



HAL
open science

Homogénéisation des structures sandwich Application aux coques

Achour Saidi, Mohamed Guessasma, Patrice Coorevits

► **To cite this version:**

Achour Saidi, Mohamed Guessasma, Patrice Coorevits. Homogénéisation des structures sandwich Application aux coques. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01813006

HAL Id: hal-01813006

<https://hal.science/hal-01813006>

Submitted on 12 Jun 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Homogénéisation des structures sandwich

Application aux coques

Achour Saidi* — Mohamed Guessasma** — Patrice Coorevits**

* *Laboratoire de Génie Civil - CUST Université Blaise Pascal*
BP 206, 63174 Aubière Cedex.
achour.saidi@cust.univ-bpclermont.fr

** *Laboratoire des Technologies Innovantes*
IUT de l'Aisne 48 rue d'Ostende 02100 Saint-Quentin
Mohamed.guessasma@u-picardie.fr - patrice.coorevits@u-picardie.fr

RÉSUMÉ. Dans le cadre de notre travail sur les structures sandwich, nous nous sommes intéressés également à l'étude du comportement mécanique des coques sandwich cylindriques, en utilisant la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques. La structure sandwich en forme de coque est alors substituée par un modèle équivalent de coque composite, dont le comportement est obtenu par identification au comportement homogénéisé. La validité du modèle équivalent est étudiée à travers trois cas de chargements mécaniques appliqués à trois types de coque sandwich.

ABSTRACT. From our previous study, on the modelling of the sandwich structures by using the homogenisation method of periodic media, we have carried out an extension to the shell sandwich. The equivalent behaviour of the layered shell, considered as the equivalent model, is obtained by identification to the homogenized behaviour. The validity of the equivalent model is studied through three mechanical tests for three types of shell sandwich.

MOTS-CLÉS : Homogénéisation, structures sandwich, coque, éléments finis.

KEYWORDS: Homogenization, sandwich structures, shell, finite elements method.

1. Introduction

Grâce à leurs excellentes performances, les coques sandwich sont utilisées dans de nombreux domaines industriels, par conséquent, la modélisation de leur comportement mécanique présente un intérêt certain pour l'application et le développement de telles structures. Celles-ci sont constituées de deux tôles minces courbées et assemblées entre elles par un renfort de type donné, pouvant être alvéolaire, composite ou solide. Dans le cadre de ce travail, nous nous sommes intéressés uniquement aux coques sandwich cylindriques. En raison de la complexité de la modélisation tridimensionnelle (3D) de ces structures, liée surtout à l'hétérogénéité de leur épaisseur, nous avons cherché à les substituer par une coque homogène équivalente de Kirchhoff-Love. Nous rappelons que cette étude s'inscrit dans la continuité d'un travail antérieur sur les plaques sandwich (Saidi *et al.*, 2005). Pour modéliser le comportement mécanique de ces structures sandwich, nous avons également utilisé la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques, basée sur la technique des développements asymptotiques (Caillerie, 1984), (Sanchez Palencia, 1985). Le modèle équivalent, obtenu par identification au comportement homogénéisé, est du type coque composite. En mettant au point des indicateurs d'erreur en déplacement et en contrainte, nous avons comparé les solutions éléments finis DKT et 3D pour différents cas de sollicitations mécaniques.

2. Position du problème

Pour modéliser le comportement mécanique des coques sandwich, nous avons utilisé la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques en s'appuyant sur la technique des développements asymptotiques multi-échelles. Considérons une coque sandwich, assimilée à une structure comportant des cavités, et le volume élémentaire représentatif (V.E.R.) correspondant (figure 1).

Le problème cellulaire posée sur le V.E.R. s'écrit sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = 0 & \text{dans } Y^* \\ \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{a}(\mathbf{y}) : (\mathbf{E} - \bar{y}_3 \mathbf{K} + \boldsymbol{\varepsilon}_s(\boldsymbol{\chi})) & \text{dans } Y^* \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{sur } \partial Y_{inf} \text{ et } \partial Y_{sup} \\ \boldsymbol{\chi}(\mathbf{y})_{y_1, y_2} : \text{periodique} ; \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{n}_{y_1, y_2} : \text{anti-periodique} \end{array} \right. \quad [1]$$

avec $\mathbf{a}(\mathbf{y})$ la loi de comportement ; $\boldsymbol{\varepsilon}_s(\boldsymbol{\chi})$ le champ de déformations microscopiques dérivant de $\boldsymbol{\chi}$; \bar{y}_3 la distance d'un point donné à la surface moyenne \bar{Y} ; \mathbf{E} et \mathbf{K} les déformations généralisées macroscopiques ; $\mathbf{E} - \bar{y}_3 \mathbf{K}$

déformation de Kirchhoff-Love ; Y^* la partie pleine du V.E.R. ; ∂Y_{sup} et ∂Y_{inf} respectivement les faces supérieure et inférieure du V.E.R.

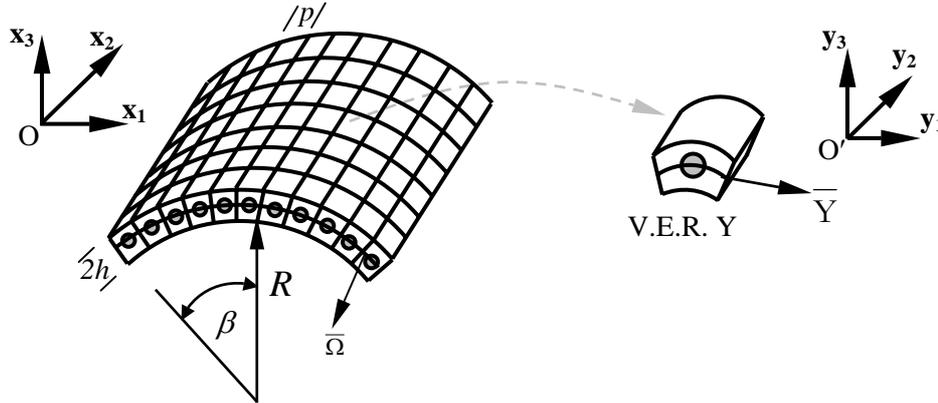


Figure 1. Coque sandwich hétérogène et le V.E.R. correspondant.

Les efforts généralisés macroscopiques sont donnés par les équations [2] :

$$\begin{cases} \mathbf{N}_{ij} = \frac{1}{|\bar{Y}|} \int_{Y^*} \sigma_{ij} dy \\ \mathbf{M}_{ij} = \frac{1}{|\bar{Y}|} \int_{Y^*} -\bar{y}_3 \sigma_{ij} dy \end{cases} ; i, j = 1, 2 \quad [2]$$

où $|\bar{Y}|$ est l'aire de la surface moyen du V.E.R.

La loi de comportement de la coque homogène équivalente est obtenue en résolvant six problèmes cellulaires [1], correspondant aux six chargements élémentaires. Ces problèmes s'écrivent sous la forme matricielle [3], donnée ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^{per} \\ \mathbf{E} \\ \mathbf{K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} \quad [3]$$

où, \mathbf{K}_G est la matrice de rigidité globale calculée en prenant en compte le concept de Débordés (Débordés, 1986), \mathbf{u}^{per} le champ de déplacement périodique

microscopique, \mathbf{E} et \mathbf{K} les déformations généralisées macroscopiques de membrane et de flexion, \mathbf{N} et \mathbf{M} les efforts généralisés macroscopiques de membrane et de flexion. Les solutions obtenues pour les variables \mathbf{E} et \mathbf{K} conduisent à la détermination de la matrice de comportement homogénéisé de la coque sandwich.

3. Comportement de la coque sandwich équivalente

Le V.E.R. courbé est obtenu par le biais d'une transformation géométrique \mathcal{R} , définie dans un espace affine à trois dimension, qui permet d'obtenir celui-ci à partir de son homologue droit. Dans ce cas, le V.E.R. correspondant présente une dissymétrie géométrique par rapport à sa surface moyenne, entraînant ainsi le couplage des effets de membrane et de flexion. Le comportement homogénéisé équivalent de la coque sandwich s'écrit donc sous la forme matricielle [4] :

$$\begin{bmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \\ M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{1111}^M & A_{1122}^M & 0 & A_{1111}^{MF} & A_{1122}^{MF} & 0 \\ & A_{2222}^M & 0 & A_{1122}^{MF} & A_{2222}^{MF} & 0 \\ & & A_{1212}^M & 0 & 0 & A_{1212}^{MF} \\ & & & A_{1111}^F & A_{1122}^F & 0 \\ S & Y & M & A_{2222}^F & 0 & \\ & & & & & A_{1212}^F \end{bmatrix}}_{[A]} \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ 2E_{12} \\ K_{11} \\ K_{22} \\ 2K_{12} \end{bmatrix} \quad [4]$$

où les A_{ijkl}^M , A_{ijkl}^F et A_{ijkl}^{MF} ($i, j, k, l = 1, 2$) sont respectivement les rigidités de membrane, de flexion et de couplage de la matrice de comportement homogénéisé [A]. La matrice [A] a été déterminée pour trois types de renforts (figure 2) : longitudinal (a), en nid d'abeilles (b) et en Oméga (c).

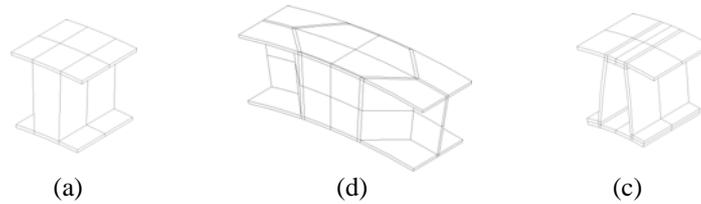


Figure 2. V.E.R. des coques sandwich.

Pour reproduire de façon exacte la matrice [A], nous avons identifié les paramètres mécaniques et géométriques du modèle équivalent (Saidi *et al.*, 2005),

représenté par une coque composite obtenue à partir de la superposition de trois coques (figure 3).

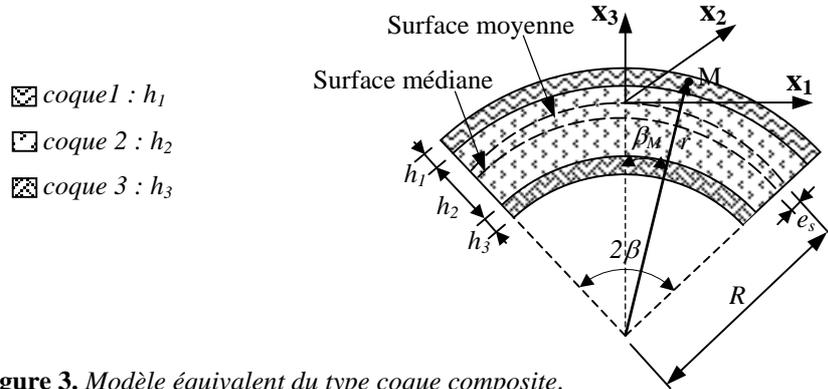


Figure 3. Modèle équivalent du type coque composite.

La matrice de comportement équivalent $[\mathbf{D}_{eq}]_{CC}$ de la coque composite est obtenue par intégration de la matrice d'élasticité orthotrope, en contraintes planes $[\mathbf{D}_{ort}^k]$ ($k=1,2,3$), le long de l'épaisseur de la coque sandwich. Nous rappelons que le modèle équivalent obtenu est celui d'une coque orthotrope de Kirchhoff-Love, par conséquent, l'effet du cisaillement transverse est négligé.

4. Validité du modèle équivalent.

Pour étudier la validité du modèle équivalent, nous avons considéré trois types de chargements mécaniques : traction pure (figure 4.(a)), flexion pure (figure 4.(b)) et flexion sous charge uniforme (figure 4.(c)).

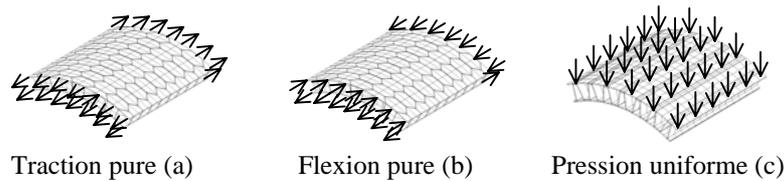


Figure 4. Chargements mécaniques.

Pour comparer les résultats numériques obtenus avec le modèle équivalent à ceux donnés par le modèle 3D, nous avons mis en place deux indicateurs, ε_u et ε_σ , respectivement en déplacement et en contrainte (Benoit, 1999). Au vu des valeurs données dans le tableau 1, le modèle équivalent donne des résultats très satisfaisants

pour les trois types de renfort. Toutefois, il faut préciser que les deux estimateurs d'erreur sont calculés sur l'ensemble de la structure sans exclure les effets de bords.

Type de renfort	Traction pure		Flexion pure		Pression uniforme	
	ε_σ %	ε_u %	ε_σ %	ε_u %	ε_σ %	ε_u %
Longitudinal	2.54	13.80	7,40	10.19	6.33	5.40
Nid d'abeilles	0.15	1.55	4.98	5.27	1.97	0.82
Oméga	1.45	3.88	13.12	3.77	9.47	4.94

Tableau 1. Indicateurs d'erreur en déplacement et en contrainte.

5. Conclusion

A l'issue des tests mécaniques, nous avons pu valider le modèle équivalent du type coque composite proposé. A partir des solutions en déplacement et en contrainte du modèle équivalent, nous pouvons donc reconstituer les champs tridimensionnels (de déplacement et de contrainte), en se basant sur la méthode de reconstitution que nous avons appliquée pour les plaques sandwich (Saidi *et al.*, 2004).

6. Bibliographie

- Benoit C., Coorevits P., Pelle J.P., « Error estimation for plate structures: Application using the DKT element », *Engineering Computations*, vol. 16, n° 5, p. 584-600.
- Caillerie D., « Thin elastic and periodic plate », *Math. Meth. Appl. Sci.*, vol. 6, 1984, p. 159-191.
- Débordes O., « Homogenization computations in the elastic or plastic range ; applications to unidirectional composite and perforated sheets », *Computational Mechanics Publications*, 1986, Atlanta, Springer-Verlag, p. 453-458.
- Saidi A., Guessasma M., Coorevits P., « Homogenisation of sandwich structures and localization of the three-dimensional fields », *Proceedings of the 4th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Jyväskylä; 24-28 Juillet 2004.
- Saidi A., Coorevits P., Guessasma M., « Homogenization of a sandwich structure and validity of the corresponding two-dimensional equivalent model », *Journal of Sandwich Structures and Materials*, vol. 7, 2005, p. 7-30.
- Sanchez Palencia E., « In: Homogenization Techniques for Composites Media », *Lecture Note in Physics*, vol. 272, 1985, Berlin, Springer, p. 122-189.