



**HAL**  
open science

# Optimisation multi-objectifs en mécanique des structures: Approche basée sur les surfaces de réponse adaptative

Samir Ghanmi, Lamjed Bouazizi, Nouredine Bouhaddi

## ► To cite this version:

Samir Ghanmi, Lamjed Bouazizi, Nouredine Bouhaddi. Optimisation multi-objectifs en mécanique des structures: Approche basée sur les surfaces de réponse adaptative. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01812943

**HAL Id: hal-01812943**

**<https://hal.science/hal-01812943v1>**

Submitted on 12 Jun 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Optimisation multi-objectifs en mécanique des structures : Approche basée sur les surfaces de réponse adaptative

S.Ghanmi \* — M. L. Bouazizi\* — N. Bouhaddi\*\*

\* Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Nabeul, 8000 M'Rezgua, Tunisie

samir.ghanmi@ipein.rnu.tn

lamjed.bouazizi@ipein.rnu.tn

\*\*Institut FEMTO ST UMR 6174, Laboratoire de Mécanique Appliquée R.Chaléat, 24 chemin de l'Epitaphe 25000 Besançon France

noureddine.bouhaddi@univ-fcompte.fr

---

*RÉSUMÉ.* L'optimisation multi-objectifs est un outil d'aide à la décision en conception de structures dans une phase d'avant projet ou de projet. Les procédures fréquemment employées en optimisation nécessitent plusieurs réanalyses qui sont indispensables pour calculer des fonctions performance ou coûts généralisés. Mais, la complexité des modèles et de la modélisation associés (modèles éléments finis de grande taille, modèles non linéaires,...) rend ces réanalyses longues et parfois non envisageables pour des raisons de coût de calcul. Pour surmonter ces difficultés, on propose dans ce papier d'associer l'optimisation multi-objectifs et le calcul approché des fonctions coût basé sur les surfaces de réponses (RSM). Cela consiste à remplacer la réponse complexe de la structure par un polynôme standard, plus simple à utiliser. Ce choix est justifié par le coût d'évaluation minimal des RSM, ce qui engendre une minimisation du coût de calcul lors de l'optimisation.

*ABSTRACT.* Multi-objective optimization is a tool of assistant in design of structures in a pre-project or project step. The procedures frequently employed in optimization, require several reanalysis which are indispensable to calculate generalized cost functions. But, the complexity of models and associated modelling (finite elements models with a large size, non-linear model behaviour...) conducts to long reanalysis and sometimes impossible due to the large calculation costs. To surmount this difficulty, one can propose in this paper to associate multi-objective optimization and the approximate calculation of the cost functions based on the response surfaces methodology (RSM). Indeed, these RSMs consist to replace the complex response of the structure by a standard polynomial, simpler to use. This choice is justified by the minimal cost of evaluation of the RSM, which generates a minimization of the cost of calculation during optimization.

*MOTS CLÉS :* Optimisation, RSM, RSM Adaptative, Sensibilité, Algorithme Génétique

*KEYWORDS :* Optimization, RSM, Meshless method, Sensitivity Analysis, Genetic Algorithm

---

## 1. Introduction

Comme la Méthode des Éléments Finis (MEF) se présente aujourd'hui comme une des méthodes les plus robustes en dynamique des structures, la simulation numérique basée sur cette méthode permet d'obtenir des résultats assez fiables, même si la structure analysée est complexe. En effet, les structures réelles étudiées se sont vues correspondre un équivalent virtuel dont les qualités intrinsèques sont infiniment plus avantageuses. Celui-ci peut en effet être modifié à volonté, au gré du concepteur. Cette démarche est typiquement appliquée lors de l'optimisation pendant laquelle les caractéristiques des modélisations sont modifiées afin d'améliorer certaines grandeurs. Cette approche débouche sur une démarche de conception structurée, qui vient généralement précéder l'étape de construction de ces dispositifs (phase avant projet). Les contraintes pratiques et de coût incitent fortement à recourir au prototype virtuel, pour la conception optimisée de nouveaux dispositifs en mécanique. Mais, la complexité des modèles et de la modélisation associés (modèles éléments finis de grande taille, modèles non linéaires,...) rend les réanalyses pour réactualisation des solutions longues et parfois non envisageables pour des raisons de coût de calcul.

Afin de s'affranchir de ces problèmes, nous proposons dans ce papier l'emploi de deux stratégies d'approximation des fonctions coût dans une procédure d'optimisation multi-objectifs utilisant les Algorithmes Génétiques (AG). La première se base sur l'emploi des RSM standard, la seconde plus performante exploite les polynômes adaptatifs (Ait brik *et al.*, 2005). Ces procédures permettent d'obtenir une bonne approximation de la fonction objectif à travers un métamodèle plus simple à gérer issu de l'application des plans d'expériences (Droesbeke *et al.*, 1997) et (Myers *et al.*, 2002).

La stratégie basée sur les RSM est composée des étapes suivantes : 1°) Le choix a priori de l'ordre du polynôme permettant de fixer la taille du plan d'expériences, 2°) L'entraînement du polynôme par une procédure aléatoire conduisant à l'obtention du polynôme moyen et 3°) La validation finale du polynôme moyen par la méthode d'Hyper Cube Latin (HCL).

La deuxième stratégie est composée des étapes suivantes : 1°) Le choix a priori de la base polynomiale, 2°) La création du domaine discrétisé, 3°) Le choix a priori de la fonction de pondération et 4°) La validation finale du polynôme moyen par la méthode HCL.

Dans le but de diminuer d'avantage les coûts de calcul en réduisant le nombre de paramètres insensibles, nous introduisons la méthode de sensibilité a priori qui se base sur l'exploitation de l'analyse de la variance (ANOVA).

L'intérêt de cette stratégie d'optimisation et ses performances sont mis en évidence sur un exemple mécanique issu de la simulation numérique.

## 2. Optimisation multi – objectifs

D'une façon générale, un problème d'optimisation multi – objectifs est exprimé par l'équation [1]:

$$\min F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x))^T ; \text{s.c. } x \in S \quad [1]$$

Où :  $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$  sont des fonctions coût,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  est le vecteur des  $n$  paramètres d'optimisation,  $S \in R^n$  représente l'ensemble des solutions réalisables et  $F(x)$  est le vecteur des fonctions à optimiser. L'ensemble des solutions Pareto optimales sont celles qui ne sont pas dominées par d'autres solutions. Si on considère un problème de minimisation où  $y, z \in S$  sont deux vecteurs de  $n$  paramètres d'optimisation,  $y$  domine  $z$  noté  $y > z$  si et seulement si  $\forall i \in [1, \dots, n] : f_i(y) \leq f_i(z)$  et  $\exists j \in [1, \dots, n] : f_j(y) < f_j(z)$ .

Pour la recherche des solutions optimales, nous exploitons les algorithmes génétiques (NSGA : Non-dominated Sorting Genetic Algorithm) (Srinivas *et al.*, 1993) qui permettent de mieux explorer l'espace de conception et de couvrir l'ensemble du front de Pareto optimal.

Dans ce qui suit, nous présenterons deux type de métamodélisation qui seront couplées à une étude d'analyse de sensibilité a priori et aux AG pour aboutir à une méthode efficace d'optimisation multi-objectifs.

### 2.1. Métamodélisation par la stratégie RSM

Il s'agit de construire plusieurs métamodèles qui estiment la réponse du système physique suivant un jeu donné de paramètres et d'en déduire le meilleur polynôme. Les étapes constituant la stratégie proposée pour l'obtention du métamodèle adéquat sont résumées comme suit :

1. Choix du nombre de paramètres de conceptions ( $n$ ) ;
2. Plan factoriel complet ;
3. Génération aléatoire de  $k$  polynômes ;
4. Critères statistiques et fréquentiels satisfaits ou retour en 2 ;
5. Calcul du polynôme moyen  $P_m$  ;
6. Génération de  $p$  échantillons par la méthode HCL ;
7. Erreur moyenne de prédiction de  $P_m$  acceptable ou retour en 2.

Les critères de sélection statistiques sont l'erreur MSE qui ne doit pratiquement pas dépasser la valeur 0.09028 (Battaglia *et al.*, 1996) et le coefficient de détermination  $R^2$  qui doit être le plus proche possible de 1 ( $0 < R^2 < 1$ ) (Myers *et al.*, 2002).

## 2.2. Métamodélisation par la stratégie « Meshless »

La deuxième stratégie concerne les surfaces de réponse basées sur les polynômes adaptatifs « Meshless Methods » (Carpinteri et *al.*, 2001) qui consiste à faire l'approximation de la réponse réelle dans le domaine d'étude. Cette stratégie exige une discrétisation fine uniquement au niveau des optimums. Les étapes constituant la stratégie Meshless pour l'obtention du métamodèle adéquat sont résumées comme suit :

1. Création du domaine d'approximation qui est représenté par un hyper cube de dimension égale au nombre  $n$  de paramètres de conception ;
2. Transformation des variables par rapport à 0 et 1, de façon à obtenir un domaine d'étude normalisé ;
3. Discrétisation du domaine par des intervalles réguliers définis par le nombre de points d'approximation souhaités pour chacune de ses directions. Les intersections des intervalles représentent les nœuds utilisés dans l'approximation ;
4. Le choix de la base polynomiale adaptée qui dépend du nombre de paramètres de conception ;
5. Choix de la fonction de pondération qui admet une zone d'influence autour de chaque nœud. Cette zone est définie par une fonction de pondération associée au nœud, possédant un support limité de façon à donner un caractère local à l'approximation.

## 3. Simulation numérique

La structure présentée dans la figure (1) est une plaque encadrée libre. Le MEF comporte 1980 ddls. Le problème multi-objectifs admettant quatre variables de conception (tableau (1)) est défini par deux fonctions coût qui sont :

- 1) La masse totale de la structure à **minimiser**,
- 2) La première fréquence propre à **minimiser**.

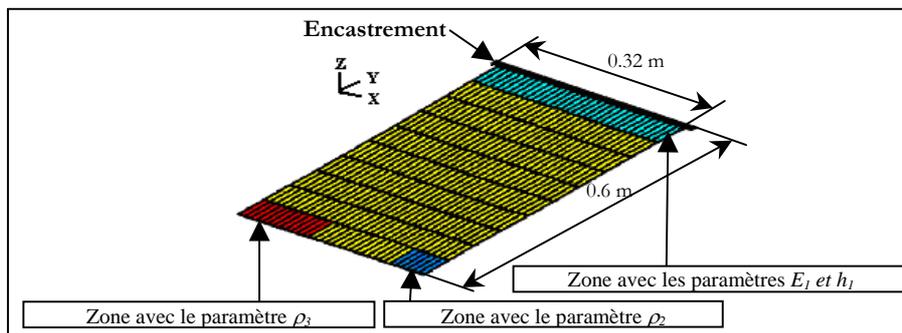


Figure 1. Modèle éléments finis de la plaque

	Valeurs des paramètres	Description
$x_1$	$0.001 \times (1 \pm 50/100)$	$h_1$ : épaisseur de la zone 1 de la plaque [m]
$x_2$	$2.1e11 \times (1 \pm 50/100)$	$E_1$ : module d'Young de la zone 1 de la plaque [N/m <sup>2</sup> ]
$x_3$	$7800 \times (1 \pm 50/100)$	$\rho_2$ : masse volumique de la zone 2 de la plaque [kg/m <sup>3</sup> ]
$x_4$	$7800 \times (1 \pm 50/100)$	$\rho_3$ : masse volumique de la zone 3 de la plaque [kg/m <sup>3</sup> ]

Tableau 1. Définition des paramètres de conception

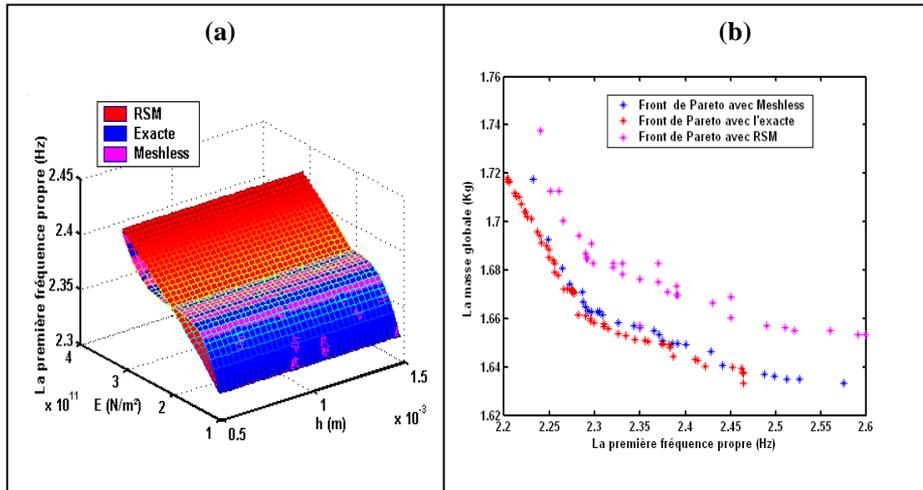


Figure 2. (a) Métamodèles issus des stratégies RSM et Meshless, (b) Le premier front de Pareto – Comparaison des différentes stratégies d'optimisation

	Exact + AG	Stratégie RSM + AG	Stratégie Meshless +AG
$\varepsilon_m / CPU$	$10^{-8}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$

Tableau 2.  $\varepsilon_m / CPU$  : Optimisations : directe, avec RSM et avec Meshless

L'analyse de sensibilité a priori par l'application de l'ANOVA, a permis d'éliminer les deux paramètres de conception ( $\rho_2$  et  $\rho_3$ ) dans le cas de la 2<sup>nd</sup>e fonction objectif sans dégrader la qualité de prédiction. L'application des stratégies RSM et Meshless permet de disposer de deux métamodèles faciles à manipuler. La figure (2-a) montre que la stratégie Meshless s'adapte bien aux problèmes multi modaux alors que la stratégie RSM standard est limitée.

L'optimisation multi-objectifs est effectuée de deux manières : soit à partir des réponses exactes issues du MEF et l'utilisation des AG pour la détermination des

solutions Pareto optimales, soit à partir des réponses issues des métamodèles (RSM, Meshless) et l'utilisation des AG pour la détermination des solutions Pareto optimales. La figure (2-b) montre que les résultats de l'optimisation multi- objectifs par surfaces de réponses sont très probants, en particulier pour la stratégie Meshless. Le tableau (2) qui donne le ratio de qualité  $\varepsilon_m / CPU$  (Précision/temps de calcul) montre que l'utilisation de l'une ou l'autre des stratégies de métamodélisation dans la procédure d'optimisation est plus avantageuse que les calculs sur le modèle de référence (MEF+AG). Il illustre aussi que la stratégie d'optimisation utilisant la métamodélisation Meshless est la plus performante. En effet, le rapport  $\varepsilon_m / CPU$  de cette stratégie est 10 fois plus important conduisant ainsi à un temps de calcul satisfaisant avec une meilleure précision de prédiction.

#### 4. Conclusion

Dans cette étude, nous avons montré que l'utilisation des surfaces de réponse permet d'apporter des solutions aux difficultés posées par les problèmes d'optimisation multi-objectifs, notamment en ce qui concerne le coût de calcul. Nous avons illustré, à travers un exemple, les avantages de la Méthode des surfaces de réponses adaptatives par rapport aux RSM standard dans une procédure d'optimisation multi objectifs utilisant les Algorithmes génétiques et pour calculer l'ensemble des solutions Pareto optimales.

Par ailleurs, l'analyse de sensibilité a priori peut fournir des informations concernant l'influence des paramètres sur les fonctions objectif, et peut ainsi orienter la construction des surfaces de réponse sans dégradation notable de la qualité de la solution du problème d'optimisation.

#### 5. Bibliographie

- Ait brik, B, Ghanmi, S, Bouhaddi. N, Cogan. S., "Robust multiobjective optimization using response surfaces", *23rd International Modal Analysis Conference (IMAC-XXIII)*, Dearborn, USA, Inc., January 2005.
- Battaglia G.J., Maynard J.M, "Mean Square Error: A useful tool for statistical process management", *AMP J. Technol.*, Vol. 34, 1996, p. 1256-1260.
- Carpinteri A, Ferro G, Ventura G, "An augmented Lagrangian element - free (ALEF) approach for crack discontinuities", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*191, 2001, p 941-957.
- Droesbeke. J.J, Fine. J, Saporta. G, *Plans d'expériences: Applications à l'entreprise*, éditions technip, 1997.
- Myers. R.H, Montgomery. D.C, *Response Surface Methodology*, Second Edition, New York, Wiley, 2002.
- Srivinas. N, Deb. K., "Multiobjective Optimization using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms", Technical Report, Department of Mechanical Engineering, Institute of Technology, India, 1993.