



**HAL**  
open science

## Couplage thermomécanique en rupture dynamique

Zoumana Soumahoro, Hubert Maigre

► **To cite this version:**

Zoumana Soumahoro, Hubert Maigre. Couplage thermomécanique en rupture dynamique. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01813023

**HAL Id: hal-01813023**

**<https://hal.science/hal-01813023>**

Submitted on 12 Jun 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Couplage thermomécanique en rupture dynamique

**Zoumana Soumahoro — Hubert Maigre**

*Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau cedex  
zoumana.soumahoro@polytechnique.fr*

---

*RÉSUMÉ. L'objectif de ce travail est d'étudier le couplage thermomécanique dans les mécanismes de rupture dynamique notamment dans la loi de comportement. Le problème de propagation de fissure est étudié dans le cadre de la thermodynamique classique. Les conséquences du premier et second principe sont déduites, en particulier, il est montré que la pointe de fissure se comporte comme une source mobile. Les singularités de température sont discutées. En élastodynamique, l'expression asymptotique de la solution couplée est donnée en élasticité et conduction linéaire. En plasticité dynamique, la réponse mécanique et thermique est simulée pour le mouvement d'état d'équilibre instantané et le mode I de chargement. Les résultats obtenus sont comparés aux observations expérimentales par des essais de flexion 3 points instrumentés thermiques.*

*ABSTRACT. The objective of this work is to investigate the thermomechanical coupling in dynamic fracture mechanisms among others in the constitutive law. The problem of crack propagation is studied within the framework of classical thermodynamics. The consequences of the first and second principles are derived, in particular it is shown that the crack-tip behaves like a moving heat source. The temperature singularity is discussed. In elastodynamics, the asymptotic expansion of the coupled solution is given in linear elasticity and linear conduction. In dynamic plasticity, the mechanical and thermal response is simulated by numerical analysis for instantaneous state motion and mode I loading. The obtained results are compared to experimental observations by flexion 3 points tests thermals instrumented.*

*MOTS-CLÉS : Couplage thermomécanique, Flexion 3 points instrumenté thermique, Analyse dynamique d'éléments finis, Propagation dynamique de fissure, Flux d'énergie de fissure.*

*KEYWORDS: Thermomechanical coupling, Flexion 3 points tests thermals instrumented, Dynamic finite element analysis, Dynamic crack propagation, Crack energy flux.*

---

## 1. Introduction

Le couplage thermomécanique dans la propagation dynamique de fissure a attiré une grande quantité d'intérêt expérimental et théorique ces dernières années. Döll [DöL 73] et Shockey et al. [D.A 83] ont utilisés des thermocouples pour des mesures de température. Fuller et al. [FUL 75] ont mesurés l'élévation de température en pointe de fissure mobile rapide (200-650 m/s) dans un PMMA en utilisant un détecteur infrarouge. Ils ont également utilisé des thermocouples et des films en cristal liquide thermosensibles pour mesurer toute la chaleur engendrée en fonction de la vitesse de fissure. Bui et al. [BUI 86], ont utilisé une camera infrarouge pour filmer le champ de température dans une plaque mince fissurée à faible vitesse de propagation (2 mm/s). Une élévation de température d'environ 10°C a été relevée en pointe de fissure. Aussi, Il y a eu plusieurs tentatives de prévision théorique des températures en pointe de fissure, entre autre Weichert et Schönert [WEI 78a], Rice et Levy [RIC 69]. Puisque l'origine de l'échauffement en pointe de fissure est liée à la dissipation plastique, les modèles théoriques des champs de température se fondent sur la capacité de calculer les champs mécaniques liés à la propagation de fissure. Cependant, les solutions analytiques exactes pour le champ de travail plastique dans la zone de processus d'une propagation de fissure ne sont pas disponibles même pour des matériaux élasto-plastique parfait. Par ailleurs, en dépit de l'effort intense de recherches à la compréhension de la mécanique de rupture dynamique, là peu d'études combinent systématiquement expériences et modèles théoriques pour valider les techniques expérimentales de mesure ou la théorie qui forme la base pour de telles investigations. La modélisation réussie de l'environnement de chargement complexe et des lois de comportement dans ces expériences est un problème ouvert. Ainsi, dans cette étude, afin de comprendre la nature de ce couplage, une analyse théorique détaillée a été effectuée d'une part, et d'autre part on teste en flexion 3 points dynamique, un échantillon entaillé muni de thermocouple, en polyéthylène. Des analyses entièrement couplées de température - déplacement sont effectuées pour modéliser ces expériences. Les simulations sont alors analysées pour obtenir l'information qualitative des dommages causés au matériau. Ceci est essentiel pour les polymères dont les applications sont de plus en plus nombreuses mais dont les propriétés sont très mal connues surtout sous chargement dynamique.

## 2. Description thermodynamique de la propagation de fissure

Le processus de rupture est l'un des phénomène consommatrice d'énergie. Un solide contenant une propagation de fissure représente un système dans le processus et la dissipation est principalement due aux différents mécanismes dissipatifs tels que le frottement interne, la déformation plastique, etc... L'évolution d'un tel système peut être décrite dans le cadre classique de la thermodynamique des milieux continus. Un problème bidimensionnel de propagation linéaire de fissure est considéré (déformation plane, contrainte plane ou cisaillement anti-plan). On suppose également que le système est thermiquement isolé. Comme montré sur la figure 1, la force appliquée

$F(t)$  et le déplacement  $u(t)$  sont donnés sur les parties complémentaires  $\partial\Omega_u, \partial\Omega_F$  de la frontière. Sur la surface de fissure  $\Sigma$ , une condition de bord libre est également considérée. Les champs thermomécaniques présentent ainsi, une singularité mobile près de la pointe de fissure A. L'application du premier et du second principe de la thermodynamique conduit à une expression de la dissipation en pointe de fissure de la forme  $D = \dot{a}G_A$  avec  $\dot{a}$ , la célérité de la fissure et

$$G_A = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \left[ \rho \left( \Psi + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) n_1 + n \cdot \sigma \cdot u,1 \right] d\Gamma \quad [1]$$

où  $G_A$ , le taux de restitution de l'énergie à la pointe de fissure, s'identifie à la force thermodynamique en transformation isentropique et à la force thermodynamique en transformation isotherme, où  $\Psi$  dénote la densité d'énergie libre spécifique. La dissipation  $D = T_A \cdot S_A$  est également une source de chaleur à la pointe de fissure, avec  $S_A$  la production d'entropie à la pointe de fissure. L'évolution thermomécanique du solide est alors décrite par des équations mécaniques (équilibre, lois de comportement) et les équations thermiques qui expriment simplement les différentes conditions de sources.

### 3. Thermoélasticité dynamique

Cette section est consacrée à une analyse du comportement asymptotique dans le cas de la thermoélasticité dynamique linéaire [BUI 86]. Si,  $K = \frac{1}{3}(3\lambda + 2\mu)$ , est le module de compression et  $\lambda, \mu$  les coefficients de Lamé, les équations thermomécaniques couplées de la propagation dynamique de fissure s'écrivent alors :

$$\begin{cases} k \Delta T - c \dot{T} - 3 K \alpha T \operatorname{tr} \epsilon + \dot{a} G \delta = 0 \\ (\lambda + \mu) \nabla \operatorname{tr} \epsilon + \mu \Delta u - 3 K \alpha \nabla T - \rho \ddot{u} + F = 0 \end{cases} \quad [2]$$

où  $T, \epsilon, \alpha, c, k, \delta$  représentent respectivement le champ de température, le champ des déformations, le coefficient de dilatation linéique et la masse de Dirac en pointe de fissure. On observe ainsi, une double interaction entre les effets thermiques et mécaniques : d'une part le couplage thermoélastique classique en tout point du solide, d'autre part un nouveau couplage thermomécanique provenant de la création d'une source de chaleur par dissipation d'énergie mécanique à l'extrémité de la fissure qui se propage. Quelles que soient les conditions aux limites en température envisageables sur les lèvres de la fissure, le résultat du calcul du champ de température en fond de fissure conduit au développement asymptotique suivant [BUI 86] :

$$T = -\frac{\dot{a} G}{2 k \pi} \operatorname{Log} r + T^{uni} + O(\sqrt{r} \operatorname{Log} r) \quad [3]$$

où  $T^{uni}$  une répartition uniforme de température. La singularité du champ de température est donc logarithmique. La solution en température de ce problème est d'ailleurs identique à la solution du problème de diffusion de chaleur dans un plan par une source ponctuelle  $\dot{a} G$  mobile à la vitesse  $\dot{a}$ . Cependant avec des considérations asymptotiques moins fortes, nous montrons que le champ de température en fond de fissure est

régulier et évolue dans le temps selon les chargements appliqués. Ainsi, pour une onde de traction soudaine se diffractant sur la pointe de fissure il se produira une élévation de température de la forme :

$$T = \gamma_{ms} t^{\frac{1}{4}} \quad [4]$$

où  $\gamma_{ms}$  est une constante.

#### 4. thermoplasticité dynamique

Dans le contexte de la plasticité incrementale et de la rupture fragile, la description purement mécanique de la rupture dynamique est présentée ici. Le champ de contrainte est naturellement singulier au voisinage de la pointe de fissure, mais sa singularité n'est pas suffisante pour contribuer au bilan énergétique comme dans l'élastodynamique classique. Une solution asymptotique complète de la solution couplée en plasticité reste un problème ouvert. L'objectif ici est de discuter, au moyen d'une analyse numérique du couplage thermomécanique sous la conjecture  $G_A = 0$  en plasticité avec écrouissage linéaire. Par nature, la simulation numérique ne peut pas donner exactement le degré de singularité des champs mécaniques et thermiques. Cependant, il illustre la transition entre les champs asymptotiques et effectifs. Aussi, d'identifier les dimensions des différentes zones d'intérêts du point de vue thermique ou mécanique, et de comparer les résultats obtenus aux expériences exécutées dans les mêmes conditions. Le matériau élastique, homogène avec les coefficients thermoélastiques isotropes constants et la densité d'énergie associée est :

$$\begin{aligned} \rho \Psi = & \Psi_0 - (S_0 - c) (T - T_0) - c T \text{Log} \frac{T}{T_0} + 2 (\epsilon_{ii} - \epsilon_{kk}^p - 3 \alpha (T - T_0))^2 \\ & + \mu (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^p - \alpha (T - T_0) \delta_{ij}) \cdot (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^p - \alpha (T - T_0) \delta_{ij}) \end{aligned} \quad [5]$$

Si on considère une loi de conduction linéaire de Fourier,  $q = -k \Delta T$ ,  $\beta$  la fraction du travail plastique convertie en chaleur et la loi de plasticité avec écrouissage linéaire, alors la réponse thermomécanique  $u_i, T, \dots$ , de la propagation de fissure est la solution du problème de valeurs suivant : Trouver  $u_i, \sigma, T, \dots$ , vérifiant :

$$\begin{cases} \epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon}(\epsilon, \epsilon^p, T) \\ \text{div} \sigma + F = \rho \ddot{u} \\ k \Delta T - \alpha T_0 \dot{\epsilon}_{kk} + \beta \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p = \rho c \dot{T} \end{cases} \quad [6]$$

#### 5. Etude expérimentale du champ de température à la pointe de fissure

L'objectif ici est de regarder l'influence de la température sur la rupture dynamique du PE. Il s'agit d'une part de réaliser des essais de rupture dynamique à la température de 0°C et d'autre part de faire, durant les essais, la mesure instantanée de la température en pointe de fissure. Cette dernière mesure est utile pour évaluer l'importance du couplage thermomécanique dans ce matériau.

### 5.1. Procédure expérimentale

Les éprouvettes sont placées dans un dispositif de barres de Hopkinson à trois barres (en nylon) : une barre entrante pour l'application de l'impact au milieu de l'éprouvette, deux barres sortantes pour les appuis aux deux extrémités. Les vitesses d'impact retenues sont élevées afin de mettre en évidence plus facilement des élévations de températures si elles se produisent. Le dispositif étant très souple (flexion trois points et faible rigidité du PE), la mesure de l'impact côté entrant est peu précise. Pour améliorer cette mesure, on augmente la rigidité du système en réalisant les essais sur trois éprouvettes en même temps, placées l'une au dessus de l'autre. Les conditions thermiques imposées sont obtenues à l'aide d'une enceinte réfrigérée régulée placée autour des éprouvettes (figure 2). Pour assurer la bonne mise en équilibre thermique avant les essais, les éprouvettes sont stockées dans l'enceinte plusieurs heures auparavant. Enfin, afin de suivre les couplages thermomécaniques au cours des essais, certaines éprouvettes ont été équipées de thermocouples (sur les trois éprouvettes testées à chaque essai seule une éprouvette est équipée d'un thermocouple). Ces thermocouples sont noyés au cœur de l'éprouvette juste en avant du fond d'entaille. Le principe de fonctionnement du thermocouple est l'apparition d'une tension aux bornes de sa jonction dépendant de la température. Cette tension est amplifiée puis directement enregistrée par la carte d'acquisition rapide (1MHz) en même temps que les signaux de jauge venant des barres (figure 3).

### 5.2. Résultats

Un exemple de mesure obtenu au cours d'un des essais est donné sur la figure 4. Pour une température initiale de  $0^{\circ}C$ , on mesure une élévation de température de l'ordre de 2 degrés. Les valeurs obtenues semblent être inférieures à l'échauffement réel malgré la sensibilité du système d'acquisition. Le thermocouple mesure sur une surface donnée, et la mesure est effectuée à une distance finie du fond d'entaille  $1mm$ . Ainsi, il s'avère nécessaire de procéder à des simulations numériques des essais dans les mêmes conditions.

## 6. Analyse dynamique d'éléments finis

La solution numérique est présentée sur les figures 5 et 6, aussi bien en thermoélasticité qu'en thermoplasticité dynamiques (2D contraintes planes). Il peut être noté encore, le réchargement plastique de la frontière libre de la fissure comme dans la situation de mécanique pure. La dissipation plastique est responsable d'une élévation de température maximale de  $18^{\circ}C$  en thermoplasticité dynamique, et en thermoélasticité dynamique on note environ  $2^{\circ}C$ , dans une petite zone d'environ  $1mm$  autour de la pointe de fissure. Ainsi une modélisation thermoélasticité dynamique s'avère pertinente pour rendre compte de la loi de comportement du PE.

## 7. Remerciements

Nous remercions Gaz de France, pour leur soutien actif dans ce projet, qui est une collaboration entre GdF et l'Ecole Polytechnique.

## 8. Bibliographie

- [BUI 86] BUI H., EHRLACHER A., NGUYEN Q., « Thermomechanical couplings in fracture mechanics. », *Thermomechanical couplings in solids.*, Paris, 1-5 September 1986, Elsevier Science Publishers, New York, p. 327-341.
- [D.A 83] D.A.SHOCKEY, KALTHOFF J., KLEMM W., WINKLER S., « Simultaneous measurements of stress intensity and toughness for fast running cracks in steel. », *Exp Mech*, vol. 40, 1983, p. 140-152.
- [DöL 73] DÖLL W., « An experimental study of the heat generated in the plastic region of a running crack in different polymeric materials », *Engng Fract Mech*, vol. 5, 1973, p. 259-268.
- [FUL 75] FULLER K., FOX P., FIELD J., « The temperature rise at the tip of fast-moving cracks in glassy polymers », *Proc Roy Soc Lond*, vol. 341, 1975, p. 537-557.
- [RIC 69] RICE J., LEVY N., « Local heating by plastic deformation at a crack tip. », *Physics of strength and plasticity*, Cambridge, 1969, MIT Press, p. 277-293.
- [WEI 78a] WEICHERT R., SCHÖNERT K., « Heat generation at the tip of moving crack. », *Mech Phys Solids*, vol. 26, 1978, p. 151-161.
- [WEI 78b] WEICHERT R., SCHÖNERT K., « On the temperature rise at the tip of a fast running crack. », *Mech Phys Solids*, vol. 22, 1978, p. 127-133.

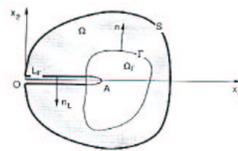


Figure 1



Figure 2

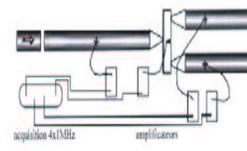


Figure 3

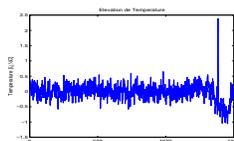


Figure 4

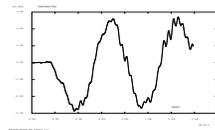


Figure 5

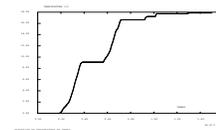


Figure 6