



**HAL**  
open science

# Une méthodologie de conception robuste en dynamique des structures

Boubker Ait Brik, Nouredine Bouhaddi, Scott Cogan

► **To cite this version:**

Boubker Ait Brik, Nouredine Bouhaddi, Scott Cogan. Une méthodologie de conception robuste en dynamique des structures. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01812909

**HAL Id: hal-01812909**

**<https://hal.science/hal-01812909>**

Submitted on 11 Jun 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Une méthodologie de conception robuste en dynamique des structures

B. Ait brik — N. Bouhaddi — S. Cogan

*Institut FEMTO ST UMR 6174, Laboratoire de Mécanique Appliquée R.Chaléat  
24 chemin de l'Épitaphe 25000 Besançon France*

*boubker.ait\_brik@edu.univ-fcomte.fr,  
noureddine.bouhaddi@univ-fcomte.fr,  
scott.cogan@univ-fcomte.fr*

---

**RÉSUMÉ.** *Les outils de modélisation et d'optimisation multicritères les plus employés en dynamique des structures reposent sur la méthode des éléments finis et les algorithmes génétiques. Bien que les avancées dans le domaine informatique permettent de traiter des modèles comportant plusieurs millions de degrés de liberté, les coûts de calculs restent un obstacle important dans le cadre de l'optimisation de structures complexes surtout en présence des incertitudes (géométriques, matérielle) sur les paramètres de conception. Il devient alors nécessaire de réduire la taille des modèles en utilisant une base de Ritz robuste.*

**ABSTRACT.** *The tools of modeling and multicriterion optimization the most employed in the structural dynamics rests on the finite element methods and the genetic algorithms. Although the progress in the data-processing field make it possible to treat models comprising several million degrees of freedom, the costs of calculations especially remain a significant obstacle within the framework of the optimization of complex structures in the presence of uncertainties (geometrical, material) on the parameters of design. It then becomes necessary to reduce the size of the models by using a robust base of Ritz*

**MOTS-CLÉS :** *optimisation multi objectifs, Robustesse, incertitudes, condensation robuste.*

**KEYWORDS:** *Multi objective optimisation, Robustness, uncertainties, robust condensation.*

---

## 1. Introduction

Les méthodes d'optimisation multiobjectifs sont aujourd'hui appliquées à plusieurs problèmes en ingénierie pour réduire les coûts et les délais de conception des produits. Elles tiennent une place importante pour résoudre les problèmes multiphysiques et multiobjectifs compte tenu de leur robustesse et de leur facilité de mise en œuvre numérique.

Ces méthodes peuvent être classées en deux grandes catégories : les approches déterministes qui considèrent seulement des valeurs nominales des variables de conception et les approches stochastiques qui prennent en compte des incertitudes sur les variables de conception (Ait brik *et al.*, 2003). En ingénierie mécanique, ces incertitudes sont inhérentes aux défauts de modélisation, aux propriétés mécaniques des matériaux (module d'Young, masse volumique,...), aux processus de fabrication et d'assemblage (épaisseurs de tôles et d'autres variables géométriques)... Dans une phase de conception en avant projet, ces incertitudes sont introduites pour prendre en compte la méconnaissance de certaines variables de conception.

L'utilisation des algorithmes génétiques pour résoudre des problèmes d'optimisation multi objectifs en dynamique des structures est très coûteuse en temps de calcul, Pour résoudre ce problème, nous proposons une méthodologie de conception robuste basée sur le couplage de l'optimisation multi objectifs stochastique avec une méthode de condensation robuste vis-à-vis des modifications structurales et des incertitudes. Pour cela, avant d'entamer la procédure d'optimisation, la structure est préalablement divisée en sous-structure. La première étape consiste à utiliser une base de réduction de type Craig & Bampton standard, qui est ensuite enrichie par des résidus statiques afin que la condensation finale soit robuste par rapport aux modifications et incertitudes sur les paramètres de conception (Masson *et al.*, 2002 et Guedri *et al.*, 2004). Ainsi, au cours de l'optimisation, les évaluations par l'algorithme génétique sont faites sur le modèle condensé robuste.

## 2 Optimisation multi objectif robuste

### 2.1 Robustesse des solutions optimales

Classiquement, la robustesse d'une solution optimale est évaluée à la fin de la procédure d'optimisation déterministe. Cette idée suppose que l'espace de conception déterministe contient les solutions robustes que l'on doit ensuite sélectionner en introduisant des critères stochastiques.

L'idée exploitée dans cet article est différente, car on suppose que la solution à la fois optimale et robuste n'est pas forcément une solution de l'espace déterministe qui doit être enrichi. Pour cela, la robustesse est introduite comme fonction objectif

supplémentaire à maximiser. Cette fonction de robustesse caractérise la dispersion de chaque fonction coût originale. Ainsi, à cours de l'optimisation, La fonction robustesse  $f^v$  d'une fonction coût  $f$  est définie par :

$$f^v = \left( \frac{\sigma_f}{\mu_f} \right)^{-1} \quad [1]$$

Le rapport  $\sigma_f / \mu_f$  désigne la dispersion ou la fonction vulnérabilité  $f^v$  de  $f$  où :  $\mu_f = E(f)$  et  $\sigma_f = E((E(f) - f)^2)$  sont respectivement la moyenne et l'écart type calculés sur l'ensemble des échantillons  $(f_i)_{1 \leq i \leq N}$  d'une fonction  $f$ . Par conséquent, le problème d'optimisation multi objectifs initial défini sous la forme :

$$\begin{cases} \text{Min}_x F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)) \\ \text{avec } x \in C \end{cases} \quad [2]$$

est transformé en un problème d'optimisation multi-objectifs stochastique posé de la manière suivante :

$$\begin{cases} \text{Min}_x F(x) = (f_1(x), f_1^v(x), f_2(x), f_2^v(x), \dots, f_m(x), f_m^v(x)) \\ \text{avec } x \text{ variable aléatoire } \in C \end{cases} \quad [3]$$

Une solution robuste vis-à-vis des incertitudes est celle qui permet de minimiser simultanément les fonctions coûts initiales  $F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))$  et de maximiser leurs robustesses  $F^r(x) = (f_1(x), f_1^v(x), f_2(x), f_2^v(x), \dots, f_m(x), f_m^v(x))$  (ou de minimiser leurs vulnérabilités).

## 2.2 Condensation robuste vis-à-vis des incertitudes sur les paramètres de conception

Le modèle aléatoire condensé par une base de réduction du modèle nominal  $T_0$  s'écrit, sous la forme :

$$Z_0^c(\omega)U^c(\omega, \theta) = f_\Delta^c(\omega, \theta) + f_e^c(\omega) \quad [4]$$

$Z_0^c = T_0^T Z_0(\omega) T_0 = (-\omega^2 M_0^c + K_0^c)$  est la matrice moyenne de raideur dynamique condensée;  $f_\Delta^c(\omega, \theta) = -\Delta Z^c(\omega, \theta) U^c(\omega, \theta)$  est le vecteur condensé des forces aléatoires,  $f_e^c(\omega)$ , le vecteur condensé des forces appliquées.

La base de condensation enrichie  $T$  est construite à l'aide de la base de condensation  $T_0$  et des déplacements statiques  $R f_\Delta$  associés à une suite de chargements statiques  $F_\Delta$  représentatifs des perturbations  $\Delta Z(\omega, \theta)$  :

$$T = [T_0 \quad \Delta T] ; \quad \Delta T = R f_\Delta \quad [5]$$

où :  $\Delta T = E\{R_\Delta(\theta)\}$  est la variation inconnue de la base due au terme stochastique  $\Delta Z$  ( $E$  présente le 1<sup>er</sup> moment ;  $R_\Delta(\theta)$  est la base des vecteurs statiques aléatoires :  $R_\Delta(\theta) = R F_\Delta(\theta)$  avec :  $R = K_0^{-1} - Y \Lambda^{-1} Y^T$  la matrice des résidus statiques du modèle nominal). Sous cette forme  $T$ , la base de condensation enrichie permet d'éviter la réactualisation du modèle nominale dans le processus d'optimisation.

### 3. Exemple académique

L'exemple proposé (figure 1) est une structure composée d'une plaque renforcée par 5 raidisseurs. La structure est discrétisé par des éléments coques ; le modèle éléments finis comporte 12000 ddls.

Les dimensions géométriques de la plaque sont :

Rayon interne  $R=300$ (mm), largeur  $l=310$ (mm), longueur = 740 (mm). La hauteur de chaque raidisseur  $h=60$  (mm),  $E = 2,1 \times 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>,  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup>;  $\nu$  (coefficient de Poisson) = 0.3.

L'analyse dynamique est réalisée dans la bande fréquentielle [0-1000Hz] comportant les 10 premiers modes globaux. On considère 2 zones de la structure globale avec 2 paramètres de conception incertains par zones ( $E$  et  $\rho$  (Figure 1).

Par la méthode de condensation de Craig & Bampton enrichie (notée CBE), le module initial à 12000 ddls est ramené à un modèle condensé robuste à 600 ddls.

Les paramètres d'optimisation multi objectifs robuste pour les deux sous structures sont présenté dans le tableau 1. Pour l'évaluation de la robustesse nous considérons que ces variables suivent une loi normale de moyennes égales à leurs valeurs nominales et un écart type égal à  $3\sigma$ .

Paramètres	Valeurs nominales	Variations
Module de Young (ss1 et ss2)	$2.1 \times 10^{11}$ N/m <sup>2</sup>	70 %
Densité (ss1 et ss2)	7800 Kg/m <sup>3</sup>	60 %

Tableau 1. Paramètres incertains (paramètres d'optimisation)

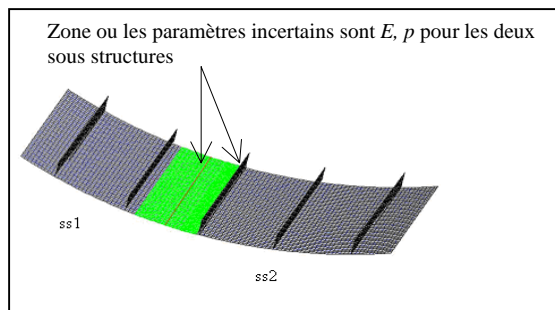


Figure 1. La structure globale divisée en 2 sous structures. Zones de définition des paramètres incertains d'optimisation

Le problème d'optimisation multi objectifs stochastique consiste ici à optimiser deux fonctions coûts : 1) Minimiser la masse totale, 2) Maximiser la première fréquence propre.

Les paramètres d'optimisation sont défini par les 4 paramètres incertains (tableau 1). Pour valider La méthode proposée, nous comparons les solutions optimales (Front de Pareto) issues d'un un calcul exact sans condensation de modèle et les solutions optimales issues de l'optimisation utilisant sur la condensation enrichie.

Les paramètres de l'algorithme génétique sont : la taille de la population (50), le nombre total de générations (100), la probabilité de croisement (0.8), la probabilité de mutation (0.15), le coefficient de Sharing =0.2.

Après convergence, les fronts de Pareto optimal (sans condensation (111 solutions), avec condensation de Craig-Bampton classique (34 solutions) et avec condensation de Craig-Bampton enrichie (110 solutions)) sont présentés dans la figure 2. Une 2ème comparaison en terme de performance est ensuite effectuée (tableau 2).

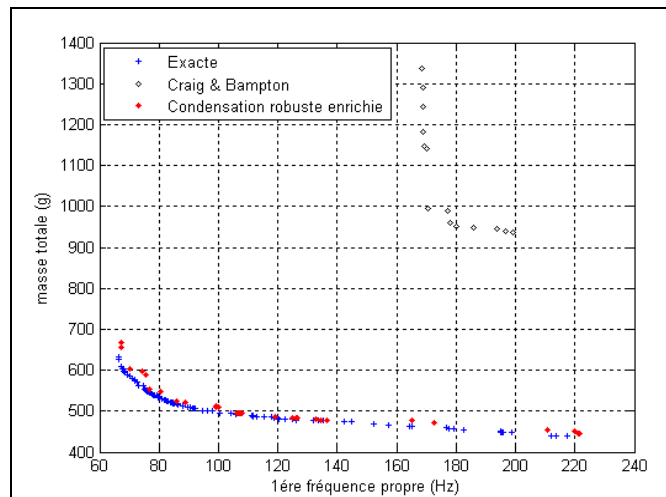
	CPU (heures)
	100 générations
Optimisation exacte	72
Optimisation avec base robuste	6

Tableau 2. Performance des méthodes d'optimisation

#### 4 Conclusion

Dans cet article on propose une méthodologie de conception robuste qui consiste à intégrer un modèle condensé robuste dans un processus d'optimisation multi objectifs stochastiques. Cette méthodologie permet de prendre en compte les incertitudes sur les paramètres de conception et de réduire efficacement la taille du modèle sans dégradation des solutions optimales.

Cette méthode constitue une alternative intéressante pour optimiser efficacement des structures mécaniques complexes dont les modèles éléments finis sont de grande taille et dont le nombre de paramètres de conception est important.



**Figure 2.** Fronts de Pareto optimal issus de différentes approches d'optimisation

## 5. Bibliographie

- Ait brik B., Cogan S., Bouhaddi N., Multiobjective Optimisation with Robustness and Uncertainty, *proceeding of The Seventh International Conference on the Application of Artificial Intelligence to civil and Structural Engineering*, B.H.V. Topping (Editor), Civil-Comp Press, Stirling, Scotland., 2-4 September 2003
- Guedri M., Majed R., Bouhaddi N., Coupling Stochastic Finite Elements – Robust Condensation Methods in Optimization of Structures. *Proceedings of the XXIIIth International Modal Analysis Conference (IMAC)* Paper 301. Dearborn, Michigan. January 2004
- Masson G., Cogan S., Bouhaddi N., Bonini J., Parametrized reduced models for efficient optimization of structural dynamic behaviour, *43<sup>rd</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, paper n° 1392, Denver, 22-25 april, 2002
- Srivinas N., Deb K., Multiobjective Optimization using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms, *Technical Report, Departement of Mechanical Engineering, Institute of Technology*, India, 1993