



**HAL**  
open science

## Optimisation de la forme des sous-domaines d'une structure élastique. Application aux voiles de bateaux

Boris Desmorat, Mirela Spalatelu, Vanessa Bohé, Françoise Léné, Raphaël Canepa

### ► To cite this version:

Boris Desmorat, Mirela Spalatelu, Vanessa Bohé, Françoise Léné, Raphaël Canepa. Optimisation de la forme des sous-domaines d'une structure élastique. Application aux voiles de bateaux. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01812997

**HAL Id: hal-01812997**

**<https://hal.science/hal-01812997>**

Submitted on 12 Jun 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Optimisation de la forme des sous-domaines d'une structure élastique. Application aux voiles de bateaux.

**Boris Desmorat** \* — **Mirela Spalatelu** \* — **Vanessa Bohé** \*\*  
**Françoise Léné** \* — **Raphaël Canepa** \*

\* *Laboratoire de Modélisation, Matériaux et Structures*  
*Université Pierre et Marie Curie*  
*4 place Jussieu, Case 161, F-75252 Paris cedex 5*  
*{ borisdes, spalatelu, lene }@ccr.jussieu.fr*

\*\* *Voileries Incidences - La Rochelle*  
*vanessa.bohe@incidences-sails.com*

---

*RÉSUMÉ. Dans le cadre de la maximisation de la rigidité globale d'une structure élastique linéaire au moindre coût, nous proposons une méthodologie générale de définition optimale des sous-domaines (en terme de taille et de forme) d'une telle structure. Elle s'applique de manière pertinente pour l'optimisation de structures constituées de blocs assemblés dont la forme n'est à priori pas imposée. Un exemple d'optimisation de voiles de bateaux est présenté.*

*ABSTRACT. In the framework of maximization of the global stiffness of an elastic structure, we developed a general method to define optimal subdomains (in terms of shape and number) of such a structure. This optimization algorithm is relevant for the design of an elastic structure manufactured as an assembly of different sub-structures with non-imposed shape. A numerical optimization of a boat sail is given as an example.*

*MOTS-CLÉS : Optimisation de forme, sous domaine, élasticité linéaire*

*KEYWORDS: Shape optimization, sub-domain, linear elasticity*

---

## 1. Le problème de conception optimale d'une voile de bateau

Le problème de la conception optimale d'une voile de bateau est complexe car de nombreux phénomènes physiques (mécanique des fluides, mécanique du solide, interaction fluide-structures), de nombreux objectifs (coût, poids, tenue du profil, résistance au UV, résistance au pliage ...) et de nombreuses contraintes de fabrication sont à prendre en compte. Deux types de fabrication de voiles sont couramment utili-

sées : 1. les voiles fabriquées en un unique morceau avec des fibres longues curvilignes à espacement variable, 2. les voiles fabriquées par assemblage de panneaux à fibres longues rectilignes à espacement fixe.

L'objectif du travail présenté est la définition du nombre et de la forme des sous-domaines d'une structure élastique dans le cadre de la maximisation de la rigidité globale de la structure au moindre coût (poids, prix ...). Appliquée aux voiles, cette méthodologie générale permet de définir la forme des panneaux et leurs caractéristiques mécaniques optimales dans le cadre de la conception de voiles fabriquées par panneaux assemblés.

## 2. Optimisation à paramètres distribués

### 2.1. Définition du problème élastique de référence

On se place sous l'hypothèse de petits déplacements et de petites déformations. Soit un milieu tridimensionnel  $\Omega$  élastique linéaire. Sa frontière  $\partial\Omega$  est divisée en deux parties  $\Gamma_0$  et  $\Gamma_1$ . Des déplacements nuls sont imposés sur  $\Gamma_0$ , une densité surfacique de force  $F$  est imposée sur  $\Gamma_1$  et une densité volumique d'effort  $f$  est imposée dans  $\Omega$ . Le problème d'élasticité linéaire tridimensionnelle ( $P$ ) est défini par les équations suivantes :

$$(P) \quad \begin{cases} \sigma_{ij,j} + f_i = 0 & \text{dans } \Omega & \sigma_{ij}n_j = F_i & \text{sur } \Gamma_1 \\ u_i = 0 & \text{sur } \Gamma_0 & \epsilon_{ij}(u) = A_{ijkl}\sigma_{kl} & \text{dans } \Omega \end{cases}$$

Introduisons l'ensemble  $\Sigma_{ad}$  des champs de contraintes statiquement admissibles :

$$\Sigma_{ad} = \left\{ \tau_{ij}, (i, j = 1, 2, 3) \mid \tau_{ij} = \tau_{ji}, \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i = 0 \text{ dans } \Omega, \tau_{ij}n_j = F_i \text{ sur } \Gamma_1 \right\}$$

### 2.2. Paramètres et critère d'optimisation

Les  $N$  paramètres de conception (orientation de fibres, proportions de matériau ...) seront appelés  $\beta_i$ , ( $i = 1, \dots, N$ ). Ils sont supposés bornés. Dans le but de maximiser la rigidité globale d'une structure élastique au moindre coût pour un chargement donné, nous considérons le problème de la minimisation de la somme pondérée du travail des efforts extérieurs (compliance) et d'un terme de coût (par exemple : poids, quantité de renfort introduit, coût de mise en oeuvre, ...). Le critère s'écrit alors :

$$Crit = \int_{\Omega} f \cdot u \, dV + \int_{\Gamma_1} F \cdot u \, dS + \int_{\Omega} cout(\beta_i) \, dV$$

Compte tenu de l'égalité entre le travail des efforts extérieurs et du double de l'énergie complémentaire, le problème d'optimisation s'écrit :

$$\min_{\beta_i^{min} \leq \beta_i \leq \beta_i^{max}} \min_{\tau \in \Sigma_{ad}} \left( \int_{\Omega} A_{ijkl} \tau_{ij} \tau_{kl} \, dV + \int_{\Omega} cout(\beta_i) \, dV \right)$$

### 2.3. Algorithme d'optimisation à paramètres distribués

Cet algorithme à paramètres distribués a été initialement introduit dans le cadre de l'optimisation topologique [ALL 93] :

*Initialisation* : A partir d'un champ de paramètres d'optimisation initial, on détermine le champ de contraintes associé par résolution du problème ( $P$ ),

*Minimisations locales* : La somme de l'énergie de déformation locale et du coût local est minimisée par rapport aux paramètres d'optimisation à contraintes fixées,

*Minimisation globale* : A partir des paramètres d'optimisation déterminés à l'étape précédente, on calcule le champ de contraintes associé. La minimisation globale est réalisée automatiquement grâce au théorème de l'énergie complémentaire.

On itère alors ces deux minimisations. On démontre que cet algorithme est convergent.

## 3. Algorithme de définition des formes optimales des sous domaines

La définition du nombre et des formes des SD et les valeurs des paramètres d'optimisation associés se déroule en trois étapes :

*Etape 1 - Optimisation à paramètres distribués* : L'algorithme d'optimisation à paramètres distribués décrit dans la section 2.3 est appliqué pour obtenir un champ de paramètres d'optimisation optimal.

*Etape 2 - Définition des sous domaines optimaux* : On définit des SD connexes à partir des résultats de l'optimisation à paramètres distribués. Pour cela, on scinde les intervalles de définition des paramètres d'optimisation en sous intervalles. Les SD connexes sont alors définis et triés de manière automatique. Les paramètres à disposition de l'utilisateur lors de cette étape sont le nombre de segments par intervalle à définir sur chaque paramètre d'optimisation et la taille minimale d'un SD connexe. En fixant ces paramètres, l'utilisateur peut définir un diamètre moyen de SD plus ou moins grand en supprimant les SD trop petits.

*Etape 3 - Optimisation à paramètres constants par sous-domaine* : Le principe de l'algorithme d'optimisation est identique à celui présenté à la section 2.3. Les minimisations locales de l'algorithme d'optimisation à paramètres distribués sont remplacées par des minimisations par SD sur lesquels les paramètres d'optimisation sont maintenant supposés constants.

On obtient donc après ces trois étapes (les étapes 1 et 3 étant itératives) le nombre et la forme des SD optimaux ainsi que les valeurs optimales des paramètres d'optimisation constants par SD.

## 4. Application à une voile de bateau

### 4.1. Optimisation d'une structure de type voile

Les voiles de bateaux sont constituées de fibres entrecroisées (tissées ou non) et noyées entre deux films fins de résine polyester. L'ordre de grandeur de l'écartement entre deux fibres peut aller jusqu'à 2cm. Le matériau présente donc un caractère non homogène très marqué. Dans le but d'optimiser la répartition des fibres dans ce type de voile, une modélisation et une identification du comportement d'un tel matériau ont été développées sous la forme d'un modèle de type bicouche orthogonal. Il est possible de définir une épaisseur totale, une épaisseur relative et une proportion de fibres (supposée égale dans les deux plis) à partir des caractéristiques du matériau de voile.

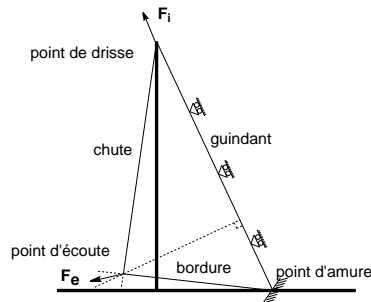
Une performance importante d'une voile de bateau est la tenue du profil lors de la navigation. Cette performance peut être quantifiée par la rigidité globale de la voile, qui doit être maximisée. Nous présentons dans ce travail les résultats de l'optimisation de la rigidité *membranaire* de la voile sans prendre en compte la déformée hors-plan. Bien qu'à priori simpliste, nous montrons que l'optimisation à paramètres distribués permet de retrouver les conceptions de voiles modernes (de type 3DL). Forts de cette observation, nous appliquons l'algorithme de définition de SD pour définir la forme optimale des panneaux d'une voile.

### 4.2. Paramètres et critère d'optimisation

Nous nous plaçons dans le cadre d'un matériau composite de type bicouche orthogonal à fibres longues curvilignes et à épaisseur relative variable, en supposant que la proportion de fibres est identique dans les deux couches et donc que les deux couches ont le même comportement élastique linéaire orthotrope. Deux paramètres d'optimisation sont définis : l'orientation du bicouche orthogonal ( $\theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ) et l'épaisseur relative des deux couches ( $h \in [0.5, 1]$ ). La loi de comportement homogénéisée est obtenue par intégration dans l'épaisseur. Avec ce choix de paramètres d'optimisation, le poids local est constant. Il n'est alors pas nécessaire d'introduire un terme de coût : le critère d'optimisation se réduit alors à la compliance.

### 4.3. Minimisations locales et par sous-domaines

Dans la première étape, les minimisations locales de l'énergie de déformation sont explicites [CHE 97][HAM 99]. Dans la troisième étape, les minimisations par SD (à paramètres constants par sous-domaines) ne sont plus explicites et ont été développées (la minimisation par rapport à l'orientation et la minimisation par rapport à l'épaisseur relative se résument à la résolution de polynômes de degrés inférieurs à 4). On doit donc effectuer une boucle sur ces itérations.



**Figure 1.** Conditions aux limites appliquées au génois

#### 4.4. Optimisation d'un génois

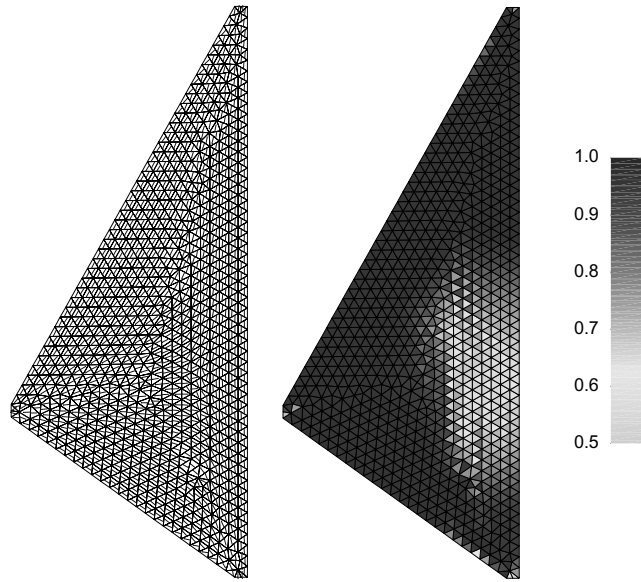
Un génois est modélisé (voir figure 1) comme une structure *plane* encastée au point d'amure et chargée aux point d'écoute et au point de drisse. Des conditions de type glissière sont appliquées sur le guindant. La mise en œuvre numérique a été effectuée en élasticité linéaire 2D sous l'hypothèse de contraintes planes. Nous utilisons le code éléments finis OpenFem sous Scilab. Les résultats de l'optimisation à paramètres distribués (orientation et épaisseur relative) sont présentés dans la figure 2 (dans cette figure le guindant est présenté vertical). A partir de cette répartition, les sous-domaines optimums sont définis à partir de 10 intervalles sur l'orientation et 4 intervalles sur l'épaisseur relative. 12 sous domaines sont ainsi définis. Puis l'optimisation par sous-domaines aboutit aux résultats présentés sur la figure 3. Le critère après l'étape de minimisation par SD augmente de 28% par rapport au critère obtenu après l'étape de minimisation à paramètres distribués.

#### 5. Perspectives

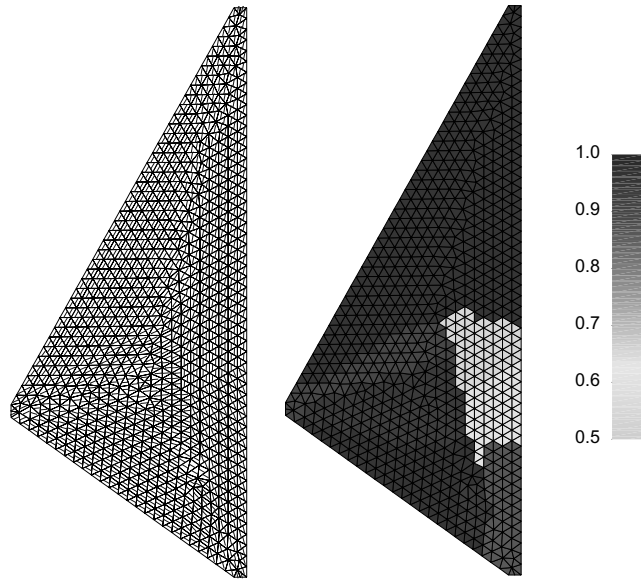
Dans le cadre de la conception optimale de voiles, deux perspectives sont à l'étude : 1. intégration du coût de fabrication dans le critère, 2. modélisation de la voile par une coque-membrane et développement de l'algorithme d'optimisation associé.

#### 6. Bibliographie

- [ALL 93] ALLAIRE G., KHON R., « Optimal design for minimum weight and compliance in plane stress using extremal micro structures », *Eur. J. Mech., A/Solids*, vol. 12, n° 6, 1993, p. 839-878.
- [CHE 97] CHENG G., PEDERSEN P., « On sufficiency conditions for optimal design based on extremum principles of mechanics », *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 45, 1997, p. 135-150.
- [HAM 99] HAMMER V., « Optimal laminate design subject to single membrane loads », *Struct. Optim.*, vol. 17, 1999, p. 65-73.



**Figure 2.** Résultats de la minimisation à paramètres distribués. Figure de gauche : orientations optimales. Figure de droite : épaisseurs relatives optimales.



**Figure 3.** Résultats de la minimisation par sous-domaines optimaux. Figure de gauche : orientations optimales. Figure de droite : épaisseurs relatives optimales.

## Annexe pour le service de fabrication

**Article pour les actes :**

*Colloque National en Calcul des Structures*

**Auteurs :**

*Boris Desmorat* \* — *Mirela Spalatelu* \* — *Vanessa Bohé* \*\*  
*Françoise Léné* \* — *Raphaël Canepa* \*

**Titre de l'article :**

*Optimisation de la forme des sous-domaines d'une structure élastique.  
Application aux voiles de bateaux.*

**Titre abrégé :**

*Optimisation de la forme de sous domaines*

**Traduction du titre :**

*Shape optimization of the sub-domains of an elastic structure. Application  
to boat sails.*

**Date de cette version :**

*17 février 2005*

**Coordonnées des auteurs :**

- téléphone : 01.44.27.71.90
- télécopie : 01.44.27.71.60
- Email : borisdes@ccr.jussieu.fr

**Logiciel utilisé pour la préparation de cet article :**

$\LaTeX$ , avec le fichier de style `article-hermes.cls`,  
version 1.10 du 17/09/2001.

**Formulaire de copyright :**

Joindre le formulaire de copyright signé, récupéré sur le web à l'adresse  
<http://www.hermes-science.com>