



**HAL**  
open science

# Extension symétrique du modèle de Leblond pour la simulation du phénomène de plasticité de transformation

Stéphane Valance, Michel Coret, Alain Combescure

## ► To cite this version:

Stéphane Valance, Michel Coret, Alain Combescure. Extension symétrique du modèle de Leblond pour la simulation du phénomène de plasticité de transformation. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01813039

**HAL Id: hal-01813039**

**<https://hal.science/hal-01813039>**

Submitted on 12 Jun 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Extension symétrique du modèle de Leblond pour la simulation du phénomène de plasticité de transformation

**S. Valance\*** — **M. Coret\*** — **A. Combescure\***

*\*Laboratoire de mécanique des contacts et des solides, UMR 5514  
INSA de Lyon, bât. J. d'Alembert  
20, av. Albert Einstein  
F-69621, Villeurbanne cedex  
{Stephane.Valance,Michel.Coret,Alain.Combescure}@insa-lyon.fr*

---

*RÉSUMÉ. Le modèle de Leblond [LEB 89] pour la simulation de la plasticité de transformation permet de prévoir relativement précisément l'évolution des déformations. Cependant l'écoulement plastique dans la phase fille est négligé. Pour pallier à cette absence, l'extension symétrique permet la prise en compte d'un écoulement plastique dans la phase fille. Les résultats obtenus sont alors comparés aux essais sous chargement non proportionnel de Coret & al [COR 04].*

*ABSTRACT. Leblond model [LEB 89] for simulating transformation induced plasticity (TRIP) is relatively accurate to predict strain while the transformation is occurring. But, in this model, plastic flowing in the 'harder' phase is neglected. The symmetrical extension presented below overgo this problem by taking into account a possible plastic flow in the 'harder' phase. The predicted results are then compared with experimental's M. Coret work [COR 04] on non proportional loading cases on ferritic steel*

*MOTS-CLÉS : plasticité de transformation (TRIP), mécanisme de Greenwood & Johnson, modèle de Leblond*

*KEYWORDS: transformation induced plasticity (TRIP), Greenwood & Johnson effect, Leblond's model*

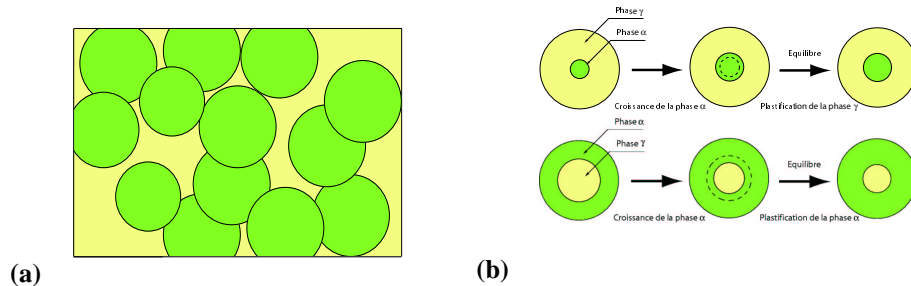
---

## 1. Préambule

Lors d'un changement de phase de compacité différente dans un acier, la différence de compacité ainsi que le mécanisme de Bain induisent un état de contrainte local très élevé. Si l'on applique une contrainte extérieure pendant ce changement de phase, l'écoulement plastique local est alors orienté impliquant une déformation plastique macroscopique. C'est la plasticité de transformation.

Le calcul des déformations et contraintes issues de la plasticité de transformation, peuvent apparaître dans les problématiques de soudage, où, lors du refroidissement après dépose du cordon, le matériau subit des contraintes causées par le gradient thermique, et subit un changement de phase. L'extension présentée ici en outre de modéliser une transformation au chauffage qui peut être utile pour les cas de soudage multi-passe.

L'extension du modèle de Leblond prend en compte une plasticité possible de la phase fille. L'absence de plasticité dans la phase fille avait été posée pour la première fois par Greenwood [GRE 65] du fait de la supériorité de sa limite élastique. Cependant, la topologie d'une transformation, même simplifiée (figure 1(a)), nous permet de constater que lorsque la phase fille prédomine dans le mélange des deux phases, un écoulement plastique incompressible est impossible dans la phase mère. Ce qui nous a conduit à étendre le modèle de Leblond en tenant compte d'un écoulement plastique possible dans la phase mère.



**Figure 1.** (a) Topologie simplifiée en fin de transformation, (b) modèle microscopique initial de Leblond (en haut) et son extension symétrique (en bas)

## 2. Extension symétrique

### 2.1. Modèle de comportement élasto-plastique parfait

Le modèle présenté ici s'applique à un changement de phase dans un matériau métallique lors du refroidissement. Le modèle est écrit pour un changement de phase  $\gamma \rightarrow \alpha$ , où  $\gamma$  est une phase à structure CC et  $\alpha$  une structure CFC. En termes courants,  $\gamma$  est la phase molle, tandis que  $\alpha$  est la phase dure. Le comportement du matériau est à écrouissage cinématique linéaire (paramètre  $A_\lambda$ ), qui peut être restreint au cas élasto

plastique parfait.

La première partie du travail de J.B. Leblond [LEB 86] est entièrement reprise. Les principales étapes présentées dans les équations [1], [2] et [3] consiste en une partition du tenseur macroscopique de déformation ( $E^t$ ) ainsi que dans la partition du taux de déformation plastique ( $\dot{E}^p$ ) en la contribution du taux de déformation plastique de transformation ( $\dot{E}^{tp}$ ), et taux de déformation plastique relié à la plasticité classique pour la température et la contrainte ( $\dot{E}_\Sigma^{cp}$  &  $\dot{E}_T^{cp}$ ). Enfin, une approche thermodynamique permet de séparer les contributions de l'accommodation volumique et du mécanisme de Bain.

$$E^t = E^e + E^{thm} + E^p \quad (1)$$

$$\dot{E}^p = \dot{E}_\Sigma^{cp} + \dot{E}_T^{cp} + \dot{E}^{tp} \quad (2)$$

$$\dot{E}^{tp} = \left[ (1-z) \left\langle \frac{\delta \varepsilon_\gamma^p}{\delta z} \right\rangle_{V_\gamma} + z \left\langle \frac{\delta \varepsilon_\alpha^p}{\delta z} \right\rangle_{V_\alpha} + \langle \Delta \varepsilon_{\alpha\gamma}^p \rangle_{F(U_n)} \right] \dot{z} \quad (3)$$

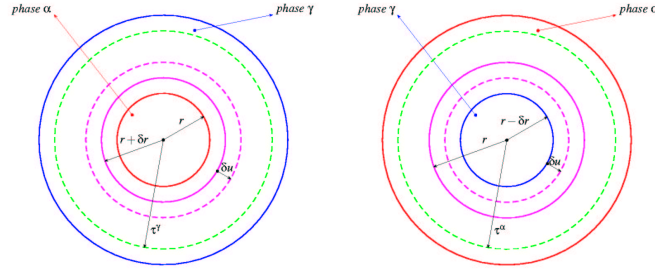
$z$  représente la proportion de phase  $\alpha$  dans tout le volume considéré

Dans l'équation [3], les termes moyennés sur le volume des phases sont reliés au mécanisme de Greenwood & Johnson (accommodation volumique) tandis que le terme intégré sur le front est relié au mécanisme de Magee [MAG 70] (effet d'orientation). Les transformations étudiées ici étant diffusives, seul le mécanisme de Greenwood est pris en compte. Ici apparaît la première étape de l'extension, puisque les moyennes volumiques sont conservées pour les deux phases.

$$\begin{aligned} \dot{E}_\gamma^{tp} &= \left[ \frac{3(1-z)}{2\sigma_\gamma^y} \left\langle \frac{\delta \varepsilon_\gamma^{eq}}{\delta z} \right\rangle_{V_\gamma} (S - A_\gamma^\gamma) + \frac{3z}{2\sigma_\alpha^y} \left\langle \frac{\delta \varepsilon_\alpha^{eq}}{\delta z} \right\rangle_{V_\alpha^\gamma} (S - A_\alpha^\gamma) \right] \dot{z} \\ \dot{E}_\alpha^{tp} &= \left[ \frac{3(1-z)}{2\sigma_\gamma^y} \left\langle \frac{\delta \varepsilon_\gamma^{eq}}{\delta z} \right\rangle_{V_\gamma^\alpha} (S - A_\gamma^\alpha) + \frac{3z}{2\sigma_\alpha^y} \left\langle \frac{\delta \varepsilon_\alpha^{eq}}{\delta z} \right\rangle_{V_\alpha^\alpha} (S - A_\alpha^\alpha) \right] \dot{z} \end{aligned} \quad (4)$$

L'évaluation des termes homogénéisés se fait alors *via* deux modèles de sphères incluses suivant que l'on s'intéresse au calcul de l'écoulement plastique dans la phase mère (configuration  $\gamma$ ) ou la phase fille (configuration  $\alpha$ ) comme indiqué figure 2.

On obtient alors l'évaluation de la déformation sur ces configurations idéalisées, donnés par les équations [5] et [6]. La modification apportée par L. Taleb pour le



**Figure 2.** configurations  $\gamma$  et  $\alpha$  : schéma des modèles microscopique pour l'évaluation de l'écoulement plastique pendant la transformation

calcul du rayon de plastification et permettant de régulariser la solution en  $z = 0, 1$  a été utilisée.

$$\begin{cases} \dot{E}_\gamma^{tp} = -3 \frac{\Delta \varepsilon_{\gamma\alpha}^{th}}{\sigma_\gamma^y} \ln(z_\gamma) (S - A_\gamma^\gamma) \dot{z} & \text{si } z \leq z_\gamma \\ \dot{E}_\gamma^{tp} = -3 \frac{\Delta \varepsilon_{\gamma\alpha}^{th}}{\sigma_\gamma^y} \ln(z) (S - A_\gamma^\gamma) \dot{z} & \text{si } z > z_\gamma \end{cases} \text{ avec, } z_\gamma = \frac{\sigma_\gamma^y}{\Delta \varepsilon_{\gamma\alpha}^{th}} \frac{4\mu_\gamma + 3\lambda_\gamma}{18\lambda_\gamma\mu_\gamma} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \dot{E}_\alpha^{tp} = -3 \frac{\Delta \varepsilon_{\gamma\alpha}^{th}}{\sigma_\alpha^y} \ln(1-z) (S - A_\alpha^\alpha) \dot{z} & \text{si } z < z_\alpha \\ \dot{E}_\alpha^{tp} = -3 \frac{\Delta \varepsilon_{\gamma\alpha}^{th}}{\sigma_\alpha^y} \ln(1-z_\alpha) (S - A_\alpha^\alpha) \dot{z} & \text{si } z \geq z_\alpha \end{cases} \text{ avec, } z_\alpha = \frac{\sigma_\alpha^y}{\Delta \varepsilon_{\gamma\alpha}^{th}} \frac{4\mu_\alpha + 3\lambda_\alpha}{18\lambda_\alpha\mu_\alpha} \quad (6)$$

$\Delta \varepsilon_{\alpha\gamma}$  est la différence de compacité entre les deux phases

L'évolution des paramètres d'écrouissage est donnée par :

$$A_\lambda = H(T) B_\lambda \quad (7)$$

$$\begin{cases} \dot{B}_\gamma^\gamma = \frac{1}{1-z} [\dot{E}_{T\gamma}^{cp} + \dot{E}_{\Sigma\gamma}^{cp} + \dot{E}_\gamma^{tp}] \\ \dot{B}_\alpha^\gamma = -\frac{\dot{z}}{z} [B_\alpha^\gamma - \theta B_\gamma^\gamma] \\ \dot{B}_\alpha^\alpha = -\frac{\dot{z}}{z} [B_\alpha^\alpha - \theta B_\gamma^\alpha] + \frac{\dot{\beta}}{1-\beta} [B_\alpha^\alpha - B_\alpha^\gamma] + \frac{1}{z} [\dot{E}_{T\alpha}^{cp} + \dot{E}_{\Sigma\alpha}^{cp} + \dot{E}_\alpha^{tp}] \\ \dot{B}_\gamma^\alpha = \frac{\dot{\beta}}{1-\beta} [B_\gamma^\alpha - B_\gamma^\gamma] \end{cases}$$

$\theta$  est le coefficient de restitution d'écrouissage entre la phase mère et la phase fille

$B_x^y$  est le paramètre d'écrouissage de la phase  $x$  dans la configuration  $y$

Enfin, on obtient le modèle général :

$$\dot{E}^{tp} = \beta \dot{E}_\gamma^{tp} + (1 - \beta) \dot{E}_\alpha^{tp} \quad (8)$$

La loi de mélange  $\beta$  permet de passer continûment d'une configuration à l'autre. Elle vient du passage à la limite lorsque l'on considère un ensemble fini de  $n$  configuration  $\gamma$  et  $N - n$  configurations  $\alpha$ . Elle ne dépend que de la topologie du milieu,

soit l'instant à partir duquel on peut considérer que l'une des phases est incluse dans l'autre et inversement. On considère une évolution linéaire de  $\beta$  en fonction de  $z$  entre deux seuils limites qui sont déterminés pour des topologies simplifiées en 2D et 3D.

## 2.2. modèle de comportement au chauffage

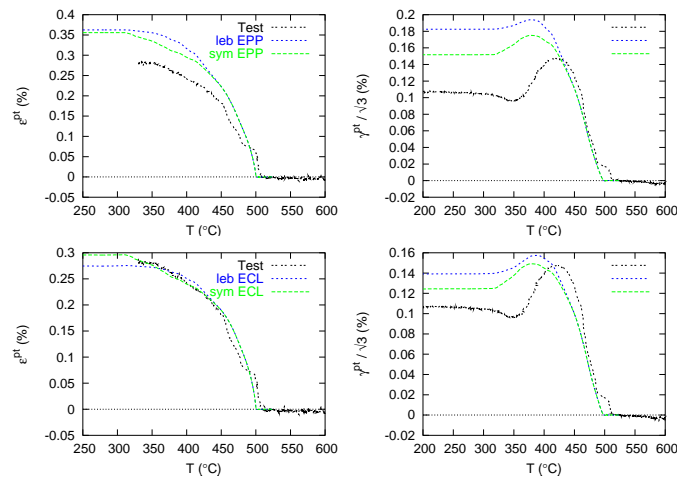
Sous l'hypothèse que l'interface entre les deux phases ne subit pas décollement, le modèle précédent reste valide au chauffage en remplaçant  $\Delta\varepsilon_{\gamma\alpha}$  par  $\Delta\varepsilon_{\alpha\gamma}$ , et en adaptant l'évolution des paramètres d'écroutissage.

## 3. Applications

Pour tester l'apport de l'extension symétrique, le modèle est comparé à des essais de M. Coret [COR 04], ainsi qu'au modèle initial de Leblond. Les modèles de Leblond et l'extension symétrique sont intégrés numériquement avec un schéma explicite.

### 3.1. Chargement bi-axial non-proportionnel au refroidissement

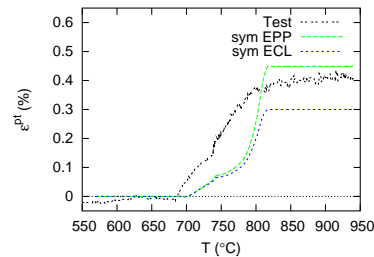
Une éprouvette de traction-torsion cylindrique est soumise, pendant la transformation au refroidissement à un effort constant en traction et un effort sinusoïdal en torsion. L'extension symétrique ne modifie pas beaucoup les résultats en traction, par contre elle permet de mieux approcher les déformations de cisaillement.



**Figure 3.** Essai de traction-torsion. *leb* : modèle de Leblond, *sym* : extension symétrique, *EPP* : élasto plastique parfait, *ECL* : écroutissage cinématique linéaire

### 3.2. Chargement uni-axial au chauffage

Dans cet Essai, l'échantillon est soumis à une traction constante pendant la transformation au chauffage. La figure 4 montre que même si pendant le test, le modèle ne permet pas de représenter finement la déformation, la valeur finale obtenue, notamment avec le modèle élasto plastique parfait, est proche du résultat expérimental.



**Figure 4.** Essai en traction au chauffage. sym : extension symetrique, EPP : élasto plastique parfait, ECL : écrouissage cinématique linéaire

## 4. Conclusion

Même si la modification apportée n'est pas de première importance concernant la modélisation, elle montre la présence d'un mécanisme de plastification qui était jusqu'à présent ignoré. D'autre part, cette extension permet d'obtenir des valeurs finales de déformation plus proches de l'expérimentation, en particulier en cisaillement, et de modéliser une transformation au chauffage.

## A. Bibliographie

- [COR 04] CORET M., CALLOCH S., COMBESURE A., « Experimental study of the phase transformation plasticity of 16MND5 low carbon steel under multiaxial loading », *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2004, p. pp 823-842.
- [GRE 65] GREENWOOD G., JOHNSON R., « The deformation of metals under small stresses during phase transformations », *Proc. R. Soc.*, vol. Vol 283, 1965, p. pp 403-422.
- [LEB 86] LEBLOND J., MOTTET G., DEVAUX J., « A theoretical and numerical approach to the plastic behaviour of steels during phase transformations I. Derivation of general relations », *Jal. Mech. Phys. Solids*, vol. Vol 34, n° nb 4, 1986, p. pp 395-409.
- [LEB 89] LEBLOND J., DEVAUX J., DEVAUX J., « Mathematical modelling of transformation plasticity in steel », *Int. Jal. Plas.*, vol. Vol 5, 1989, p. pp 551-572.
- [MAG 70] MAGEE C., *Nucleation of martensite, Phases transformations*, ASM, Metals Park, oh édition, 1970.