nu) \\ [K^{*'}]_{,\gamma_\nu} = \sum_{q=1}^m (\alpha_q [K_q] (1 + i\gamma_q \eta_q))_{,\gamma_\nu} = i\alpha_\nu \eta_\nu [K_\nu] \end{array} \right. \quad (16)$$

Finalement, on obtient en considérant la masse généralisée unitaire :

$$\lambda'_{r,\beta_\nu} = -\lambda'_r \left\{ \psi'_r \right\}^T [M_\nu] \left\{ \psi'_r \right\} \quad r = 1, \dots, N \quad (17)$$

$$\lambda'_{r,\alpha_\nu} = (1 + i\gamma_\nu \eta_\nu) \left\{ \psi'_r \right\}^T [K_\nu] \left\{ \psi'_r \right\} \quad r = 1, \dots, N \quad (18)$$

$$\lambda'_{r,\gamma_\nu} = i\alpha_\nu \eta_\nu \left\{ \psi'_r \right\}^T [K_\nu] \left\{ \psi'_r \right\} \quad r = 1, \dots, N \quad (19)$$

Les sensibilités des amortissements modaux sont alors obtenues par la relation (8) avec $x_p = \{\beta_\nu ; \alpha_\nu ; \gamma_\nu\}$.

3.4 Application à un cas automobile

Le calcul des sensibilités des taux d'amortissement modaux est ici testé sur un véhicule de type coupé-cabriolet à l'aide d'un modèle éléments finis simplifié de prédimensionnement (cf. figure 1). Ce modèle est suffisamment représentatif du comportement global du véhicule pour être utilisé en phase d'avant-projet. Le véhicule est décomposé en plusieurs sous-structures non condensées : 1 structure principale et 16 composants. On s'intéresse au premier mode de torsion de la Caisse Nue (CN) qui est amorti à 0,8%.

On cherche alors à connaître l'influence de chacun des composants sur l'amortissement de ce premier mode de torsion. Pour cela, on applique directement les relations (8) et (19) dans le cas du système non perturbé. Les solutions complexes sont extraites par une Analyse Modale Complexe (AMC) directe via le logiciel *NASTRAN*. Elles sont ensuite importées dans l'environnement *MATLAB* pour être post-traitées. Les résultats sont présentés dans la figure 2 où les valeurs des sensibilités sont normées par le taux d'amortissement initial du mode de torsion.

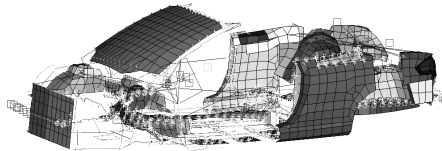


Figure 1 – Modèle éléments finis simplifié d'un véhicule CC (7482 ddl)

On remarque que certains composants peuvent être 40 fois plus influents que d'autres. Cette

information de hiérarchisation peut permettre d'orienter les choix de conception des traitements amortissants en phase d'avant-projet. Par ailleurs, la somme des sensibilités sur les 16 composants ne représente que 28%. Les 72% restants sont répartis sur la structure principale. Afin d'affiner la localisation des zones d'influence de la caisse, il serait donc nécessaire d'augmenter le nombre de composants jusqu'à la disparition de la structure principale.

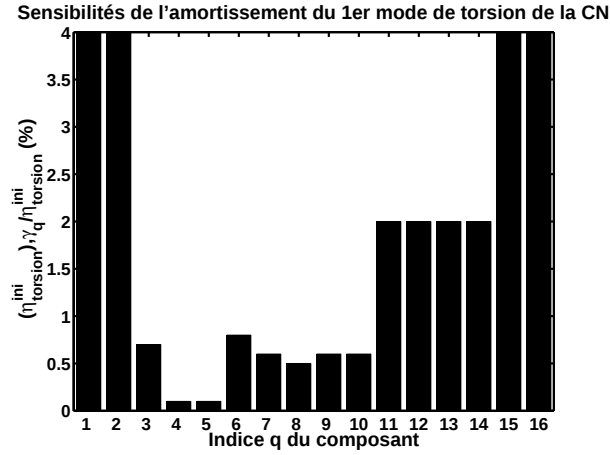


Figure 2 – Hiérarchisation de l'influence des composants

4 Optimisation par gradient

La sensibilité de l'amortissement modal donne une direction pour le maximiser. Une méthode d'optimisation par gradient doit permettre d'atteindre cet objectif.

4.1 Méthode du gradient

Utiliser l'amortissement comme levier de conception revient, par exemple, à accroître l'amortissement d'un mode de vibrations jusqu'à un niveau minimum admissible. Un problème de ce type est généralement résolu via un algorithme qui construit itérativement le vecteur des paramètres de conception $\{c^1\}, \{c^2\}, \dots, \{c^k\}, \dots$. Pour passer à l'itéré suivant, l'algorithme doit essentiellement connaître la valeur numérique de la fonction objectif f telle que, pour une spécification sur l'amortissement η_{spec} :

$$f(\{c\}) = \eta_{\text{spec}} - \eta(\{c\}) \quad (20)$$

que l'on souhaite minimiser, et souvent le gradient $\{g\}$ de f . C'est le cas de la méthode du gradient qui cherche à résoudre $\{g(\{c\})\} = 0$ par le schéma itératif :

$$\{c^{k+1}\} = \{c^k\} + t \frac{\{g(\{c^k\})\}}{f(\{c^k\})} \quad (21)$$

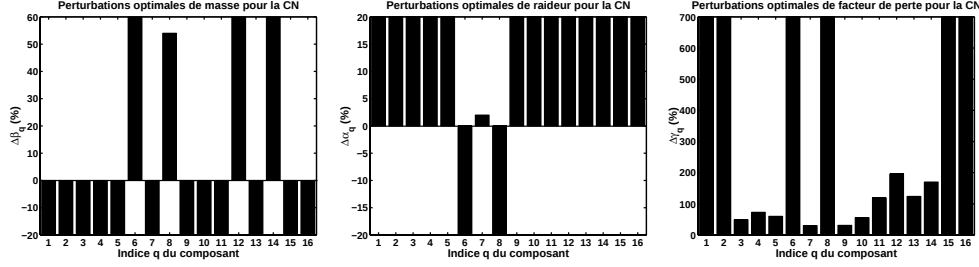


Figure 3 – Perturbations optimales en masse, raideur et facteur de perte

où t est un coefficient fixé non nul. Sous certaines hypothèses sur $\{g\}$ [2], la convergence de l'algorithme est assurée si t est suffisamment proche de 0. Dans le cas de la fonction objectif (20), le calcul du gradient se fait directement grâce aux expressions des sensibilités de l'amortissement modal fournies dans la section 3.

4.2 Application à un cas automobile

L'objectif de cette application de l'optimisation par gradient est de déterminer le jeu de perturbations optimales permettant de maximiser l'amortissement du premier mode de torsion de la CN traitée au §3.4. Toutefois, les coefficients de perturbations sont soumis à des contraintes de conception :

$$\begin{cases} \beta_q = 1 + \Delta\beta_q & \text{avec } -20\% \leq \Delta\beta_q \leq 60\% \\ \alpha_q = 1 + \Delta\alpha_q & \text{avec } -20\% \leq \Delta\alpha_q \leq 20\% \\ \gamma_q = 1 + \Delta\gamma_q & \text{avec } 0\% \leq \Delta\gamma_q \leq 700\% \end{cases} \quad q = 1, \dots, 16 \quad (22)$$

La stratégie de calcul mise en place est la suivante. Les matrices élémentaires *NASTRAN* du système non perturbé sont importées dans l'environnement *MATLAB*. L'itéré de départ est la configuration non perturbée. Le coefficient t de la relation (21) est fixé à 1. L'AMC est calculée à chaque itération par la *Structural Dynamics Toolbox* [1]. Le schéma itératif (21) est répété jusqu'à ce que l'une des trois conditions d'arrêt soit atteinte :

1. $\|\{c^{k+1}\} - \{c^k\}\| < \varepsilon$ avec ε proche de 0 (ici, $\varepsilon = 10^{-2}$)
2. $k > k_{\max}$ où $k_{\max}$ est le nombre maximum d'itérations (ici, $k_{\max} = 1000$)
3. $\text{MAC}(\{\psi_{\text{torsion}}^0\}; \{\psi_{\text{torsion}}^k\}) < 0,7$ où $\{\psi_{\text{torsion}}^0\}$ est le mode de torsion non perturbé et $\{\psi_{\text{torsion}}^k\}$ celui obtenu à l'itération k

Les résultats présentés dans la figure 3 ont été obtenus en 443 itérations en conservant un critère MAC unitaire. L'amortissement hystérétique du mode de torsion est ainsi passé de 0,8% à 3,2%. La fréquence propre a également augmenté de 2,4%. On peut remarquer sur la figure que les composants 6 et 8 qui étaient peu influents initialement (§3.4), ont un impact important sur l'amortissement du mode de torsion de la CN une fois optimisée. Ainsi, la méthodologie proposée permet à la fois de proposer une architecture optimisée de la CN tout en ouvrant de nouvelles voies de conception.

5 Conclusions et perspectives

Ce papier a montré que l'optimisation par gradient est tout à fait adaptée au dimensionnement en amortissement des structures industrielles comme une caisse automobile. De plus, le couplage avec une procédure de condensation permettra d'éviter les problèmes classiques posés par la taille importante des modèles éléments finis dans l'utilisation de telles méthodes. Ainsi, l'application de cette méthodologie à un modèle fin sous-structuré et condensé de caisse automobile doit permettre de spécifier l'amortissement de chacun des composants pour assurer un confort vibroacoustique en accord avec le cahier des charges.

Une adaptation à des techniques d'optimisation multiobjectifs [7] est une perspective de ce travail. Par exemple, on pourrait définir une fonction objectif prenant en compte à la fois un transfert vibroacoustique, une réduction de la masse et du prix.

Références

- [1] BALMÈS E., Structural Dynamics Toolbox 5.1 (for use with MATLAB), <http://www.sdtools.com>, 2003.
- [2] BONNANS J.F., GILBERT J.C., LEMARÉCHAL C., SAGASTIZÁBAL C., *Optimisation numérique : aspects théoriques et pratiques*, Springer-Verlag, 1997.
- [3] DUPUIS P.-E., Recalage et optimisation de modèles éléments finis en dynamique avec amortissement, Thèse de Doctorat, École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 1992.
- [4] EWINS D.J., *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press LTD., 1986.
- [5] FOX R.L., KAPOOR M.P., Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors, *AIAA Journal*, Vol. 6, pp. 2426-2429, 1968.
- [6] JÉZÉQUEL L., Procedure to Reduce the Effects of Modal Truncation in Eigensolution Reanalysis, *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 5, pp. 896-902, 1990.
- [7] KREIS A., Optimisation multiobjectifs de systèmes dynamiques, Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2001.
- [8] LEMERLE P., Optimisation des structures selon des critères imposés par la discrétion acoustique des navires, Thèse de Doctorat, École Centrale de Lyon, 1994.
- [9] LOMBARD J.P., Contribution à la réduction de modèles éléments finis par synthèse modale, Thèse de Doctorat, Université de Franche-Comté, 1999.
- [10] NAKRA B.C., Structural dynamic modification using additive damping, *Sādhanā*, Vol. 25, Part. 3, pp. 277-289, 2000.
- [11] RAO D.K., Vibration of short sandwich beams, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 52, No. 2, pp. 253-263, 1977.