



HAL
open science

Réponses transitoires de structures couplées avec un liquide interne

Walid Larbi, Jean-François Deü, Roger Ohayon

► **To cite this version:**

Walid Larbi, Jean-François Deü, Roger Ohayon. Réponses transitoires de structures couplées avec un liquide interne. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01813025

HAL Id: hal-01813025

<https://hal.science/hal-01813025v1>

Submitted on 12 Jun 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Réponses transitoires de structures couplées avec un liquide interne

Walid Larbi — Jean-François Deü — Roger Ohayon

*Laboratoire de Mécanique des Structures et des Systèmes couplés
Conservatoire National des Arts et Métiers
Chaire de Mécanique - Case courrier 353
2 rue Conté, 75003 Paris, France*

walid.larbi@cnam.fr

deu@cnam.fr

ohayon@cnam.fr

RÉSUMÉ. On s'intéresse aux réponses transitoires de systèmes couplés liquide-structure en utilisant des techniques de superposition modale et d'intégration temporelle directe. Une formulation originale dissymétrique en déplacement-pression, régularisée pour le cas statique, est utilisée dans un contexte éléments finis. L'application présentée concerne l'étude d'un réservoir axisymétrique rempli de liquide. La comparaison des réponses obtenues avec les deux approches permet de quantifier l'influence de la troncature des modes et l'effet de la compressibilité.

ABSTRACT. It is proposed to investigate the transient response of structure-liquid coupled systems using modal superposition and direct time integration procedures. An original unsymmetric regularized displacement-pressure formulation is established and a finite element discretization is used. The presented application concerns an axisymmetric tank completely filled with a liquid. The comparisons of the obtained responses using the two procedures put into evidence the influence of the modal truncation and of the compressibility of the liquid.

MOTS-CLÉS : Interaction liquide-structure, réponses transitoires, formulation variationnelle régularisée, superposition modale, intégration directe, effet de compressibilité.

KEYWORDS: Liquid-structure interaction, transient responses, regularized variational formulation, modal superposition, direct time integration, compressibility effect.

1. Introduction

Dans ce travail, on s'intéresse aux réponses transitoires de systèmes couplés liquide-structure en utilisant des techniques de superposition modale et d'intégration temporelle directe. On se place ici dans l'hypothèse des petites perturbations et on suppose que la structure est élastique et contient un liquide non visqueux homogène. Les cas compressible et incompressible seront analysés. De plus, comme usuellement dans ce type de problèmes, on néglige les effets de gravité vis à vis des énergies potentielles et cinétiques de la structure et du fluide (hypothèse de liquide non pesant). Dans ce contexte d'interaction fluide-structure, de nombreuses formulations éléments finis ont été proposées dans la littérature, notamment pour aboutir à des problèmes discrétisés symétriques [OHA 84], [MOR 95]. Comme cela a été fait en vibration, nous partons d'une formulation variationnelle dissymétrique en (u,p) où u est le déplacement de la structure et p la pression dans le fluide. La formulation considérée est régularisée pour que le problème soit bien posé dans le cas limite statique. A notre connaissance, cet aspect n'a pas encore été considéré en transitoire. Les formulations symétrisées correspondantes font l'objet de travaux en cours et ne sont pas considérées dans ce travail. L'application présentée ici concerne l'analyse modale d'un réservoir axisymétrique rempli de liquide. Cet exemple permet dans un premier temps de quantifier le couplage entre les modes de structure et ceux liés à la compressibilité du liquide. La comparaison des réponses obtenues avec des méthodes d'intégration directe et de superposition modale nous permet ensuite d'étudier l'influence de la troncature des modes et l'effet de la compressibilité.

2. Equations du problème

On considère une structure élastique occupant le domaine Ω_S et remplie par un liquide qui occupe le domaine Ω_F . La structure est encadrée sur sa frontière Γ_u et soumise à des forces extérieures données F_i^d sur sa frontière Γ_t . L'interface fluide-structure est notée Σ . n^S et n représentent respectivement les normales extérieures au domaine structure et fluide. Les équations régissant le mouvement du système couplé en fonction du déplacement u de la structure et de la pression p du fluide sont :

$$\sigma_{ij,j}(u) - \rho_S \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0 \quad \text{dans } \Omega_S \quad (1)$$

$$u_i = 0 \quad \text{sur } \Gamma_u \quad (2)$$

$$\sigma_{ij}(u)n_j^S = F_i^d \quad \text{sur } \Gamma_t \quad (3)$$

$$\sigma_{ij}(u)n_j^S = p n_i \quad \text{sur } \Sigma \quad (4)$$

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad \text{dans } \Omega_F \quad (5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho_F \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} n_i \quad \text{sur } \Sigma \quad (6)$$

avec les conditions initiales suivantes :

$$u_i(0) = u_i^0, \quad \frac{\partial u_i}{\partial t}(0) = \dot{u}_i^0, \quad p(0) = p^0, \quad \frac{\partial p}{\partial t}(0) = \dot{p}^0 \quad (7)$$

3. Formulation variationnelle

En introduisant les espaces de fonctions-test "suffisamment" régulières et indépendantes du temps $C_u^* = \{u \mid u = 0 \text{ sur } \Gamma_u\}$ et C_p , la formulation variationnelle du problème couplé fluide-structure consiste à trouver $u \in C_u^*$ et $p \in C_p$ tels que $\forall \delta u \in C_u^*$ et $\forall \delta p \in C_p$:

$$\int_{\Omega_S} \sigma_{ij}(u) \varepsilon_{ij}(\delta u) \, dx + \int_{\Omega_S} \rho_S \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \delta u_i \, dx - \int_{\Sigma} p n_i \delta u_i \, d\sigma = \int_{\Gamma_t} F_i^d \delta u_i \, d\sigma \quad (8)$$

$$\frac{1}{\rho_F} \int_{\Omega_F} \nabla p \cdot \nabla \delta p \, dx + \frac{1}{\rho_F c^2} \int_{\Omega_F} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \delta p \, dx + \int_{\Sigma} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} n_i \delta p \, d\sigma = 0 \quad (9)$$

avec la liaison :

$$\rho_F c^2 \int_{\Sigma} u_i n_i \, d\sigma + \int_{\Omega_F} p \, dx = 0 \quad (10)$$

Comme cela a été fait en vibration [OHA 04], cette liaison est introduite pour que le cas limite statique soit bien posé. En statique, la pression est constante et s'écrit, d'après les équations (9) et (10) :

$$p^0 = -\frac{\rho_F c^2}{|\Omega_F|} \int_{\Sigma} u_i n_i \, d\sigma \quad (11)$$

Après discrétisation par éléments finis, la formulation variationnelle s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_u & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}^T & \mathbf{K}_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \\ \ddot{\mathbf{P}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}_u & -\mathbf{C} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}^d \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (12)$$

avec la liaison :

$$\mathbf{C}^T \mathbf{U} + \mathbf{K}_p \mathbf{P} = \mathbf{0} \quad (13)$$

où \mathbf{K}_u et \mathbf{M}_u représentent les matrices de rigidité et de masse pour la structure, \mathbf{K}_p et \mathbf{F} sont les matrices associées au liquide, \mathbf{C} est la matrice de couplage fluide-structure sur l'interface Σ et \mathbf{F}^d représente le vecteur des forces discrétisées.

4. Effet de la compressibilité sur les modes propres du système couplé

On s'intéresse dans un premier temps à l'effet de la compressibilité sur les modes propres du système couplé. Pour cela, on considère un réservoir cylindrique fermé (longueur $L = 1$ m, rayon externe $R = 0,625$ m, épaisseur $e = 0,125$ m), encastré sur

son bord inférieur et rempli de liquide. Les caractéristiques de la structure et du fluide sont : $E = 144$ GPa, $\nu = 0,35$, $\rho_S = 7700$ kg/m³, $c = 1430$ m/s, $\rho_F = 1000$ kg/m³.

Les éléments finis utilisés sont des éléments axisymétriques à quatre noeuds pour la structure et le fluide. Le maillage est compatible à l'interface. Ainsi, la matrice élémentaire de couplage \mathbf{C}_e s'écrit :

$$\mathbf{C}_e = 2\pi \int_{\Sigma_e} r \mathbf{N}_S^T \mathbf{n} \mathbf{N}_F d\ell$$

où \mathbf{N}_S est la matrice des fonctions de forme de la structure, \mathbf{N}_F celle du fluide et r la coordonnée radiale de l'élément d'interface.

Le tableau 1 présente les fréquences propres (i) du problème couplé avec fluide compressible, (ii) du problème couplé avec fluide incompressible, (iii) de la structure seule, et (iv) du fluide dans une cavité rigide. Dans le cas incompressible, la formulation utilisée est basée sur le concept de masse ajoutée de façon à réduire le système en éliminant les variables associées au fluide [MOR 95].

Tableau 1. *Fréquences propres (en Hz) du (i) fluide compressible-structure, (ii) fluide incompressible-structure, (iii) structure seule et (iv) fluide dans une cavité rigide.*

Fréquences (Hz)				
Mode	(i) Comp.	(ii) Incomp.	(iii) Structure	(iv) Fluide
A	547	661	594	-
B	969	-	-	953
C	1096	1131	1111	-
D	1412	-	1472	-
E	1740	1687	1856	-
F	1811	-	-	1745
J	1971	-	-	1910
H	2011	2161	2317	-

Comme on peut le constater dans ce tableau et sur la figure 1, la compressibilité a ici une grande influence sur les modes propres du problème couplé. On peut associer aux huit premiers modes du système couplé compressible des modes de la structure seule ou du liquide en cavité rigide. Dans le cas couplé incompressible, on ne retrouve évidemment pas les modes du fluide en cavité rigide ni le mode D correspondant à un mode de gonflement de la structure. La structure étant relativement rigide, ce mode de gonflement apparaît très tôt et doit être pris en compte dans la base modale. De plus, les fréquences du cas incompressible sont plus élevées que celles du cas compressible sauf pour le mode E du fait de sa proximité avec le mode de gonflement.

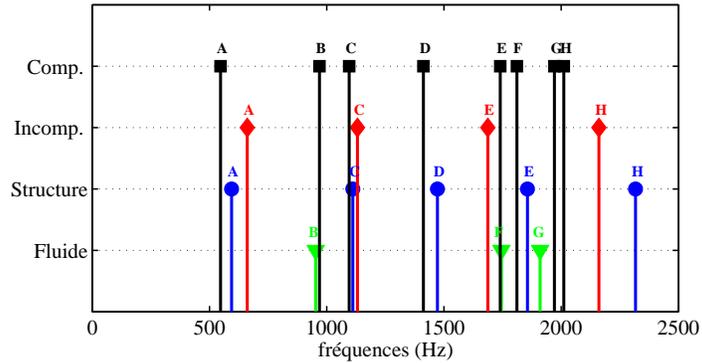


Figure 1. Comparaison des fréquences propres présentées dans le tableau 1.

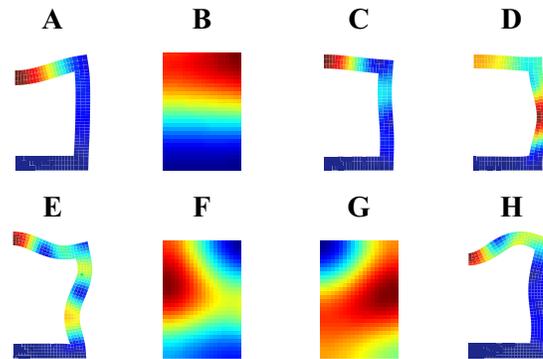
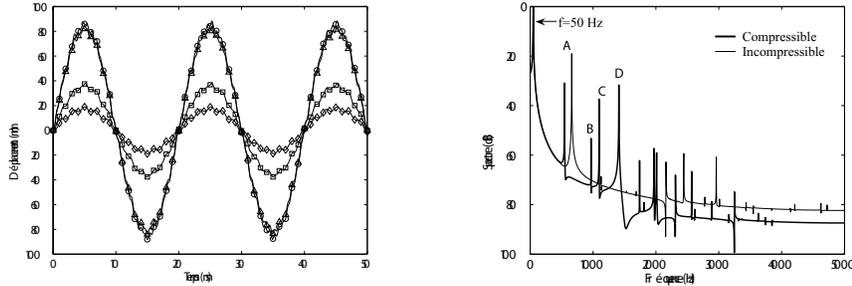


Figure 2. Modes propres du système couplé compressible : déformées modales de la structure pour les modes A, C, D, E et H et niveaux de pression dans le fluide pour les modes B, F et G.

5. Réponse transitoire du système couplé

On étudie maintenant la réponse du système couplé soumis à une excitation sinusoïdale $F^d(t) = F_0 \sin(2\pi ft)$ répartie sur la surface latérale de la structure. La résolution numérique de l'équation matricielle (12) du problème couplé liquide-structure est basée sur (i) une méthode d'intégration directe et (ii) une méthode de superposition modale. Pour l'intégration directe, on utilise le schéma implicite de Newmark avec comme paramètres $\beta = 1/4$ et $\gamma = 1/2$. On peut signaler que ce schéma, précis au second ordre et inconditionnellement stable, a été récemment utilisé pour la résolution d'un problème de vibration fluide-structure dans une formulation en déplacement [BER 03]. Pour la méthode de superposition modale, l'équation matricielle dissymétrique est projetée sur une base de vecteurs propres comprenant les vecteurs propres à droite ϕ_n^D et à gauche ϕ_n^G , solutions des équations $(\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M})\phi_n^D = 0$ et $(\mathbf{K}^T - \omega_n^2 \mathbf{M}^T)\phi_n^G = 0$.

La figure 3-a montre qu'une troncature au niveau du dixième mode est suffisante pour retrouver la réponse obtenue avec le schéma d'intégration temporelle. Le diagramme fréquentiel 3-b met en évidence l'influence de la compressibilité sur la réponse du système en ce sens que fréquences excitées sont décalées par rapport à la situation incompressible.



(a) Réponses du système couplé compressible : (i) intégration directe \circ et (ii) superposition modale avec 1 mode \diamond , 3 modes \square et 10 modes \triangle .

(b) Réponses fréquentielles du système couplé en compressible et en incompressible.

Figure 3. Réponse du système couplé en un point de la face externe du cylindre pour une excitation définie par $F_0 = 6 \cdot 10^4 \text{ N}$ et $f = 50 \text{ Hz}$.

6. Conclusions

Cette étude a permis de quantifier dans le cas d'un liquide l'influence de la compressibilité sur la réponse transitoire d'un système couplé structure-liquide interne en théorie linéarisée. Cette analyse a été effectuée à partir d'une formulation dissymétrique en (u,p) régularisée pour le cas statique.

Les recherches en cours concernent l'application de formulations symétrisées et le développement de modèles matriciels réduits dans le domaine transitoire. Ces études servent de base aux recherches concernant la prise en compte d'interfaces dissipatives passives-actives entre le fluide et la structure.

7. Bibliographie

- [BER 03] BERMUDEZ A., RODRIGUEZ R., SANTAMARINA D., « Finite element approximation of a displacement formulation for time-domain elastoacoustic vibrations », *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 152, n° 1-2, 2003, p. 17-34.
- [MOR 95] MORAND H.J.-P., OHAYON R., *Fluid Structure Interaction*, Wiley, 1995.
- [OHA 84] OHAYON R., « Transient and modal analysis of bounded medium fluid-structure problems », *Proc. Int. Conf. on Num. Meth. for Transient and Coupled Problems*, 1984, R.W. Lewis, P. Bettess, E. Hinton (eds.), Pineridge Press p. 139-149.
- [OHA 04] OHAYON R., « Reduced models for fluid-structure interaction problems », *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 60, n° 1, 2004, p. 139-152.