



**HAL**  
open science

## Un essai d'analyse des pratiques effectvies en classe de seconde ou comment un enseignant fait "fréquenter" les mathématiques à ses élèves pendant la classe ?

Christophe Hache, Aline Robert

### ► To cite this version:

Christophe Hache, Aline Robert. Un essai d'analyse des pratiques effectvies en classe de seconde ou comment un enseignant fait "fréquenter" les mathématiques à ses élèves pendant la classe ?. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 1997, 17 (3), pp.103-150. hal-01810526

**HAL Id: hal-01810526**

**<https://hal.science/hal-01810526>**

Submitted on 24 Jun 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UN ESSAI D'ANALYSE DE PRATIQUES EFFECTIVES  
EN CLASSE DE SECONDE, OU COMMENT UN ENSEIGNANT  
FAIT « FRÉQUENTER » LES MATHÉMATIQUES  
À SES ÉLÈVES PENDANT LA CLASSE ?

Christophe Hache \* et Aline Robert \*\*

ABSTRACT

In this paper, we first justify our choice of analysing teachers' practice in the first year of highschool (age 15-16); we follow a dual approach to study the relationship between teaching and learning, while examining, in a complementary way, teaching sequences proposed to students and, through the analysis of teachers' discourse, the way they are implemented locally in classroom.

Our methodology consist in cutting each teaching session into different episodes and in analysing the discourse of the teachers for each episode. One episode is characterised by the role it plays in students' activities, the discourse is analysed according to three directions : its function (the way the mathematical content is introduced to the students, in a purely informative manner or with more comments), its goal (which specifies the level of « decontextualisation » of the mathematical content involved), and its terms (which measure the distance between the discourse analysed and the strictly mathematical discourse).

We present local analyses of four teaching sessions about the introduction of vectors, from which we are able to reduce a few hypotheses. Informative discourse predominates in this type of session ; the idea the teacher has about the task proposed to students in an episode plays a predictive part in teachers discourse (if a task is considered as easy by a teacher, it seems to have a consequence in the terms of its discourse which will be more distant). This leads us to confirm a hypothesis – already met in the literature – about the importance of predictions made by teachers on the nature of their discourse during a teaching session.

Finally, we draw out, in a prospective aim, a few (caricatural) examples of types of surrounding teachers may create in their classroom : that of « animated mathematics », characterised essentially by the prominence of direct discourse, information, scenarios closely related to what is proposed in the textbook, and very few questions ; that of « commented mathematics », when the teacher transforms the mathematics he presents much more in his discourse, builds more precise scenarios that what is offered in the textbooks, asks the students many questions ; and finally that of « visible mathematics », which is more difficult to describe.

---

\* Moniteur à l'université de Versailles, chercheur de l'équipe Didirem.

\*\* Professeur à l'IUFM de Versailles, chercheur de l'équipe Didirem.

## RESUMEN

En este artículo justificamos nuestra elección de analizar las prácticas de docentes en el liceo (clase de «secunda» alumnos de 15-16 años) Proponemos una perspectiva «mixta» para estudiar las relaciones entre enseñanza-aprendizaje. Analizamos complementariamente: las situaciones propuestas a los alumnos y la manera que los docentes utilizan para animarlas a partir de sus discursos.

En consecuencia, la metodología consiste en identificar «episodios» y examinar el discurso al interior de esta unidad. Los episodios están caracterizados por el lugar que ocupan en las actividades de los alumnos (según las situaciones). Se analizan los discursos a partir de tres dimensiones: *a*) función (permite aprehender la forma de presentación de las matemáticas: como información o con comentarios adicionales), *b*) objeto (precisión sobre el grado de descontextualización de los objetos matemáticos tratados) y *c*) el texto exacto de la alocución (mide la distancia entre el discurso presentado y el discurso estrictamente matemático).

El análisis de cuatro lecciones sobre la introducción de vectores permite inferir algunas hipótesis: la predominancia de la información (que ponemos en relación o con contenidos precisos), la predicción que el docente realiza sobre la tarea propuesta al interior de un episodio (una tarea reputada fácil autoriza una cierta distancia en cuanto al tipo de discurso utilizado). Estos hechos refuerzan la hipótesis avanzada en otros trabajos sobre la importancia de las previsiones que se forjan los docentes sobre la naturaleza de sus discursos en las lecciones. Proponemos a título prospectivo, ejemplos (caricaturales) de «tipos de universo» que los docentes construyen en relación con sus clases: «las matemáticas animadas», caracterizado por un discurso diéctico, gran cantidad de informaciones y escenarios próximos de los propuestos por los manuales; «las matemáticas comentadas», el docente transforma significativamente en su discurso las matemáticas que presenta, elabora escenarios más precisos que los presentados por los manuales e interroga con frecuencia los alumnos. El tercer universo sería el de «las matemáticas aparentes» cuyas características son difíciles a determinar.

## RÉSUMÉ

Dans cet article nous justifions d'abord notre parti pris d'analyser les pratiques des enseignants en classe de seconde: c'est en effet une perspective «mixte» que nous avons adoptée pour étudier les rapports enseignement / apprentissage, à savoir la prise en compte complémentaire des situations proposées aux élèves et de la manière dont les enseignants les animent localement en classe par leur discours.

Notre méthodologie s'en déduit, qui consiste à analyser ce discours pour chaque épisode repéré dans le déroulement de la séance. Les épisodes sont caractérisés par la place qu'ils occupent dans les activités des élèves (point de vue des situations), les discours sont analysés selon trois dimensions, leur fonction (qui permet de rendre compte de la manière dont les mathématiques sont présentées aux élèves, sous forme d'information ou avec plus de commentaires), leur objet (qui précise le degré de décontextualisation des mathématiques concernées), et leur teneur (qui mesure la distance du discours tenu au discours strictement mathématique).

Des analyses locales de quatre séances sur l'introduction des vecteurs en seconde que nous présentons, nous pouvons inférer quelques hypothèses : la prédominance de l'information (que nous mettons en rapport avec les contenus précis en cause), la nature prédictive de l'idée que l'enseignant se fait de la tâche concernée dans un épisode (une tâche estimée facile semble autoriser une certaine prise de distance, par exemple dans la teneur du discours utilisé). Cela amène à renforcer l'hypothèse déjà rencontrée dans la littérature de l'importance des prévisions des enseignants sur la nature de leur discours pendant la classe. Enfin nous dégageons, à titre prospectif, des exemples (caricaturaux) de type d'univers que les enseignants peuvent construire dans leurs classes : celui des « mathématiques animées », caractérisé notamment par beaucoup de discours direct, beaucoup d'informations, des scénarios proches de ce qui est proposé dans le manuel, peu de questions ; celui des « mathématiques commentées », où l'enseignant transforme beaucoup plus dans son discours les mathématiques qu'il présente, élabore des scénarios plus précis que ceux des manuels, questionne beaucoup les élèves ; et celui des « mathématiques apparentes », plus difficile à cerner.



Notre projet de recherche est, à terme, de comprendre ce qui se passe pour les élèves en classe de mathématiques, et donc d'analyser, voire d'interpréter ou d'expliquer les rapports entre l'enseignement d'un contenu donné et son apprentissage, au niveau du lycée. Pourquoi donc étudier, dans ce cadre, même partiellement, les pratiques effectives des enseignants en classe ?

Soulignons que notre perspective n'est pas liée ici à la formation des enseignants mais bien encore à la compréhension de ce qui se joue en classe. Nos analyses se font sur le déroulement en temps réel, et nécessitent une centration sur le sujet « enseignant » qui se traduit par une étude de ses pratiques dans la classe<sup>1</sup>. De plus des outils spécifiques sont choisis pour analyser les discours en classe de telle sorte que nous puissions obtenir les informations recherchées.

Le choix de la classe de seconde<sup>2</sup> n'est pas neutre dans ce travail. Dernière classe différenciée (sans réelle spécialisation), ce niveau de scolarité n'est pas atteint par tous les élèves mais presque. Il y a donc encore un intérêt d'ordre général à se placer à ce niveau, il y a même un enjeu social à la réussite des élèves qui l'atteignent.

Mais ce niveau se distingue de ce qui peut s'étudier au collège au sens où on a un accès particulier, en quelque sorte dégagé, aux phénomènes propres au strict apprentissage des mathématiques. On peut considérer que l'outillage cognitif de base de ces élèves, de 15-16 ans, est à peu près construit (en nous référant aux travaux sur le développement de Piaget par exemple). Ces élèves savent déjà des mathématiques, sur lesquelles il ne peut être question de revenir, sur lesquelles on s'appuie. Les problèmes de chahut et de discipline s'atténuent, il est plus strictement question de mathématiques pendant les cours. Enfin ces mathématiques commencent à ressembler à celles du mathématicien, en particulier le recours aux démonstrations et à un certain formalisme font banalement partie des activités attendues.

Dans les deux premières parties de cet article, nous précisons notre problématique et nous présentons la démarche méthodologique que nous proposons de suivre. Dans la troisième partie nous montrons les premiers résultats de nos analyses sur 4 séances d'introduction aux vecteurs en classe de seconde.

---

1. C'est-à-dire tout ce que dit et fait l'enseignant dans la classe compte tenu des choix et des décisions explicites. Il ne s'agit que de la partie émergée de l'iceberg « pratiques enseignantes » qui regroupe l'ensemble des activités des enseignants qui aboutissent à ce qui se passe en classe.

Il y a en fait une restriction importante dans notre acception du mot « pratiques dans la classe » : nous n'étudions pas la gestuelle de l'enseignant, ni ses mimiques par exemple, nous ne tenons compte que des contenus proposés avec leur gestion, et des accompagnements discursifs du temps de la classe.

2. Elèves de 15-16 ans.

## I. PROBLÉMATIQUE DE LA RECHERCHE

### A) L'importance des situations proposées aux apprenants : fondamentale, mais à compléter

Si on s'appuie principalement sur l'hypothèse<sup>3</sup> que l'apprentissage des élèves est d'abord fonction des situations qu'ils rencontrent, notamment en classe, l'étude de ces situations doit permettre de bien analyser, pour une classe et un contenu donnés, les conditions de cette rencontre et d'anticiper sur les apprentissages d'une bonne partie des élèves. Dans cette perspective, il s'agit de préciser le scénario proposé aux élèves, en termes d'une suite organisée de tâches et d'activités, et de repérer les moments d'exposition des connaissances, avec leur gestion. En fait cela traduit la spécification aux mathématiques des théories de types constructivistes et interactionnistes.

Ce point de vue amène le chercheur à analyser a priori les situations<sup>4</sup> (en termes de contenus et de prévisions de gestion) et éventuellement à interpréter les données qu'on peut recueillir en observant dans la classe, en fonction des choix reconstitués a priori. En général les questions suivantes sont examinées : d'une part en termes de contenus stricts et de tâches, on se demande si les notions mathématiques visées sont mises en fonctionnement par les élèves comme outils ou comme objets, outils implicites ou non, dans quel ordre, s'il y a des changements de cadres ; d'autre part en termes d'activités, on se demande s'il y a eu dévolution des situations aux élèves, si l'enseignant a respecté les phases de travail personnel des élèves<sup>5</sup>, puis dans quelle mesure il s'est appuyé ensuite sur les activités effectives des élèves pour institutionnaliser. On dégage également les diverses contraintes attachées aux séances analysées, ainsi que des facteurs pouvant faire intervenir le contrat didactique.

Ce type de recherches, avec les analyses correspondantes nous semblent indispensables pour étudier ce qui se joue en classe en termes de rapport entre enseignement et apprentissage. Mais différentes restrictions que nous allons exposer maintenant vont nous amener à les compléter.

#### Restrictions a priori

On peut se demander dans quelle mesure les caractères relativement globaux des analyses précédentes permettent d'aborder complètement

3. classique en didactique des mathématiques, notamment dans les travaux se référant à la théorie des situations de G. Brousseau.

4. Les analyses correspondantes s'adaptent particulièrement bien aux séquences conçues pour les premières ingénieries des travaux de didactique, mais les outils mis en place peuvent aussi servir à analyser des séances ordinaires.

5. En termes d'action, de formulation et de validation par exemple s'il s'agit d'une ingénierie didactique.

des questions comme celle-ci : est-ce que deux enseignements basés sur la même séquence, et en respectant globalement l'économie attendue, auront les mêmes « effets » sur les élèves quels que soient les discours particuliers tenus ?

Ensuite, certains contenus se prêtent bien à des gestions de séances adaptées aux analyses précédentes, notamment ceux pour les quels les élèves peuvent construire eux-mêmes une partie des connaissances visées. Mais d'autres contenus semblent difficiles à aborder en classe de cette façon, notamment au niveau du lycée (Robert 1997). De ce fait, si les outils d'investigation du chercheur que nous avons cités (scénario, tâches, activités) peuvent encore être utilisés, les analyses interprétatives doivent être modifiées : on peut en effet être amené à étudier d'autres types de scénario mis en place par les enseignants, utilisant d'autres leviers, par exemple d'ordre métamathématique (Dorier, 1997). Cette utilisation se révèle, selon les cas, dans la chronologie et les contenus des exercices proposés, et/ou dans certaines interventions spécifiques orales ou écrites de l'enseignant.

Enfin, plus généralement, ces analyses ne sont pas faites pour prendre en compte a priori les différences entre élèves, ce qui est une forte restriction à nos objectifs, notamment compte tenu des « nouveaux lycéens » selon les termes de Bautier et Rochex (1996). Ces chercheurs, qui travaillent en particulier sur l'enseignement du français, insistent beaucoup sur certains dysfonctionnements qu'ils ont pu mettre en évidence, notamment chez des élèves en difficulté en seconde : ce sont les différences entre les tâches effectuées et les activités réelles des élèves pendant l'effectuation de la tâche. Ils ont pu repérer que ces activités ne sont pas toujours celles qui sont attendues par l'enseignant, dans un objectif cognitif, même si les effectuations semblent correctes. Ils ont mis en rapport ce constat et des caractéristiques assez générales de ces élèves, comme leur rapport au savoir ou encore la posture intellectuelle qu'ils adoptent pendant leur travail scolaire.

Comme ces phénomènes ne concernent pas tous les élèves d'une classe (ou rarement), les analyses, relativement génériques, en termes de contenus et de déroulement global prévu pour provoquer « un » apprentissage, ne sont pas faites pour rendre compte, au moins a priori, de différences entre élèves qui nous intéressent pourtant.

### **Restrictions expérimentales : un terrain qui « rentre » mal dans ce cadre**

Il se trouve en effet que les séances de mathématiques que nous avons été amenés à étudier comportent beaucoup de moments du type « cours dialogué », difficiles à décrire en termes de situations, d'autant plus que l'objet du dialogue peut être aussi bien un exercice qu'une exposition explicite de connaissances. On trouve dans ces séances extrêmement peu de situations adidactiques, voire même de moments adidactiques, et peu de problèmes consistants cherchés en classe (un résultat analogue



est pointé dans Perrin, 1997). Tout est mélangé et très découpé. Les élèves réagissent de manière diverse. Apparemment certains élèves apprennent, d'autres moins. Nous pouvons certes mettre en œuvre nos premiers outils pour comprendre globalement ce qui leur est proposé mais il nous manque, nous semble-t-il, d'autres analyses qui prendraient en compte d'autres facteurs qui peuvent contribuer à l'apprentissage, éventuellement de façon différenciatrice.

## **B) L'importance des médiations : un regard complémentaire**

Beaucoup d'auteurs, s'inspirant notamment des théories de Vygotski, adoptent l'hypothèse que d'autres éléments, de l'ordre des médiations, jouent aussi sur les apprentissages (Boero, 1994 ; Dumas Carré et Weil-Barais, 1997 ; Pastré, 1996 ; Vergnaud, 1994). Médiations collectives et/ou symboliques – portées par les échanges en classe, et par l'utilisation de divers systèmes sémiotiques (dont le langage oral).

Ces auteurs estiment que l'enseignant peut – ou non – apporter quelque chose aux élèves à côté de (et même avant) leur construction individuelle des connaissances, ils pensent que ce que l'enseignant dit aux élèves, ou écrit, selon le moment où c'est fait, peut contribuer notamment à la mise en place chez les élèves des « représentations » des concepts visés (au sens de Vygotski, 1985, qui utilise aussi les mots de préconcepts, pseudo-concepts ou complexes). Ce sont ces « intermédiaires » mentaux, qui peuvent fonctionner en partie comme des concepts, qui seront ensuite transformés par les élèves en concepts, une fois « désenglués »<sup>6</sup> des situations dans lesquelles ils sont apparus, et placés dans les systèmes de concepts auxquels ils appartiennent.

Il peut donc être intéressant d'analyser aussi les formes des échanges en classe, c'est-à-dire de tenir compte des caractères sémiotiques de ce qui se joue explicitement en classe entre l'enseignant et les élèves, compte tenu des mathématiques en jeu. Cela concerne le rapport entre les contenus et la qualité des interventions locales des enseignants.

Nous pouvons encore préciser ces hypothèses en nous plaçant dans la perspective cognitive de Vergnaud. L'objectif et le témoin d'un apprentissage s'exprime en terme de conceptualisation des notions mathématiques, ce qui nous amène à mettre en correspondance conceptualisation et décontextualisation des connaissances<sup>7</sup>. Seulement, en suivant Vygotski, nous proposons de ne parler de conceptualisation que s'il y a généralisation à partir de mises en fonctionnement isolées et intégration de la notion dans le système des concepts déjà (en partie) en

6. Selon l'expression de Pastré (Pastré 1996).

7. Au sens d'identifier et de connaître « des notions et des théorèmes faisant partie d'un corpus scientifiquement reconnu », selon les termes de R. Douady (1994). Cet auteur parle alors de statut d'objet de la connaissance mathématique.

place. Autrement dit, si l'élève a accès au caractère objet de la notion, mais aussi s'il peut l'utiliser comme outil<sup>8</sup> de diverses manières, compte tenu de ses connaissances actuelles. De ce fait, l'enseignant peut aussi intervenir dans la transformation des représentations en concepts, non seulement dans la généralisation mais encore dans la nécessaire réorganisation qui doit avoir lieu.

Quelles peuvent être alors ces médiations en classe de mathématiques, et comment les percevoir ?

*On pense d'abord*, de manière un peu grossière, à tous les discours en classe, traduisant les ajouts de l'enseignant aux contenus strictement mathématiques et à tous les échanges, plus ou moins directs.

Par exemple les élèves peuvent ne pas réagir (réfléchir) de la même manière au moment de la résolution d'un exercice donné, suite à un type de discours ou à un autre. Les objectifs d'un exercice peuvent ou non leur apparaître selon les explicitations de l'enseignant, les indications qu'il rajoute, les sollicitations faites à la classe, les réactions de certains élèves entre eux, les ajustements individuels que l'enseignant improvise (Goigoux<sup>9</sup>, 1997), ou même selon ce que l'élève lui-même a construit comme rapport au savoir (Charlot, Bautier, Rochex, 1992).

Autre exemple : si l'enseignant fait varier des éléments d'une définition, ou fait réfléchir à la négation d'une propriété, même de manière qualitative, on peut se demander si cette forme de médiation n'aide pas certains élèves, qui n'ont pas spontanément ce type d'initiative intellectuelle mais qui peuvent s'en emparer à certains moments propices.

Dernier exemple : selon l'organisation des dialectiques entre les discours décontextualisés et les activités des élèves sur des exercices, les généralisations et réorganisations attendues peuvent être plus ou moins explicites, plus ou moins transparentes.

*On peut penser aussi à des caractères internes du discours*, liés aux différentes formes symboliques des mathématiques, nous y reviendrons.

Il ne s'agit pas de retomber dans l'illusion de la transmission directe des idées entre l'enseignant et les élèves, simplement par l'écoute, mais de tenir compte des modes de communication du savoir dans les phénomènes d'apprentissage.

Dans ces conditions, nous avons fait l'hypothèse qu'il peut être utile pour interpréter les apprentissages de tenir compte de certaines caractéristiques locales des discours enseignants tenus en classe, qui s'appa-

---

8. Une utilisation de notions mathématiques dans un contexte particulier est une utilisation du caractère outil de la notion, selon R. Douady (1994). Nous parlerons de contextualisation d'une notion pour indiquer une utilisation de la notion comme outil dans un contexte particulier, activité, exercice ou problème.

9. L'auteur montre que la qualité de l'ajustement dépend de ce que sait l'élève, de la distance aux connaissances visées (en maternelle) – document non publié.

rentent en effet à ce que nous aurions envie d'appeler « médiations », et qui transparaissent notamment dans le discours détaillé de l'enseignant.

### **C) Une approche globale : l'univers proposé aux élèves par l'enseignant**

Les considérations précédentes nous ont amenés à tenter de reconstituer non seulement les contenus auxquels sont confrontés les élèves, avec leur gestion globale, mais d'y intégrer des aspects plus sémiotiques, concernant la forme que prennent en classe la présentation même de ces contenus. Cela nous conduit à étudier tout spécialement les échanges entre les partenaires en présence, et d'abord le discours de l'enseignant.

Il s'agit de tenir compte de la variabilité de ces formes de discours avec l'hypothèse que les médiations correspondantes peuvent elles aussi, au sein des scénarios, contribuer à engendrer, à terme, des effets différents. Dans le présent travail, nous n'abordons pas du tout les effets sur les élèves

Pour donner un nom à ce que nous cherchons, nous avons appelé ainsi « univers » d'une séance, pour un enseignant et une classe, l'ensemble formé par le contenu, la gestion, et les formes que prennent les échanges dans la classe (à travers le discours de l'enseignant).

Ainsi ce sont les mathématiques en jeu dans la séance, les formes du travail proposé aux élèves, et les natures des discours correspondants tenus par l'enseignant (seul ou pendant les échanges avec la classe) qui vont être l'objet des analyses que nous proposons. Cela nous sert à dresser un tableau de ce que nous retenons de la manière dont l'enseignant fait fréquenter les mathématiques à ses élèves en classe, caractérisé comme un « univers ».

Mais il nous manque encore de préciser ce que nous retenons des discours pour nos analyses.

### **D) Quelles analyses locales rajouter ?**

Comment compléter les renseignements sur les contenus et la gestion globale ? Qu'est-ce qui peut entrer en ligne de compte pour aider à faire saisir à l'observateur que nous sommes ce que l'enseignant « ajoute », ce que l'élève peut entendre, ce qui pourrait influencer ses activités réelles, en un mot les médiations que l'enseignant lui propose ? Nous allons préciser maintenant ce que nous indiquions ci-dessus de manière générale (une description plus fine sera faite au paragraphe II C), en justifiant nos catégories, même si un certain pragmatisme a orienté nos choix.

– Une première idée assez banale, pour repérer ce qu'ajoute l'enseignant au discours purement mathématique qui sous-tend ses propos, est d'analyser les *fonctions* des diverses phrases du discours, telles que nous les reconstituons à la lecture de la transcription (aidés par une visualisation vidéo).

L'enseignant intervient en effet oralement, dans un contexte précis, et ses phrases sont censées apporter quelque chose aux élèves, les informer, leur montrer ce qu'on attend d'eux, les aider, leur expliquer ; par exemple en indiquant la suite des opérations à effectuer dans un exercice, en apportant un éclaircissement, ou en répondant à une question, ou encore en exposant des éléments de savoirs, etc.

Autrement dit les interventions de l'enseignant remplissent une fonction assez précise dans la relation que l'enseignant établit par ses paroles, entre les mathématiques et les élèves, à un moment donné, compte tenu de ce qui est en train de se jouer. Reprenant une catégorisation déjà utilisée en ergonomie pour décrire des dialogues d'opérateurs collaborant sur une même tâche, nous avons distingué les trois grandes fonctions suivantes.

L'information : exposition de données, sous toutes les formes possibles, que ce soient des théorèmes, des définitions, des résultats ou des évaluations de résultats d'élèves. L'enseignant présente, purement et simplement, les ingrédients dont il a besoin (voir plus loin pour des exemples plus détaillés).

La structuration : organisation de données, supposée aider les élèves. L'enseignant ajoute des éléments, pour organiser ces ingrédients (dans le temps, ou dans la mémoire, ou dans tout autre système). Nous parlerons de structuration, si c'est fait sans argument, sans commentaire.

Et l'argumentation-réflexion : commentaires ou arguments plus ou moins raisonnés sur les données, supposées peut-être faire plus réfléchir les élèves. Il y a dans ces dernières catégories des éléments dont on peut penser qu'ils participent des médiations que nous recherchons.

– Nous sommes ensuite partis de l'idée déjà citée (notes 7 et 8) qu'en mathématiques un des enjeux essentiels de la démarche est celui de la contextualisation/décontextualisation, mais sous des formes très diverses, ce qui ne le rend pas toujours bien identifiable.

Nous nous sommes donc attachés à chercher comment l'enseignant gère localement ce jeu, à quel moment il parle de mathématiques en toute généralité, ou de mathématiques spécifiées à l'exercice en train d'être fait. C'est ce que la deuxième dimension retenue traduit, ce que nous avons appelé l'*objet du discours*<sup>10</sup>.

Nous avons ajouté aux deux catégories précédentes une troisième : le lien entre mathématiques contextualisées et décontextualisées, qui peut être de différentes formes. A certains moments, il s'agit de mettre en fonctionnement des notions qui ont été présentées de manière générale. A d'autres moments il s'agit au contraire d'extraire d'un fonctionnement très particulier une propriété générale. Mais dans aucun cas le lien particulier/général n'est exactement le même : une fois on se place dans un cadre donné, une autre fois on oublie une partie de l'infor-

10. Ce mot « objet » n'a aucun rapport avec le mot introduit par R. Douady à propos de concept mathématique.

mation, etc. Les distinctions sont souvent floues : on n'utilise jamais uniquement ce qui concerne une notion, il y a toujours d'autres éléments en cause, anciens et supposés connus, ou nouveaux eux aussi.

Rajoutons à ce propos que les commentaires de l'enseignant peuvent contribuer aussi à éclaircir ce jeu pour les élèves, à l'explicitier, dans ses diverses manifestations. D'où l'intérêt de croiser « objet » et « fonction » du discours.

– Enfin, sur un autre plan, on peut se demander si le langage mathématique « strict », avec ses mots spécifiques, précis, particuliers, est entendu par tous les élèves de la même façon. En effet ce n'est pas un langage banal de « communication », même s'il peut décrire des actions mathématiques, et ce mieux que le langage ordinaire. Dans cette mesure nous nous sommes demandés si (et quand) les enseignants utilisaient plutôt des phrases relevant du vocabulaire strictement mathématique, ou très proches (quelques mots d'écart) ou au contraire des phrases avec moins de mots de ce type, plus éloignées de ce vocabulaire. On peut en effet imaginer que selon les élèves et leur rapport au langage, l'utilisation d'un registre peu familier, non réservé à la seule communication peut avoir plusieurs effets contradictoires. Ou cela va rebuter, car ce n'est pas ce qu'on a l'habitude d'entendre, ce n'est même pas reconnu, ou au contraire cela va forcer l'entrée dans un monde de représentations symboliques, faute de « mieux », puisqu'il n'y a plus l'interprétation habituelle en termes d'actions immédiates.

La *teneur du discours*, troisième catégorie retenue, traduit cette dimension.

Dans cette dimension, nous mettons à part les questions de l'enseignant aux élèves ou réciproquement (les échanges directs), nous rangeons sous le vocable « questions » non seulement tout ce qui est dit sur un ton interrogatif mais aussi les autres sollicitations aux élèves, où la forme interrogative n'est pas toujours explicite (exemple : « Dis moi les choses comme il faut », « vous connaissez d'autres méthodes ! [citez-les moi] »...). Ces phrases sont relevées dans l'ensemble du texte, en gardant aussi l'animation (et donc les demandes d'acquiescement).

### **E) Retour aux univers : une lecture transversale des différentes analyses**

Nous voulons souligner d'abord que les analyses locales des discours n'ont de sens pour nous qu'en référence stricte à un moment donné du déroulement d'une séquence de mathématiques, caractérisée avec nos outils d'analyses d'activités et de tâches. Ces analyses n'ont en effet de sens pour nous que si elles se font pour un épisode donné, bien défini sur le plan didactique, et si elles complètent ainsi les autres renseignements que nous y attachons, notamment le scénario, si elles dégagent un certain rapport entre les deux. C'est pour cela que nous croisons systématiquement les différentes analyses entre elles.

Pour prendre un exemple, déployer nos analyses de discours en tenant compte des tâches mathématiques en jeu nous permet de déterminer si l'enseignant donne autant d'informations pendant les corrections d'exercices que pendant les moments où il expose des connaissances, ou encore de repérer à quel moment de la séance il structure le plus, ou bien de trouver sur quoi portent les sollicitations aux élèves. C'est d'autant plus important pour notre point de vue qu'il y a là une forme possible d'aide pour les élèves. Ces renseignements participent de notre reconstitution de ce qui se passe en classe quand on « fait des mathématiques ».

Il s'agit donc d'étudier des séances de mathématiques en « croisant » d'une part les analyses de contenus et de gestion et les analyses locales des discours tenus effectivement par l'enseignant de mathématiques, et d'autre part les analyses locales entre elles, tout ceci pour déterminer comment ce discours se met « au service » de la situation mathématique précise.

Les résultats de cette étude devront être dans un premier temps des exemples d'analyses plurielles de séances de classe passées au crible de ces différentes approches. A partir des comparaisons que nous pourrons effectuer, nous tenterons de dégager des régularités.

D'autre part, nous cherchons à caractériser certains univers construits en classe dans les séances analysées. Pour cela nous prenons en compte de manière complémentaire les différents éléments suivants.

– A un *premier niveau*, assez global : prise en compte du scénario.

A quelles tâches sont successivement confrontés les élèves ? Comment ? Existe-t-il des moments où l'enseignant laisse chercher les élèves seuls ? Sur quels types de tâches ? Comment se font les expositions de connaissances ?

Qu'est-ce qui est en jeu à ce niveau ? Vraisemblablement les choix des enseignants sur ces scénarios révèlent des conceptions plus générales sur ce sujet, mais qui s'actualisent sur chaque contenu de manière particulière. Nous avons parlé de « lignes d'action » pour évoquer cette actualisation (Robert 1996).

– A un *deuxième niveau*, plus local : prise en compte du discours de l'enseignant.

Quel discours l'enseignant déploie-t-il sur une tâche donnée, dont on a spécifié l'enjeu et la place dans la séance ? Quelle est la répartition entre les fonctions du discours – quand l'enseignant se contente-t-il d'informer, quand pense-t-il aider en structurant ses informations, ou quand intervient-il sur la compréhension ? Quelle est la répartition entre les différents objets du discours, autrement dit comment l'enseignant organise-t-il une dynamique entre les exercices et les mathématiques plus décontextualisées ?

Cela correspond aux « singularisations » qu'un enseignant est amené à faire lorsqu'il joue dans sa classe son scénario (Robert, 1996).

– A un *troisième niveau* intermédiaire : étude particulière des échanges.

Quel type d'échanges s'instaure entre les enseignants et les élèves ? En particulier dans quelle mesure et sur quoi les élèves sont-ils sollicités, ou même sollicitent-ils eux-mêmes les enseignants ? Sont-ils par exemple interrogés sur les argumentations, toujours, jamais ou pendant quelles tâches ? Peuvent-ils infléchir le déroulement une séance (introduction de compléments, modifications de durée par exemple) ?

C'est des analyses conjointes à ces trois niveaux que doivent surgir nos univers.

### **F) Position de ce travail par rapport à d'autres recherches sur les pratiques des enseignants**

Le contexte interactionniste des recherches auxquelles nous nous référons (voir ci-dessus) nous amène à accorder de l'importance aussi bien aux situations rencontrées par les élèves qu'aux échanges entre l'enseignant et les élèves, ou entre les élèves (s'il y en a). Cela nous positionne par rapport aux travaux menés dans des perspectives strictement socioconstructivistes.

Par ailleurs, le discours de l'enseignant contribue à établir et à maintenir certains rapports entre enseignants, élèves et objets d'enseignement (en termes de contrat didactique<sup>11</sup>). Mais ce qui nous intéresse ici, par-delà le (ou au sein du) contrat didactique, incontournable, ce sont justement les singularités que chaque enseignant peut déployer dans sa classe pour organiser cette communication. C'est ce qui distingue notre point de vue.

Notons encore à la fois une proximité et des différences essentielles avec les points de vue de Voigt et Krummheuer (Voigt, 1985) (Krummheuer, 1988), Comiti, Grenier et Margolinas (1995), et Steinbring (1994). Proximité méthodologique au sens large dans la mesure où toutes les interactions sont prises en compte dans les analyses qui sont proposées, celles des élèves étant même plus importantes dans les autres analyses que dans les nôtres. Différences de problématiques, dans la mesure où les objectifs mêmes des analyses locales diffèrent.

Dans les travaux de Comiti et al. les pratiques locales de l'enseignant ne sont pas prises comme des variables en partie indépendantes du reste : c'est un parcours global de la classe qui est reconstitué, compte tenu des « ingrédients » apportés par les uns et les autres (enseignant et élèves). Dans leur perspective, l'enseignant est modélisé comme gérant des régulations, et ce sont des modèles de ces régulations qui sont recherchés, en cohérence avec le point de vue de Brousseau (1995). Ainsi les auteurs mettent-ils en évidence par exemple des dédoublements de situations et des phénomènes de résonance. Notre objectif nous oriente plus vers des analyses dissymétriques, côté enseignant (pour l'instant), nous prenons en compte d'autres variables, liées à la forme des échanges.

Dans les travaux de Voigt et Krummheuer, les interactions dans la classe sont étudiées du point de vue de leur forme, en termes de modèles d'interaction (les auteurs utilisent le mot « élicitation ») et de routines qui se répètent, en lien avec une culture de la classe, et peuvent masquer certains manques au niveau de la compréhension réelle, individuelle des élèves. Nos analyses ne font donc intervenir que les activités a priori des élèves.

Enfin Steinbring (1995), Seeger (1991) et al. travaillent sur les interactions étudiées en termes de concepts mathématiques, de symboles et de contexte : ils montrent qu'il faut introduire une perspective relationnelle (en termes symboliques) sur le contexte pour que puissent émerger les nouveaux concepts, par exemple par une relation implicite à partir du déjà connu. Cette spécification aux contenus dépasse nos perspectives actuelles.

## II. MÉTHODOLOGIE GÉNÉRALE

Pour approcher nos objectifs, nous avons commencé à travailler par comparaison sur diverses séances en classe, pour percevoir notamment s'il y a vraiment des différences d'univers entre elles.

Nous avons donc analysé plusieurs séances, dans des classes différentes, avec des enseignants différents, sur deux types de contenus, classiques en seconde (vecteurs et fonctions). Nous ne rendons compte dans cet article que de quatre séances sur les vecteurs. Ces séances sont filmées et les bandes vidéo sont décryptées ; de plus des documents d'accompagnement permettent de situer la séance dans le reste de l'enseignement et d'avoir une idée des objectifs de l'enseignant (voir aussi note 14).

### A) Méthodologie globale : les différentes analyses

Notre méthodologie consiste à nous livrer sur chaque séance étudiée à plusieurs analyses.

**1) Une première analyse est menée pour déterminer le scénario global de la séance, et en étudier le déroulement** (analyse qui peut se faire en partie a priori<sup>11</sup>, mais qui est faite ici essentiellement a posteriori, à partir des transcriptions)

---

11. Schubauer Leoni (1995) résume ainsi la position des chercheurs sur ce terme : « ensemble des présupposés stables censés régir la communication entre les interlocuteurs à propos de l'objet du discours ».

12. Ici par exemple cette analyse a été rendue possible grâce à des entretiens réalisés avec le professeur avant le cours résumés dans le « document d'accompagnement » de chaque vidéo.



Ceci nous permet de découper la séance en épisodes, chaque épisode étant défini, si possible, par une seule activité des élèves, celle qui est attendue par l'enseignant à ce moment-là<sup>13</sup>. Autrement dit, par exemple, s'il s'agit d'une phase de résolution d'exercice, un épisode correspond à une tâche prescrite, ou à plusieurs de même nature. S'il s'agit d'une phase d'exposition des connaissances, à un épisode correspond l'énoncé d'une seule propriété (ou définition).

## **2) Sur chaque épisode nous déployons en deuxième lieu nos analyses de tâches, d'activités et de discours, à partir de transcriptions des séances**

Les tâches sont associées à des énoncés d'exercices, elles tentent de rendre compte d'un fonctionnement qui est décrit sur le mode mathématique. Les activités sont associées à ce que font les élèves. La distinction n'est pas toujours facile à faire cependant.

C'est à partir des documents d'accompagnement et des transcriptions que nous analysons rapidement ce qui est proposé aux élèves en termes de contenus et de gestion globale<sup>14</sup>.

Cela nous sert à préciser les scénarios des séances, et ce qui est « couvert » dans les exercices. Cela permet de comparer les problèmes et exercices proposés soit au cours de la séance, soit dans deux séances différentes, ou à chercher s'il existe des tâches ou/et des activités analogues.

Précisons que nos analyses de discours ne mettent pas en jeu les interventions personnalisées des enseignants, vers tel ou tel élève, c'est sans doute un point qu'il faudra compléter même si la question ne se pose pas pour beaucoup de nos séances.

De plus nos analyses ne portent pas sur l'animation que ne manque pas d'introduire un enseignant, nous restons pour l'instant sur le strict terrain des mathématiques (à une exception près, pour l'étude des questions posées). Une phrase sur un match de foot que vont jouer les élèves n'est pas prise en compte, mais aussi une phrase comme « prenez vos cahiers ». Ce choix se justifie par notre problématique de comparaison des univers mathématiques proposés aux élèves par chaque enseignant.

Après avoir « codé » chaque phrase (ou morceau de phrase), lui attribuant une fonction, une teneur et un objet (définis ci-dessus et précisés ci-dessous), nous nous livrons à des évaluations quantitatives, essentiellement dans l'objectif de comparer les épisodes, par enseignant puis entre enseignants.

---

13. Nous ne nous sommes pas donné les moyens d'avoir accès à l'activité effective des élèves.

14. Des analyses plus détaillées sont mises en jeu dans le travail de thèse de Christophe Hache.

Nous avons pris ici comme unité de comptage une demi ligne de transcription (en arrondissant par excès s'il y a lieu) et nous avons compté le nombre d'unités de chaque catégorie<sup>15</sup>. Nous disposons ainsi pour chaque épisode de la part absolue et de la part relative (sur le total des demi-lignes retenues) des interventions selon les trois axes.

Nous établissons enfin les répartitions des catégories croisées selon deux des axes : par exemple les répartitions des fonctions du discours selon sa teneur, puis selon son objet, etc. (présenté en tableaux croisés, voir par exemple en annexe 3 les tableaux 3 et 4). Cela contribue à préciser encore la manière dont l'enseignant accompagne les contenus qu'il présente : par exemple si les questions qu'il pose concernent rarement la structuration du savoir, c'est que les élèves sont relativement exclus de cette activité spécifique.

Le choix de l'unité de comptage est empirique, mais ceci est atténué puisque nous n'utilisons pour nos comparaisons que les répartitions relatives.

Soulignons enfin le fait que nous avons regroupé beaucoup de fonctions en trois catégories seulement : les premiers résultats ainsi obtenus vont peut-être nous conduire à redéployer cet axe selon plus de modalités...

## B) Analyses des discours

Comme nous l'avons justifié ci-dessus (voir ID), nous avons retenu les trois axes suivants, à développer sur les parties du discours portant sur les mathématiques :

\* la fonction du discours, en rapport avec les décisions didactiques de l'enseignant,

\* l'objet du discours, qui caractérise le degré de décontextualisation des mathématiques en cause,

\* la teneur du discours, qui permet à la fois de repérer les sollicitations faites aux élèves et la distance du vocabulaire du discours au vocabulaire mathématique.

Nous décrivons ci-dessous les différentes catégories de fonction, d'objet et de teneur du discours que nous avons distinguées (voir aussi Hache et Robert, 1997).

### Premier axe : la fonction du discours

Trois catégories sont distinguées : une fonction d'information, une fonction de structuration et une fonction d'« argumentation-réflexion ».

Nous avons retenu dans les « informations » les informations « brutes » (énoncés par exemple), les résultats (sans commentaires), les éva-

---

15. Bien entendu les polices de caractère, la taille des caractères... sont fixées une fois pour toutes.

luations et validations (sans commentaires), les informations données par l'enseignant qui dicte à l'élève au tableau, ou qui « joue » à l'élève et toutes les formes de monstrations ou d'ostensions<sup>16</sup>. Dans la catégorie « *structuration* », nous avons retenu les appréciations, mises en garde et autres renseignements sur le contrat, les consignes d'exercice, les structurations à proprement parler (sur les contenus, au moyen de titres ou d'étiquetages par exemple, et sur le déroulement dans le temps de la séance), les bilans et les rappels. Dans la dernière catégorie (*argumentation-reflexion*), nous avons retenu les mises en relation, ou mises en évidence commentées d'analogies, de différences, ou de méthodes, les explications, explicitations et justifications, les généralisations et les autres réflexions ou incitations à la réflexion.

Voici un exemple de découpage sur un extrait d'une séance (séance R épisode 2). Les passages d'« *information* » ont été soulignés, les passages d'« *argumentation* » sont rayés et les passages laissés tels quels sont les passages de « *structuration* » (on trouve en italique les interventions des élèves).

«  $\overrightarrow{UV}$  + Alors, euh, question b), euh, figurez le point  $S$  tel que le vecteur  $\overrightarrow{UV}$  plus vecteur  $\overrightarrow{UW}$  égale vecteur  $\overrightarrow{US}$ . Alors Caroline, si tu me téléphones ça sans que je te voie qu'est-ce que tu me réponds ?

– Le point  $S$  tel que  $(UVSW)$  soit un parallélogramme.

– Alors  $(UVSW)$  soit un parallélogramme. Alors je vais écrire ça. Donc il est question donc de  $\overrightarrow{UV}$  plus  $\overrightarrow{UW}$ , vecteurs, égale  $\overrightarrow{US}$ . Alors Caroline nous répond, tu me réponds dans quel ordre ?

– Le point  $S$  tel que...

– oui.

– ..le parallélogramme  $(U...$

–  $U$

– .. $VSQ$ )...

– est un parallélogramme. Voilà ta réponse. ~~Alors est ce que quel qu'un peut me dire si je suis toujours capable, avec sa réponse, de construire le point  $S$  ?~~ Sachant que je ne vois pas Caroline, elle me téléphone... Alors si je pose la question c'est que je mets un petit peu en doute, je serais un peu gêné dans un certain cas...

– [un autre élève] ouais si les points sont alignés...

– Alors, quels points sont alignés ?

16. Cf. Berthelot et Salin (1992).

– [plusieurs élèves en même temps].

– Bon, si les points  $U$ ,  $V$  et euh  $W$  ne sont pas alignés, c'est à dire qu'on a cette figure là, pas de problème je sais la construire parce que je suis fort, le parallélogramme ( $UVSW$ ), ça ça ne pose pas de problème, je sais le construire... mais si les points  $U$ ,  $V$  et  $W$  sont alignés, comment je vais faire mon parallélogramme ? Ah ! problème... »

## Deuxième axe, l'objet du discours

Nous avons relevé les interventions portant sur des *mathématiques contextualisées*, rencontrées surtout pendant des exercices, et celles qui portent sur des *mathématiques décontextualisées*, rencontrées surtout pendant les phases d'exposition de connaissances. Nous y avons ajouté une troisième catégorie, qui concerne toutes les phrases qui portent sur *le passage entre les deux*, là où il est question d'un théorème général utilisé pour justifier une propriété particulière, ou bien d'une propriété particulière généralisée.

Nous avons considéré comme des mathématiques décontextualisées les interventions sur la formalisation ou les notations concernant le cas général, en réservant l'étiquette de la troisième catégorie aux phrases qui feraient un lien entre un exercice et une notation par exemple.

Voici un exemple de découpage du même extrait de la séance R et une partie de l'épisode 6 de la séance B1. Nous avons souligné les parties du discours portant sur les « *mathématiques décontextualisées* », laissé telles quelles celles portant sur les « *mathématiques contextualisées* » et rayé le discours faisant un « *lien entre les deux* » (on retrouve en italique les interventions des *élèves*).

### Exemple 1 :

« – Alors, euh, question b), euh, figurez le point  $S$  tel que le vecteur  $\overrightarrow{UV}$  plus vecteur  $\overrightarrow{UW}$  égale vecteur  $\overrightarrow{US}$ . Alors Caroline, si tu me téléphones ça sans que je te voie qu'est-ce que tu me réponds ?

– *Le point  $S$  tel que ( $UVSW$ ) soit un parallélogramme.*

– Alors ( $UVSW$ ) soit un parallélogramme. Alors je vais écrire ça. Donc il est question donc de  $\overrightarrow{UV}$  plus  $\overrightarrow{UW}$ , vecteurs, égale  $\overrightarrow{US}$ . Alors Caroline nous répond, tu me réponds dans quel ordre ?

– *Le point  $S$  tel que...*

– oui.

– *..le parallélogramme ( $U$ ...*

–  $U$

– ..VSQ)...

– est un parallélogramme. Voilà ta réponse. Alors est ce que quel qu'un peut me dire si je suis toujours capable, avec sa réponse, de construire le point  $S$ ? Sachant que je ne vois pas Caroline, elle me téléphone... Alors si je pose la question c'est que je mets un petit peu en doute, je serais un peu gêné dans un certain cas...

– [un autre élève] ouais si les points sont alignés...

– Alors, quels points sont alignés?

– [plusieurs élèves en même temps].

– Bon, si les points  $U$ ,  $V$  et euh  $W$  ne sont pas alignés, c'est à dire qu'on a cette figure là, pas de problème je sais la construire parce que je suis fort, le parallélogramme ( $UVSW$ ), ça ça ne pose pas de problème, je sais le construire... mais si les points  $U$ ,  $V$  et  $W$  sont alignés, comment je vais faire mon parallélogramme? Ah! problème... »

Exemple 2 :

« Bien alors je vous distribue ça, vous le mettez dans la partie "activité". C'est les deux méthodes qu'on vient de voir. Un petit dessin qui décrit comment on y arrive... Toujours dans la partie activité. Alors... A deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  on peut associer un troisième vecteur, appelé "somme" et noté  $\vec{u} + \vec{v}$ , en utilisant l'une des deux méthodes ci-dessous : la méthode de Chasles et la méthode du parallélogramme... Alors, je décris ce qui est marqué là dessus pour que ce soit bien compris. Alors la méthode de Chasles, vous avez au départ deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  quelconques du plan. On a vu qu'un vecteur n'avait pas de point d'application... »

### Le troisième axe

Nous mettons à part les échanges professeur-élève. Dans ce qui reste, nous distinguons le discours strictement mathématique, où les éléments mathématiques à transmettre sont dits, dans n'importe quel registre, même familier mais sans transformations ni ajouts, phrases telles qu'elles pourraient figurer dans un livre. On admet dans cette catégorie l'ajout de mots isolés comme « démontrons », ou « on en déduit », ou « j'utilise », « je calcule »... On a regroupé sous l'étiquette « discours direct » les phrases de cette catégorie. Restent enfin des phrases plus indirectes,

qui comportent des éléments supplémentaires de tous ordres, c'est la catégorie « discours indirect » (exemple : « la méthode pour démontrer ce type d'égalité est la relation de Chasles », « quand je dis "on" bien sûr c'est la communauté mathématique internationale qui donne cette définition »...). Les éléments d'ordre métamathématique apparaissent en particulier dans cette catégorie.

Voici, toujours sur le même extrait, un exemple de découpage. Nous avons rayé le « discours indirect », laissé tel quel le « discours direct » et souligné les parties du discours classées comme « question » (on retrouve en italique les interventions des élèves).

« – ~~Alors, euh, question b)~~, euh, figurez le point  $S$  tel que le vecteur  $\vec{UV}$  plus vecteur  $\vec{W}$  égale vecteur  $\vec{US}$ . Alors Caroline, si tu me téléphones ça sans que je te voie qu'est-ce que tu me répons ?

– *Le point  $S$  tel que  $(UVSW)$  soit un parallélogramme.*

– ~~Alors  $(UVSW)$  soit un parallélogramme. Alors je vais écrire ça. Donc il est question donc de  $\vec{UV}$  plus  $\vec{W}$ , vecteurs, égale  $\vec{US}$  :~~ Alors Caroline nous répond, tu me répons dans quel ordre ?

– *Le point  $S$  tel que...*

– *oui.*

– *..le parallélogramme  $(U...$*

– *U*

– *..VSQ)...*

– *est un parallélogramme. Voilà ta réponse. Alors est-ce que quelqu'un peut me dire si je suis toujours capable, avec sa réponse, de construire le point  $S$  ? Sachant que je ne vois pas Caroline, elle me téléphone... Alors si je pose la question c'est que je mets un petit peu en doute, je serais un peu gêné dans un certain cas...*

– *[un autre élève] ouais si les points sont alignés...*

– *Alors, quels points sont alignés ?*

– *[plusieurs élèves en même temps].*

– *Bon, si les points  $U$ ,  $V$  et euh  $W$  ne sont pas alignés, c'est à dire qu'on a cette figure là, pas de problème je sais la construire parce que je suis fort, le parallélogramme  $(UVSW)$ , ça ça ne pose pas de problème, je sais le construire... mais si les points  $U$ ,  $V$  et  $W$  sont alignés, comment je vais faire mon parallélogramme ? Ah ! problème... »*

### C) Le matériel utilisé

Nous avons analysé 4 séances d'une heure, réalisées par quatre enseignants différents. Il s'agit d'introduction aux vecteurs en seconde. Selon les classes, il s'agit de la première ou de la deuxième séance sur le thème.

Les classes ne sont pas très difficiles, même si certaines sont plus agitées, moins concentrées que d'autres.

Les séances sont identifiées par une lettre : B1, B2<sup>17</sup>, R et M.

Le choix de ce contenu n'est pas déterminant, cela correspond à un chapitre particulier de la classe de seconde, incontournable, et dont nous pensons qu'il révélerait peut-être des choix différents vu sa relative difficulté (exposée ci-dessous).

Nos analyses (cf. paragraphe précédent) ont été faites à partir de vidéos de chaque séance (avec une bande centrée sur l'enseignant et une bande centrée sur les élèves). Nous avons travaillé sur la transcription réalisée à partir de la bande « professeur ».

Nous avons joint en annexe certains tableaux des données obtenues :

- le découpage des 4 séances en épisodes (annexe 1, voir aussi le tableau ci-dessous III B1)),
- la répartition de tous les échanges (annexe 2, tableau 1),
- les répartitions des discours selon les trois axes par enseignant (annexe 2, tableau 2),
- des exemples de tableaux croisés en annexe 3.

### D) Des pistes non exploitées

Nous n'avons pas analysé précisément le vocabulaire des enseignants : or les mots utilisés sont certainement des marqueurs importants pour comprendre les pratiques langagières, même implicites, des enseignants. Dans le même ordre d'idées, nous n'avons pas non plus encore tenu compte des soucis de rigueur dans l'expression qui pourtant différencient les enseignants, et ce qu'ils font fréquenter à leurs élèves.

Pour confirmer l'intérêt de la piste « vocabulaire », voici un résultat isolé que nous avons obtenu : un des enseignants analysés dans cet article utilise deux fois plus que les trois autres enseignants le verbe « dire » (une des occurrences), en particulier ses questions aux élèves sont souvent du type « que pouvez-vous me dire de... ». Nous avons aussi repéré des utilisations différentes du verbe « faire » (largement majoritaire par rapport aux verbes « dire » et « voir » chez un seul enseignant). Ces renseignements peuvent évidemment intervenir dans ce que nous cherchons.

De plus, il est clair que dans notre perspective rappelée au début, les échanges enseignant/élèves sont déterminants : pour avancer, il faudrait

17. Les enseignants des séances B1 et B2 travaillent ensemble pour préparer leurs séances.

sans doute raffiner nos analyses, pour savoir par exemple si les questions sont ou non de simples demandes de résultats, ou pour étudier plus le suivi de ces questions. Nous n'avons pas étudié précisément comment l'enseignant interroge (un élève, désigné ou non, la classe...), les réponses attendues (réponse en un mot, en une phrase plus longue).

Ensuite nous n'avons pas non plus tenu compte de la dimension pragmatique des discours (Trognon et Ghiglione, 1993), certains énoncés n'ont pourtant sans doute pas la même « force illocutoire »<sup>18</sup> que d'autres, et donc sont susceptibles d'engendrer des effets différents sur des élèves.

Enfin il nous manque aussi toutes les analyses de la communication non verbale (mimiques, sourires, gestes etc.) ainsi que des silences et de leur gestion, des différences entre les rythmes de parole, des intonations...

### III. DES RÉSULTATS

#### A) Une analyse a priori de la notion de vecteur telle qu'elle est à enseigner en seconde

Une analyse préalable à partir des programmes et des manuels de seconde permet de mettre en évidence a priori les difficultés d'introduction des vecteurs dans cette classe. En effet il s'agit d'introduire à partir de ce qui a été vu au collège, la notion de vecteur indépendamment des représentants (vecteur  $\vec{u}$  de représentants  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ ...), et la multiplication externe  $k\vec{u}$  où  $k$  est un réel. Or dans les classes précédentes, au collège, seuls les représentants ont été travaillés, l'égalité étant définie à partir des directions, sens et longueurs. Il n'y a donc pas d'exercice à proposer aux élèves qui les fasse découvrir le vecteur « classe d'équivalence » puisque c'est une réorganisation formelle, en termes d'espace vectoriel, qui y conduirait. Même chose pour la multiplication : si  $2\vec{u}$  est accessible par analogie avec ce qui se passe sur les nombres, par exemple,  $x\vec{u}$  avec  $x$  réel ne se réinvente pas à partir des outils (même implicites) déjà construits pas les élèves (voir aussi Hache et Robert, 1997).

18. Il s'agit d'apprécier la différence entre « ferme cette porte » et « je te demande de fermer cette porte ».



## B) Les quatre scénarios, descriptions de tâches et d'activités (cf. annexe 1)

Nous pouvons faire plusieurs constats sur ces quatre scénarios.

### 1) Les contenus abordés dans les quatre séances, et leur répartition entre exercices et cours : une analyse de tâches

Nous réservons ici le mot « cours » à un moment (même bref, même sans prise de notes) où l'enseignant expose des connaissances, au moins en partie décontextualisées. Les élèves ne cherchent donc pas un exercice, ils écoutent (sont censés écouter) mais peuvent être sollicités pour répondre à une demande sur les connaissances dont il est question.

On trouve dans nos séances plusieurs types de cours : des rappels de ce qui a été vu au collège sur les vecteurs (dans deux des séances), des bilans de ce qui vient d'être utilisé en exercices, notamment sur les différentes méthodes pour construire des sommes de vecteurs, des introductions de nouvelles notions (notion de vecteur indépendamment des représentants, différence de deux vecteurs, multiplication d'un vecteur par un scalaire).

On trouve aussi plusieurs types d'exercices : d'abord des exercices de révisions qui portent alors souvent sur les différentes méthodes pour obtenir la somme de vecteurs à partir de représentants. Ces exercices font manipuler des représentants particuliers de vecteurs, ce sont souvent des constructions (nouveaux vecteurs définis à partir de vecteurs donnés par des bipoints). D'autres exercices engagent les élèves dans des activités plus nouvelles. Il y en a qui préparent d'une certaine manière ce qui va être introduit après : par exemple un enseignant fait construire le vecteur  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MN}$  (ce qui peut se faire avec les connaissances anciennes) puis essaie de faire trouver aux élèves une appellation de ce vecteur (à savoir  $2\overrightarrow{MN}$ , c'est nouveau) ce qui prépare la multiplication  $k\vec{u}$ . Notons que les élèves ne sont pas associés à l'élaboration de la question, qui « sort du chapeau », et que l'enseignant doit suggérer fortement la démarche pour trouver le nouveau nom, les élèves n'ayant à leur disposition aucun argument particulier pour penser qu'il est légitime de faire fonctionner ici une analogie. Enfin des exercices permettent aux élèves d'appliquer ce qui vient d'être dit par l'enseignant sur un mode d'exposition de connaissances, soit à propos d'un exercice, soit dans un épisode de cours.

Voici un tableau récapitulatif des répartitions des épisodes retenus dans nos quatre séances : nous indiquons s'il s'agit d'exercices ou de cours, avec une brève qualification du type de l'exercice ou du cours, et nous résumons très brièvement l'activité en jeu. Les épisodes sont numérotés.

Une description plus détaillée est donnée en annexe 1.

Séance	B1	B2	R	M
Episode 1	Cours : rappel vecteurs collège	Exo de révision, représenter $k \vec{MN}$	Exo de révision, somme de vect.	Cours : rappel vecteurs collège
Episode 2	Exo de révision, repérer vect. égaux	Exo de révision, trouver $k$ pour vect. colinéaires.	Exo de révision, somme de vect.	Exo de révision, placer des pts, segm. même mil.
Episode 3	Exo de révision, somme de vect.	Exo de révision, influence de $k$ sur position de $k\vec{u}$	Exo de révision, somme de vect.	Exo de révision, placer le 4ème sommet d'un #.
Episode 4	Exo de révision, somme de vect.	Exo de révision, influence de $k$ sur position de $k\vec{u}$	Exo, deviner la signification de $\vec{u} - \vec{v}$	Exo de révision, tracer l'im. d'un pt par une translation.
Episode 5	Exo de révision, somme de vect.	Cours nouveau définition de $k\vec{u}$	Exercice nouveau, tracer $\vec{MN} + \vec{MN}$	Exo de révision, égalité de vect.
Episode 6	Cours bilan, méthodes sommes de vecteurs.	Cours nouveau, distributivité et autres propriétés.	Exercice nouveau, deviner notations $2\vec{MN}$ et $\frac{1}{2}\vec{AB}$	Cours bilan, méthodes sommes de vecteurs.
Episode 7	Exo de révision, trouver des vect. ég. dans une figure.	Exo application, trouver $k$ entre 2 vect. colinéaires.	Exo application, tracer $\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AB}$	Exercice bilan, repérer des vect. égaux sur une fig.
Episode 8	Exo de révision, somme, représentant vect.		Exercice nouveau, deviner la notation $\frac{3}{2}\vec{AB}$ et $\frac{2}{3}\vec{AC}$	Exercice bilan, translation.
Episode 9	Cours nouveau, $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$		Exercice nouveau, caractériser $\frac{3}{2}\vec{AB}$	Cours rappel, dir., sens, long.
Episode 10	Exo application, tracés de $\vec{u} + \vec{v}$ et de $\vec{u} - \vec{v}$		Exo app., tracer et caractér. - $\frac{1}{2}\vec{AB}$	Cours rappel, Chasles et translations
Episode 11			Exo application, tracer $\frac{3}{5}\vec{AB}$ , $-2\vec{AB}$ , $\frac{4}{3}\vec{AB}$	Exo application, image translation parallélogramme
Episode 12			Cours nouveau, définition de $k\vec{u}$	

Le tableau précédent montre que les séances sont construites de manière à peu près analogue dans les quatre cas<sup>19</sup> : elles commencent par des exercices de révisions sur les vecteurs, précédés ou non de petits rappels ; elles continuent par des petites incursions dans du nouveau, plus ou moins amené par des petits exercices et accompagné d'expositions de connaissances plus ou moins importantes. En général l'enseignant a

19. Soulignons que les comparaisons strictes n'ont aucun sens, car les séances ne sont pas analogues. En particulier la séance M n'aborde pas encore de contenu vraiment nouveau, et, de ce fait, il est parfois difficile d'y distinguer les épisodes d'exercices des épisodes de « cours », des rappels un peu longs étant imbriqués à plusieurs reprises dans un même exercice par exemple.

le temps de faire appliquer au moins une fois des connaissances qu'il a ainsi exposées (que ce soient des révisions ou des nouvelles connaissances).

Il y a quelques différences dans les scénarios, qui tiennent au rapport entre les exercices précédant des éléments de connaissances nouvelles et le cours correspondant : ce lien est plus ou moins explicite, voire absent (pas d'exercices préparant le nouveau). En un mot, ce qui diffère tient à la façon dont les éléments nouveaux sont introduits aux élèves.

Ainsi l'introduction de  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  est précédée d'un exercice de « devinette » par analogie avec les nombres réels chez l'enseignant de la séance R, alors qu'elle est donnée directement après les exercices de révision sur les sommes de vecteurs chez l'enseignant de la séance B1.

Dans le même ordre d'idées, on trouve deux options pour introduire la multiplication, ou bien l'enseignant privilégie le travail préliminaire sur le résultat de «  $k$  fois  $\vec{u}$  », donc sur les comparaisons de vecteurs colinéaires (sans le dire), avant d'introduire la définition en termes de direction, sens et longueur (par exemple pendant la séance B2), ou bien l'enseignant tient un discours plus explicite sur l'opération elle-même, et fait travailler cet aspect en même temps que l'aspect résultat avant d'adopter dans le cours le point de vue opérationnel précédent (exemple : séance R).

Quoi qu'il en soit, nous constatons que les difficultés évoquées ci-dessus, concernant l'introduction de la notion de multiplication d'un vecteur par un réel en seconde à partir de « presque rien », apparaissent dans les scénarios : les enseignants ne sont pas dupes, ils proposent des petits exercices de révision, ou des petits exercices conduisant à  $2\vec{u}$ , ou à  $\frac{3}{2}\vec{u}$ , mais ils sont obligés de dire eux-mêmes tout le reste, même si c'est à l'occasion des activités d'introduction.

Cette particularité du contenu « vecteur » va se retrouver dans l'importance de la part des discours d'informations que nous allons voir ci-dessous.

## 2) Des éléments sur le déroulement

Nous utilisons pour écrire ce paragraphe des analyses de transcription (Hache et Robert, 1997) et le tableau de toutes les questions posées par chaque enseignant durant la séance (annexe 2, tableau 1).

*Le déroulement global des séances est analogue* : elles commencent<sup>20</sup> par la correction collective d'exercices de révision ayant été cherchés à la maison (ou censés tels) dans trois classes sur 4, dans la dernière classe il s'agit aussi d'exercices de révisions cherchés rapidement sur place. Les épisodes suivants alternent petits exercices et cours nouveau, toujours sous forme « cours dialogué ».

20. S'il y a des rappels ils sont fait par cours dialogué.

Les élèves « réussissent » relativement bien, ou en tout cas tout se passe comme s'ils suivaient correctement, au sens où le cours avance, sans modification apparente due à une réaction des élèves.

C'est une autre régularité importante : chez tous les enseignants et pour tous les épisodes *il y a très peu de questions qui viennent spontanément des élèves*, les élèves interviennent peu et a fortiori infléchissent peu les séances – ceci est sans doute à relier à la spécificité des contenus<sup>21</sup>.

Nous avons analysé « à part » les réponses aux questions des élèves (explications du professeur) : certaines sont l'occasion de stratégies particulières qui amènent l'enseignant à détourner la question<sup>22</sup>.

*Les échanges « enseignant/élèves » varient eux fortement selon les épisodes et les enseignants* (annexe 2, tableau 1). Il y a des enseignants qui questionnent globalement plus que d'autres, et surtout la fonction des questions semble diversifiée : questions d'information largement majoritaires pour les uns, demandes d'argumentations non négligeables pour les autres. Un des enseignants utilise beaucoup plus que les autres des demandes d'acquiescement.

### C) Les analyses locales par épisodes

#### 1) Répartitions des discours selon les trois axes fonctions, objet, teneur (cf. annexe 2, tableau 2)

Un certain nombre de résultats confirment ce que révèlent déjà les analyses précédentes, en terme de régularités assez globales.

En fait *les régularités concernent surtout les fonctions des discours*. En particulier, nous trouvons que dans les quatre séances, *la seule fonction majoritaire, pour presque tous les épisodes d'exercices, est l'information*. Paradoxalement il y a même plus d'information pendant les exercices que pendant l'exposition des connaissances, où la structuration prend une part un peu plus importante. Seul un enseignant parmi les quatre étudiés (celui de la séance R) échappe à cette « règle ». Il consacre ainsi, dans trois épisodes d'exercices sur les neuf analysés, une plus grande part de son discours à la structuration qu'à l'information.

Ainsi, dans ces exercices d'introduction aux vecteurs, l'enseignant, avant toute autre chose, montre, rappelle ou expose des mathématiques, mais sans commentaires (ni structuration, ni argumentation, ni réflexion). Certes, le fait que dans les premiers épisodes, les exercices concernés

21. Il s'agit de classes de seconde standard : ce constat étonne souvent les chercheurs, les laisse même sceptiques, alors qu'il semble banal pour les enseignants et les inspecteurs...

22. Stratégies dites « d'évitement » ou « du journaliste » par exemple. Voir Hache et Robert (1997).

ont été pour partie cherchés à la maison et sont directement corrigés pourrait contribuer à ce constat. Mais comme il n'y a pas de différence nette avec les épisodes d'exercices suivants, on en déduit une confirmation de la nature particulière de ces activités, sur une notion pour laquelle il est difficile de raccrocher le nouveau à ce qui précède par des exercices.

De même, la part assez réduite des phrases consacrées aux argumentations ou aux réflexions (autour de 15% des interventions, en moyenne, pour tous les enseignants) peut se relier à la nature particulière des notions travaillées ici, pour lesquelles le formalisme permettant les justifications est hors de portée des élèves. D'ailleurs il y a là aussi peu de différences entre les épisodes d'exercices et les autres, ce qui illustre encore cette particularité.

Si les répartitions des fonctions des discours de ces enseignants sont ainsi assez semblables, avec une nette majoration de la fonction « information », ce n'est plus du tout le cas pour leur teneur et leur objet.

Venons-en donc aux différences, qui portent sur l'objet des discours et surtout sur leur teneur, et que nous allons décrire en analysant d'abord les phrases qui portent sur le lien entre les mathématiques contextualisées et décontextualisées, puis en revenant sur les principales caractéristiques de chaque discours particulier selon ces deux axes, et en terminant sur les échanges avec les élèves.

Les répartitions de l'objet des discours sont en effet variables : les épisodes de cours sont plus ou moins réservés aux seules mathématiques décontextualisées (de 87% à 48% du discours). Pendant les épisodes d'exercice, on peut aussi distinguer deux tendances, qui ne recourent pas les précédentes : les séances où les phrases portant sur les mathématiques contextualisées sont largement majoritaires (67%, 73%), avec peu de mathématiques décontextualisées (7%, 6%), et les séances où la part des mathématiques décontextualisées pendant les exercices est plus importante (19%), la part des mathématiques de l'exercice étant plus faible (de 47% à 42%).

On trouve une répartition moins variable des phrases faisant le lien (entre 21% et 39% du discours total pendant les exercices). Ces phrases sont plus nombreuses dans les épisodes d'exercices que pendant les moments de cours, au moins dans les trois séances où cela a vraiment un sens (rappelons que la distinction cours/exercices est plus douteuse dans la séance M).

Pendant ce constat recouvre des différences. Ou bien l'enseignant a besoin d'évoquer dans les exercices des éléments de cours n'ayant pas encore été rencontrés (notamment les exercices précédant le cours, où les élèves sont démunis), c'est le cas de la séance R, épisodes 4 et 6, où l'enseignant contribue à apporter l'information sur  $\vec{u}-\vec{v}$  et sur  $2\vec{u}$ . Ou bien il profite de l'exercice pour faire expliciter à cette occasion des éléments de cours déjà supposés connus, c'est le cas des épisodes 4 et 5 la séance B1, ou de l'épisode 11 de la séance R.

En revanche dans la séance M, c'est plutôt dans un épisode de type « cours » que sont repris les liens avec les exercices précédents, les phrases correspondantes occupant 64% du discours (épisode 6).

Ces premières différences mériteraient sans doute d'être approfondies en distinguant dans la catégorie « liens » s'il s'agit de mathématiques nouvelles ou non.

Revenons à la teneur du discours, qui est une des dimensions les plus variables dans nos données : globalement le discours indirect par exemple occupe de 36% à 71% de l'ensemble des phrases non interrogatives<sup>23</sup>. Nous allons examiner chaque séance, en remarquant aussi certaines corrélations.

Un premier enseignant (celui de la séance B2) utilise plus le discours direct dans tous les épisodes, exercices ou cours (64% globalement). On peut remarquer que cet enseignant s'éloigne peu, dans l'objet de ses phrases, de ce qui est explicitement en jeu dans l'épisode : ses phrases portent essentiellement sur des mathématiques contextualisées si les élèves sont en train de résoudre un exercice et sur des mathématiques décontextualisées s'il est en train d'exposer des mathématiques. Enfin il questionne assez peu les élèves (11% des phrases en moyenne) : il n'y a pas d'épisode où la part des échanges dépasse 23% de l'ensemble.

Un deuxième enseignant (celui de la séance M) utilise lui aussi plus le discours direct que le discours indirect, mais seulement dans les épisodes d'exercices ; c'est l'inverse dans les épisodes de cours. En revanche cet enseignant questionne beaucoup ses élèves pendant les épisodes d'exercices (autour de 40% des interventions), tout en marquant clairement, exactement comme le précédent, la différence entre les activités et le cours, par la contextualisation correspondante des mathématiques évoquées.

Le troisième enseignant (celui de la séance R) utilise en moyenne moins de discours direct que de discours indirect, voire beaucoup moins même, notamment dans les épisodes d'exercices (100% du discours est indirect dans l'épisode 6 où il fait deviner le nom  $2\vec{u}$ ). Les objets de son discours sont d'ailleurs beaucoup plus variables que pour les enseignants précédents, quelle que soit l'activité en cours, et il en est de même de la proportion des questions posées (entre 11% et 53% du total des phrases analysées).

Le quatrième enseignant (celui de la séance B1), quant à lui, n'a pas de « style » stable. Les teneurs varient tout au long de la séance, quelle que soit la nature des épisodes, sans corrélation évidente avec les questions ou l'objet du discours, eux aussi variables quelle que soit la nature de l'épisode.

23. Part du discours indirect sur l'ensemble {discours direct + discours indirect} R : 71%, B1 : 47%, B2 : 36% et M : 44%.

Soulignons enfin *les différences concernant les échanges avec les élèves*. Non seulement les questions occupent globalement une partie variable des discours des enseignants – de 10% à 25% – mais encore pour un même enseignant elles peuvent aussi varier sensiblement selon les épisodes, quelle qu'en soit la nature d'ailleurs. Citons le cas du professeur de la séance R, qui consacre par exemple, en exercices, une fois plus de 50% de son discours à des questions et une autre fois 11%. Toutefois, mais c'est plus ou moins marqué, tous les enseignants interrogent plus leurs élèves en exercices qu'en cours.

## 2) Les croisements des catégories, les axes étant pris deux à deux

C'est sans doute les analyses des croisements entre les répartitions précédentes qui donnent les résultats les plus originaux. Nous donnons en annexe 3, tableaux 3 et 4, des exemples de croisements pour quelques épisodes.

Cependant nous n'indiquons ici que les régularités : il faudra d'autres analyses (notamment des analyses factorielles) pour repérer si c'est la spécificité d'un épisode ou d'un enseignant qui est corrélée aux différences plus fines constatées.

L'analyse révèle ainsi d'abord chez tous les enseignants *une association privilégiée de la structuration et du discours indirect, aussi bien globalement que par épisode* : pour structurer l'enseignant utilise plus volontiers le discours non strictement mathématique (indirect), ce qui donne donc une place particulière, dans l'ensemble du cours, à l'organisation des connaissances. Réciproquement, si on regarde la répartition des fonctions des phrases émises en discours indirect, on constate que ce dernier est en général plus dévolu à la structuration qu'à l'information. Ceci semble logique car structurer nécessite de rajouter quelque chose aux mathématiques. En revanche, pour ces mêmes raisons, le fait qu'il y ait moins de discours indirect dans les moments consacrés à l'argumentation-réflexion peut paraître plus surprenant.

De fait, les argumentations-réflexions sont plus développées dans les moments où s'expriment les liens entre activités et mathématiques plus décontextualisées, donc elles sont plutôt liées à des démonstrations (ou des demandes de démonstrations) qu'à des réflexions sur les mathématiques.

Cependant il y aurait sans doute lieu d'analyser les imbrications dans le temps structuration/information, ou structuration/argumentation, c'est à dire l'ordre dans lequel les phrases sont produites, et les associations éventuelles, pour mieux percevoir les rôles respectifs de ces fonctions.

Autre résultat important : si l'objet des questions est très variable, d'un enseignant à l'autre, et d'un épisode à l'autre, en revanche dans tous les épisodes, chez tous les enseignants, *il y a peu de questions aux élèves lorsque ce qui est en jeu dans le discours est la structuration*.

Tout se passe comme si c'était à l'enseignant d'organiser les connaissances, et qu'il se réserve pour cela d'ailleurs le discours indirect. Il y

aurait là une restriction du rôle de la structuration : elle ne servirait qu'à aider les élèves, et il ne serait pas question de les faire eux-mêmes se livrer à cette activité intellectuelle.

#### D) Diverses comparaisons des discours selon les épisodes

Nous nous sommes livrés à trois types de comparaisons : comparaisons de tâches proches pour un même enseignant, comparaison de tâches proches pour deux enseignants différents, et recherche de tâches présentant des répartitions de discours proches, avec essai d'interprétation.

Les données numériques correspondant aux épisodes évoqués dans les deux premiers paragraphes sont présentées en annexe 3.

##### 1) Deux tâches analogues successives pour un même enseignant

Nous avons comparé deux épisodes associés à des exercices, l'un où les élèves doivent construire  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$  et l'autre, tout de suite après, où c'est  $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$  qu'ils doivent construire. Ces activités sont conçues comme introduisant la définition de la multiplication d'un vecteur par un scalaire, et font intervenir la caractérisation en termes de direction, sens et longueur des vecteurs à obtenir. Il s'agit des épisodes 10 et 11 de la séance R.

L'analyse des répartitions des différentes caractéristiques du discours permet de constater les évolutions suivantes entre les deux épisodes :

- \* la part de l'information diminue au bénéfice de celle de la structuration.
- \* la part du discours direct diminue au bénéfice de celle du discours indirect.
- \* la part du discours qui porte sur les mathématiques contextualisées en cours diminue au bénéfice de ce qui porte sur les liens entre mathématiques contextualisées et décontextualisées.

L'analyse des croisements (annexe 3, tableau 3) montre que, dans les deux épisodes, l'association habituelle de la structuration et du discours indirect fonctionne, ainsi que le « manque » de questions sur la structuration.

Si dans les deux épisodes, les mathématiques sont plus exprimées en discours indirect, ce n'est que dans le premier épisode que le lien entre mathématiques contextualisées et décontextualisées est lui aussi plus exprimé en discours indirect.

Les questions ne portent que sur les mathématiques contextualisées dans le premier épisode, elles sont plus diversifiées dans le second.

Il y a un déplacement de l'objet des phrases d'argumentation et de réflexion : elles portent exclusivement sur les mathématiques contextualisées dans le premier épisode et exclusivement sur le lien entre mathématiques contextualisées et décontextualisées dans le deuxième épisode.



*Tout se passe donc comme si la répétition de deux activités analogues permettait à l'enseignant de « s'éloigner » un peu de l'exercice, tant au niveau des questions, qu'au niveau de la teneur et de l'objet du discours. Ceci présuppose que les élèves aient un peu retenu ce qui s'est passé dans le premier épisode.*

## **2) Deux tâches voisines, deux enseignants différents**

Il s'agit de tracer un représentant de sommes de vecteurs donnés par leurs représentants sur un quadrillage. Cette tâche (en partie de révision) est « réussie » apparemment dans les deux classes (au vu de la vidéo). Ce sont les épisodes 3 de la séance R et 8 de la séance B1.

Les répartitions des différentes catégories analysées montrent surtout des différences, notamment sur les fonctions (il y a plus ou moins de structuration), les questions (qui varient de 42% à 53%), et la part de ce qui porte sur les mathématiques décontextualisées (qui varient de 2% à 26%).

Pendant le résultat précédent, qui montre des évolutions entre les discours du même enseignant sur deux tâches analogues mais successives, amène à nuancer ces différences, en fonction de la place respective de chaque tâche dans l'ensemble de la séance.

Cela dit, les croisements (annexe 3, tableau 4) eux aussi indiquent plutôt des différences, mis à part l'association structuration et discours indirect et le peu de questions sur la structuration. Par exemple si tous les liens entre mathématiques contextualisées et décontextualisées sont exprimés comme des informations chez l'un, ce n'est pas le cas chez l'autre qui utilise aussi pour cela l'argumentation. Structuration et argumentation concernent presque exclusivement les mathématiques chez le premier, alors que chez le second, l'argumentation porte plus sur les liens, et la structuration sur les mathématiques contextualisées. Les questions portent plus sur l'argumentation chez le premier, cette dernière fonction n'étant même remplie qu'avec des questions, c'est beaucoup plus diversifié chez le second. Le discours indirect porte de manière privilégiée sur les liens chez le premier, ce n'est pas le cas chez le second.

*Tout en étant très prudent sur ce type de comparaisons, notamment dans la mesure où ces exercices ne jouent pas nécessairement un rôle analogue dans l'ensemble du scénario, on ne peut que constater que les différences sont aussi importantes ici que les régularités.*

## **3) Des répartitions proches**

Le résultat précédent nous a amenés à inverser notre démarche, et à nous demander quelles étaient les tâches s'avérant « proches » selon nos catégories.

Nous avons trouvé ce que nous cherchions. Il s'agit de quatre tâches différentes, quatre enseignants différents, mais il se trouve que les quatre situations ont une place analogue dans la séance : ces tâches sont proposées aux élèves tout de suite après un épisode où l'enseignant avait

indiqué des éléments nouveaux, qui sont justement à réappliquer maintenant. Ajoutons que les exercices concernés ici n'avaient pas été d'abord cherchés à la maison.

Il s'agit des épisodes 7 de la séance R, 10 de la séance B1, 7 de la séance B2, et 7 de la séance M. Nous donnons ci-dessous le tableau des répartitions des fonctions, teneurs et objets du discours des quatre épisodes.

**Tableau des répartitions des discours des 4 épisodes.**

Les nombres en italique (dans la colonne total, notée **Tot**) représentent la longueur du discours de l'épisode considéré, les nombres droits donnent le pourcentage du caractère considéré, par rapport à la longueur de l'ensemble du discours de l'épisode.

Le contenu de chaque colonne est indiqué par l'abréviation du caractère correspondant. Fonction : **Inf** pour information, **Str** pour structuration, **A** pour argumentation. Objet : **C** pour contextualisé, **Dé** décontextualisé, **L** pour lien. Teneur : **Q** pour question, **Dir** pour direct, **Ind** pour indirect.

Chaque épisode a été résumé en deux mots pour information (voir l'annexe I pour plus de détail).

	Episode		Tot	Fonction			Objet			Teneur		
	n°	Contenu		Inf	Str	A	C	Dé	L	Q	Dir	Ind
R	7	Exo nouveau	<i>91</i>	69	24	7	66	0	34	11	29	60
B1	10	Exo applic.	78	68	24	8	69	4	27	15	24	60
B2	7	Exo applic.	96	65	24	11	72	9	19	15	60	25
M	7	Reprise exo	<i>177</i>	70	22	8	55	14	32	14	40	46

On constate d'abord une grande similitude des trois catégories de fonctions et de la part des questions.

Les différences les plus notables portent sur les répartitions entre discours direct et indirect ; cela correspond d'ailleurs à des différences générales qui ne sont pas réservées à ces seuls épisodes, mais qui semblent plus ou moins caractéristiques des discours de chaque enseignant dans les séances analysées (cf. IIIC1)).

Autre différence, nettement moins marquée : l'objet des discours. La part des discours sur des mathématiques contextualisées est en effet relativement constante, les variations se font essentiellement au niveau des répartitions entre ce qui est décontextualisé et ce qui relève du lien avec les mathématiques décontextualisées.

Enfin les croisements, sans être analogues, présentent aussi des points communs.

Le fait qu'un des enseignants (celui de la séance R) ne décontextualise jamais son discours dans cet épisode rend toutefois la comparaison un peu plus délicate. Ainsi les tableaux les plus comparables concernent le

croisement des fonctions et de la teneur des discours : outre l'association privilégiée de la structuration et du discours indirect, et le « manque » de questions sur la structuration, il apparaît dans les quatre cas une minoration du discours indirect dans les phrases portant sur l'argumentation. Cela n'est pas surprenant : l'argumentation peut paraître ici facilitée dans la mesure où l'enseignant s'appuie sur le rappel de ce qui vient d'être dit.

Le fait que l'information utilise, elle, un peu plus le discours direct, est sans doute accentué par la nature de la tâche, nouvelle et supposée non immédiate.

Autre point commun : l'argumentation concerne massivement (plus que les autres fonctions) les phrases qui font le lien entre mathématiques décontextualisées et contextualisées. Ceci est sans doute à mettre en rapport avec la place commune de ces quatre épisodes dans le déroulement des séances, et avec l'enjeu commun que l'enseignant peut y mettre : illustrer ce qui vient d'être fait en cours (ou pendant un exercice dans un cas).

*Ainsi plus que le détail de la tâche proposée dans un épisode, on pourrait faire l'hypothèse que le rôle que l'enseignant lui accorde serait déterminant dans le discours mobilisé.*

On retrouve aussi cette idée que tout se passe comme si les enseignants pensaient que ce qui vient d'être fait est en partie retenu, comme s'ils s'appuyaient dessus.

## E) Discussion

### 1) Importance de l'information

Nous avons mis en évidence une première régularité, concernant la part importante de l'information dans le discours de l'enseignant.

Cela peut amener à une première conclusion hâtive : si l'enseignant ne se donne pas des moyens draconiens pour concevoir une « activité d'introduction » qui en soit une, au sens où elle engage les élèves vers la construction de la notion à introduire (par exemple la concevoir de telle manière que l'enseignant puisse se taire), alors il y a trop d'information à donner pour que les élèves puissent s'engager seuls ou se valider seuls, et l'activité perd son sens.

Mais ce résultat est à nuancer grandement par la nature des activités visées, et notamment le type des notions introduites, qui peuvent amener à « dénaturer » inéluctablement ces activités (l'introduction des vecteurs est justement un cas difficile).

Une deuxième conclusion peut être de chercher à éclaircir ce constat en réintroduisant des catégories plus fines que nous avons collapsées pour l'instant dans notre premier axe. On peut penser à distinguer différentes modalités d'information et de structuration notamment.

## 2) Régularité et différence globale

La lecture globale de nos résultats sur les discours des quatre enseignants amène aux pistes de réflexion suivantes. Les fonctions du discours seraient plus imposées par les contenus (d'où les régularités), la teneur du discours serait très individuelle (d'où les diversités) et l'objet du discours traduirait plus des choix de gestion locale (d'où des regroupements).

## 3) Une mémoire locale ?

D'autre part nous avons constaté à deux reprises que tout se passe comme si l'enseignant pensait que ce qui vient d'être fait peut avoir une influence sur la suite. Il s'établirait une petite mémoire locale, au moins pendant la séance, de ce qui vient d'être dit, et il serait pertinent de s'appuyer dessus. Il pourrait y avoir là une source de difficulté dans la mesure où l'on sait que des élèves défavorisés ont du mal à retenir ce qui est fait, à concevoir que cela peut servir ailleurs que dans l'activité immédiate.

## 4) Importance des prévisions

On a vu par ailleurs que plus une tâche est considérée par l'enseignant comme facile pour ses élèves, plus il se permet de s'en « éloigner » : on trouve plus de questions, plus de discours indirect, plus de lien entre mathématiques contextualisées et décontextualisées, plus d'argumentation. On a repéré le même phénomène lorsqu'une tâche est proposée deux fois de suite.

Ceci se relie à nos yeux à la prévision, même implicite, que l'enseignant fait sur une tâche prescrite et / ou à ce qu'il attend de cette tâche (l'enjeu qu'il y attache, ou la difficulté qu'il prévoit pour les élèves).

Ainsi se dessine une autre conclusion possible<sup>24</sup> : *une donnée importante pour interpréter les variations du discours de l'enseignant selon les différentes tâches semblerait être par-delà les stricts contenus en jeu, la place des épisodes concernés dans le déroulement prévu a priori de la séance*. Cela serait plus une logique assez élémentaire de prévision et de répétition que des facteurs liés au déroulement (aux tâches effectuées) qui expliquerait les répartitions des discours selon nos catégories.

Les adaptations du discours de l'enseignant aux tâches et aux élèves seraient donc peut-être plus du domaine de l'a priori que de l'improvisation en classe<sup>25</sup>.

---

24. Il n'est pas sûr que ce résultat soit général, notamment il serait intéressant de le vérifier au collège, ou après des situations adidactiques.

25. C'est un résultat qui peut aider les formateurs, qui ont à faire face à la résistance des débutants à ce type de réflexion.

On peut d'ailleurs rapprocher ce résultat de celui de Maurice (1996), expliquant que les procédures des élèves ne sont pas pour l'enseignant des observables utiles à la conduite de la classe. On peut encore évoquer les travaux de Crahay (1989) qui tire comme conclusion de ses observations qu'il est possible de faire évoluer les enseignants pendant les phases de travail individuel (avant les séances) mais pas en classe.

### **F) Comment approcher l'univers mathématique que les enseignants réservent à leurs élèves – une étude de cas**

Risquons-nous à évoquer pour conclure des exemples d'univers que nous suggèrent nos premières analyses. Notre description est caricaturale, ce sont plutôt des pôles que nous donnons à voir, dans la mesure où il nous manque encore beaucoup trop d'éléments et dans la mesure où un seul contenu a été analysé.

On pourrait schématiser une première manière de faire fréquenter les mathématiques en parlant d'un univers de type « manuel animé », « CD-Rom »<sup>26</sup>.

Cela correspond à une séance où le « nouveau » n'est pas préparé précisément, même si des révisions amènent les élèves à se rappeler ce qu'ils savent sur les notions anciennes qui peuvent servir.

Les discours sont peu différenciés selon les épisodes. L'enseignant utilise toujours un vocabulaire très proche du vocabulaire mathématique (discours direct), et n'essaie pas de relier les mathématiques décontextualisées aux autres, utilisant dans les épisodes de cours des mathématiques décontextualisées, et dans les épisodes d'exercices des mathématiques contextualisées. Les élèves sont peu impliqués, et c'est surtout pour répondre à des questions d'information (demandes de résultats). Les réponses permettent plus à l'enseignant de tester l'état de la classe qu'aux élèves d'avancer s'ils ont une difficulté.

L'enseignant apporte essentiellement des informations, les structurations ne sont liées qu'à l'avancée du temps, il y a peu de réflexion.

En somme, ce que l'enseignant ajoute au manuel tient à l'oralisation du texte du savoir, à son découpage en une succession de tâches. Mais il reste à l'élève à combler la distance entre les mathématiques contextualisées et décontextualisées, à compléter les dialectiques dont ne lui sont présentées que des émergences bien délimitées, et à saisir le cas échéant qu'il ne se place pas là où l'enseignant l'attend.

Paradoxalement cela peut aussi évoquer certaines copies d'élèves, où tout figure mais où c'est au lecteur de trier, de mettre du relief...

Un autre univers qui semble s'esquisser, et qui est opposé au premier d'une certaine façon, serait celui des « mathématiques commentées »<sup>27</sup>.

26. Illustré ici le mieux par les séances M et B2.

27. Illustré ici le mieux par la séance R.

Le « nouveau » est préparé avec précision, l'élève sait exactement ce qui est généralisé par le cours. Cependant les phrases faisant le lien entre le contextualisé et le décontextualisé, notamment pour ce « nouveau », sont plutôt émises pendant les exercices que pendant le cours, assez « dépouillé ».

La structuration est importante, voire très importante, ainsi que le discours indirect, majoritaire. Autrement dit l'enseignant transforme le discours strictement mathématique, l'adapte.

Les élèves sont sollicités aussi bien sur des résultats que sur des argumentations.

On peut dire que le texte du savoir est « médiatisé », il n'est pas présenté brut aux élèves, en revanche ces derniers n'ont pas vraiment d'autonomie, ils ne sont pas associés à la structuration du savoir.

A titre d'essai prospectif, on peut évoquer un troisième pôle, l'univers des « mathématiques apparentes »<sup>28</sup>.

Participeraient à ce mode de fréquentation des mathématiques les demandes d'acquiescement ne testant pas la compréhension profonde, les questions fermées ou même coupées de manière à orienter suffisamment les élèves pour qu'ils répondent ce qui est attendu, sans que soit nécessairement testée une acquisition réelle.

Selon les épisodes fonction, teneur, et objet du discours sont très variables. Il peut y avoir une certaine structuration mais superficielle, il peut y avoir beaucoup de questions mais fermées. Il n'y a pas beaucoup de réflexion. Ces variations seraient peut-être plus liées à certains caractères du déroulement qu'au contenu.

Pour conclure, revenons sur les variables qui se sont introduites et sur nos perspectives.

Dans ces séances introductives, sur cette notion plutôt délicate, les variables qui discriminent les différents types de discours en classe selon les épisodes, et par suite les mathématiques que les enseignants font fréquenter à leurs élèves, ce que nous avons appelé les « univers », semblent donc tenir à la fois :

\* à certains éléments du scénario, en termes de contenus, de gestion et de chronologie relative,

\* à la teneur du discours (importance du discours indirect notamment, et qualité des échanges),

\* à son objet (rôle particulier des phrases faisant le lien entre les mathématiques contextualisées et décontextualisées, mélange),

\* et aux recompositions originales de chaque enseignant.

Pour préciser nos résultats, il nous faudra encore faire varier le contenu et le type des séances analysées (étudier des séances ayant lieu au milieu du cours sur les vecteurs par exemple). Des analyses de tâches et d'activités plus précises permettront sans doute d'établir de meilleures corrélations.

28. Illustré ici le mieux par la séance B1.

Certaines analyses de vocabulaire pourront être éclairantes, notamment pour mieux comprendre le rôle de ces dernières.

Enfin il faudra décider du niveau de détail significatif raisonnable où nous arrêter, pour raffiner nos axes (dimension « fonction » notamment). De même l'étude des questions doit être complétée.

#### BIBLIOGRAPHIE

- BAUTIER E. (1995), *Pratiques langagières, pratiques sociales*, L'Harmattan, Paris.
- BAUTIER E., ROCHEX J.Y. (1996), Rapport au savoir et à l'école des « nouveaux » lycéens, *l'année de la recherche en sciences de l'éducation*, Paris, 185-212.
- BERTHELOT R., SALIN M.-H. (1992), *Représentation de l'espace chez l'enfant et enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse de l'Université de Bordeaux I.
- BOERO P. (1994), Situations didactiques et problèmes d'apprentissage : convergences et divergences dans les perspectives de recherche, *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, La pensée sauvage, Grenoble, 17-50.
- BROUSSEAU G. (1986), Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, n°7/2, La pensée sauvage, Grenoble, 33-115.
- BROUSSEAU G. (1995), L'enseignant dans les théories didactiques, *Actes de la huitième école d'été de didactique des mathématiques (St Sauves)*, 3-46.
- CHARLOT B., BAUTIER E., ROCHEX J.Y. (1992), *Ecole et savoir dans les banlieues et ailleurs*, Armand Colin, Paris.
- CHEVALLARD Y. (1995), La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique, *Actes de la huitième école d'été de didactique des mathématiques (St Sauves)*, 83-122.
- COMITI C., GRENIER D., MARGOLINAS C., (1995), Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situations de classe et modélisation de phénomènes didactiques, *Différents types de savoirs et leur articulation*, ed. Arsac, Gréa, Grenier et Thiberghien, La pensée sauvage, Grenoble, 93-28.
- CRAHAY M. (1989), Contraintes de situation et interactions maître-élève : changer sa manière d'enseigner est-ce possible ? *Revue française de pédagogie* n°88, Paris, 67-94.
- DORIER J.L. (1997) ed., *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question*, La pensée sauvage, Grenoble.
- DOUADY R. (1994), Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir, *Repères-Irem* n°15, 37-64.
- DUMAS CARRÉ A., WEIL BARAIS A. (1997), *Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique* Peter Lang, Bern.
- GOIGOUX R. (document non publié).
- HACHE C., ROBERT A. (1997), Comment en didactique des mathématiques prendre en compte les pratiques effectives des enseignants de mathématiques au lycée ? *Cahier de Didirem* n°28, Université Paris 7.

- KRUMMHEUER G. (1988), Structures microsociologiques des situations d'enseignement en mathématiques, *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques*, La pensée sauvage, Grenoble, 41-51.
- MARGOLINAS C. (1995), La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations in *Les débats de didactique des mathématiques*, ed C. Margolinas, La pensée sauvage, Grenoble, 89-102.
- MAURICE J.J. (1996), Problèmes multiplicatifs : l'expérience de l'enseignant, l'action effective de l'élève, *Recherches en didactique des mathématiques*, n°16/3, La pensée sauvage, Grenoble, 323-348.
- NOIRFALISE A. et R. (1995), Visibilité et intelligibilité de l'action du professeur *Actes de la huitième école d'été de didactique des mathématiques* (St Sauves), 146-155.
- PASTRÉ (1996), Variations sur le développement des adultes et leurs représentations, *Education permanente* n°119, Paris, 33-63.
- PERRIN M.J. (1997), Pratiques des élèves et des enseignants en classe de mathématiques – Institutionnalisation en classe de seconde, *Cahier de Didirem* n°29, Université Paris 7.
- ROBERT A. (1996), Une approche de la formation professionnelle initiale des professeurs de mathématiques des lycées et des collèges, *Cahier de Didirem* n°26, Université Paris 7.
- ROBERT A. (1997), Quelques outils d'analyse épistémologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, *Actes de la neuvième école d'été de didactique des mathématiques* (Houlgate), à paraître.
- ROCHEX J.Y. (1994), *Le sens de l'expérience scolaire*, Puf, Paris.
- SCHUBAUER LEONI M. L. (1995), Entre théories du sujet et théories des conditions de possibilité du didactique : quel « cognitif » ? *Actes de la huitième école d'été de didactique des mathématiques* (St Sauves), 186-197.
- SEGER F. (1991), Interaction and knowledge in mathematics education, *Recherches en didactique des mathématiques*, n°11/3, La pensée sauvage, Grenoble, 125-166.
- STEINBRING H. (1995), Cercle épistémologique et contexte du savoir – analyse d'un épisode d'enseignement, *Les débats de didactique des mathématiques*, ed C. Margolinas, La pensée sauvage, Grenoble, 55-72.
- TROGNON A., GHIGLIONE R. (1993), *Où va la pragmatique ? De la pragmatique à la psychologie sociale*, Presse universitaires de Grenoble.
- VERGNAUD G. (1992), Qu'est-ce que la didactique ? en quoi peut-elle intéresser la formation d'adultes peu qualifiés ? *Education permanente* n°111, Paris, 19-31.
- VERGNAUD G. (1994), Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel, *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, La pensée sauvage, Grenoble, 77-191.
- VERGNAUD G. (1995), Au fond de l'apprentissage la conceptualisation, *Actes de la huitième école d'été de didactique des mathématiques* (St Sauves), 174-185.
- VOIGT J. (1985), Patterns and routines in classroom interaction, *Recherches en didactique des mathématiques*, n°6/1, La pensée sauvage, Grenoble, 69-118.
- VYGOTSKI L. (Edition 1985), *Pensée et Langage*, Paris, Editions Sociales, Messidor.



## ANNEXE 1

## DESCRIPTION DES DIFFÉRENTS ÉPISODES DES 4 SÉANCES

## CLASSE B2

L'objectif global de la séance est l'introduction de  $k\vec{u}$ .

La séance est divisée en 7 épisodes, correspondant à 5 tâches différentes cherchées en exercices et deux épisodes de cours.

Les 4 premiers exercices, supposés avoir été préparés, sont corrigés (deux élèves sont envoyés au tableau sur le premier exercice).

Il s'agit dans chaque cas de travailler sur des produits  $k\vec{u}$  (les élèves doivent savoir interpréter cette notation « en actes ») :  $k$  permet de comparer des vecteurs (de fait colinéaires), c'est ce qui est mis en jeu.

Premier épisode : on donne 2 points sur une droite,  $M$  et  $N$ , il faut dessiner 4 nouveaux points définis comme extrémités de vecteurs d'origine  $M$ , définis à partir de  $\vec{MN}$  par une égalité du type  $k\vec{MN}$ ,  $k$  prend des valeurs simples positives puis négatives (3,5, etc.).

Deuxième et troisième épisodes : il s'agit de trouver  $k$  cette fois-ci, en comparant deux représentants  $\vec{AE}$  et  $\vec{AB}$  de vecteurs donnés d'abord directement sur une droite graduée (épisode 2), ensuite le deuxième vecteur étant obtenu à partir d'une somme de représentants, toujours portés par la même droite (épisode 3).

Quatrième épisode : il s'agit d'exprimer en français l'influence du signe de  $k$  sur la position relative d'un point  $P$  tel que  $\vec{MP} = k\vec{MN}$  (où tous les points sont toujours sur une même droite).

Suivent deux épisodes de cours (5 et 6) sur la définition de  $k\vec{u}$  et ses premières propriétés (nous dirions de distributivité).

Un dernier exercice est proposé (épisode n°7), qui consiste de nouveau à trouver  $k$  à partir de représentants de vecteurs obtenus cette fois-ci à partir de points dessinés sur un quadrillage et non sur une droite. Dans le dernier cas,  $k$  n'existe pas, les vecteurs étant indépendants (les élèves n'arrivent pas jusque là).

## CLASSE B1

L'enjeu est d'introduire la différence de deux vecteurs, sous forme  $\vec{u} - \vec{v}$ , après avoir rappelé les méthodes pour obtenir la somme de deux vecteurs et avoir fait travailler sur divers représentants d'un même vecteur.

Nous avons distingué 10 épisodes dans la séance, trois de cours et 7 correspondant à des exercices.

Le premier épisode est un cours très général, rappel de ce qui a été vu au collège et intérêt des vecteurs.

Dans les quatre épisodes suivants, l'enseignant corrige des exercices préparés à la maison (il envoie au tableau ou non selon les cas).

Il s'agit d'exercices du manuel, où il faut repérer si des vecteurs, donnés par des représentants sur un quadrillage, sont ou non égaux (et cocher la case oui ou la case non selon la réponse).

On donne d'abord directement les extrémités des représentants à comparer, puis l'un des représentants est donné comme somme de deux autres (somme du type  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ , puis  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ , puis  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ ).

L'épisode suivant est un épisode de cours, bilan des méthodes pour faire la somme de deux vecteurs et introduction implicite de la notation  $u$  pour un vecteur.

L'exercice qui suit (épisode n°7), toujours préparé, consiste à trouver tous les représentants de vecteurs égaux à partir d'une figure donnée (parallélogrammes ayant un sommet commun).

Ensuite les élèves corrigent le dernier exercice préparé de la liste, pour lequel la tâche consiste à faire la somme de vecteurs donnés par leur représentant sur la figure précédente et à donner un représentant de la somme éventuellement différent du représentant obtenu directement (origine imposée).

Le cours qui suit (épisode n°9) introduit la différence de deux vecteurs comme la somme  $\vec{u} + (-\vec{v})$ , et le dernier exercice (épisode n°10) permet aux élèves de tracer des représentants de  $\vec{u} + \vec{v}$ , et  $\vec{u} - \vec{v}$ .

### CLASSE R

La séance a comme objectif d'introduire la multiplication  $k\vec{u}$ .

Il y a 12 épisodes, dont seul le dernier de cours proprement dit (introduction de  $k\vec{u}$ ) (cf. tableau joint).

Les quatre premiers épisodes concernent des exercices préparés à la maison et corrigés en classe, l'enseignant interroge à chaque fois des élèves, mais qui restent à leur place. Les textes des exercices sont indiqués sur une feuille polycopiée qui a été distribuée par l'enseignant.

Les tâches des trois premiers exercices sont assez proches, il s'agit de faire fonctionner diverses constructions de somme de vecteurs (sur des représentants), relation de Chasles et règle du parallélogramme, en

attirant l'attention des élèves sur la différence entre segment  $[AB]$  et vecteur  $\overrightarrow{AB}$ , notamment en ce qui concerne les longueurs et les normes. Ce sont des révisions.

Le quatrième exercice amène à deviner la notation  $\vec{u} - \vec{v}$ , par analogie avec les réels.

Les 5 exercices suivants, non préparés, consistent à préparer ce qui sera nouveau dans la séance, et d'abord  $2\vec{u}$ . Deux étapes (épisodes 5 et 6) : tracer  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MN}$ , en appliquant ce qui vient d'être révisé et en l'adaptant, deviner la notation  $2\overrightarrow{AB}$  (par analogie). On passe alors à  $\frac{1}{2}\vec{u}$ , en renversant le sens de la comparaison, pour exprimer le nouveau vecteur par rapport au premier, et on demande de tracer  $\overrightarrow{MN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$ , comme précédemment (épisode n°7). Les deux épisodes suivants (8 et 9) consistent à deviner la notation  $\frac{3}{2}\vec{u}$  et à faire fonctionner sur ce vecteur les caractéristiques « direction, sens longueur » habituelles.

Les tâches 10 et 11 font réutiliser systématiquement ce qui précède sur les vecteurs  $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ,  $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ,  $-2\overrightarrow{AB}$ ,  $-\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$ .

Arrive alors l'épisode de cours (12), qui institutionnalise la définition de  $k\vec{u}$ , et où l'enseignant fait travailler sur des exemples génériques. Les élèves ont bien travaillé sur la nouvelle opération et pas sur son résultat.

### CLASSE M

La séance a comme objectif de faire réviser ce qui a été acquis au collège sur les vecteurs et d'introduire la notion de vecteur  $\vec{u}$  à partir des égalités du type  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ...

Il y a 11 épisodes, dont seul le premier porte sur du cours (mais ce sont des souvenirs de collège).

Les épisodes suivants, de 2 à 5, correspondent à la construction des 4 nouveaux points du premier exercice : il s'agit de placer quatre nouveaux points définis à partir de points initiaux par divers procédés : quatrième sommet d'un parallélogramme, image par une translation, égalité de « vecteurs » (représentants). Une contrainte est ajoutée : il ne faut utiliser que la règle graduée. Cela amène à mettre en œuvre une symétrie par rapport au centre du parallélogramme pour tracer un côté paral-

lèle à un côté donné. Les élèves sont sollicités à leur place, sauf exception.

L'épisode n°6 correspond au bilan de cet exercice (énumération des méthodes), et les n°7 et 8 à sa reprise complétée (repérage des vecteurs égaux, avec un tracé en couleur).

De nouvelles révisions sont réparties dans les épisodes 9 et 10 (sur direction sens et longueur d'un vecteur et relation de Chasles). Dans le dernier exercice, traité dans l'épisode n°11, il s'agit de trouver l'image d'un parallélogramme par une translation, l'exercice n'est pas terminé.

## ANNEXE 2

L'ANNEXE 2 REGROUPE LES RENSEIGNEMENTS GLOBAUX  
SUR LES 4 SÉANCES OBSERVÉES.

## ANNEXE 2 TABLEAU 1

**Type de questions posées par le professeur  
au cours des séances étudiées**

Les nombres en italique indiquent le nombre total de questions (ou sollicitations) posées pendant la séance, les nombres droits correspondent à des pourcentages de l'ensemble des questions.

	Anim	Acq	FQ	exo	Liens	Math	Form	Méth	Elèves	Total
B2	21	17	3	33	4	13	3	6	1	78
B1	3	36	1	26	7	14	0	11	1	294
R	15	12	1	21	7	20	14	6	3	268
M	12	3	0	34	7	28	3	12	1	304

Exemple de questions d'animation (**Anim**): « Qu'as-tu dit, je n'ai pas entendu ».

Exemple de question d'acquiescement (**Acq**): « D'accord? », « C'est compris? ».

Exemple de fausses questions (**FQ**): « Que faut-il retenir de tout cet exercice? ».

Questions dont l'objet est classé comme mathématiques contextualisées: **exo**.

Question dont l'objet est le lien entre mathématiques contextualisées et décontextualisées: **Liens**.

Question dont l'objet est classé comme mathématiques décontextualisées (excepté les questions portant sur la formulation ou sur les méthodes): **Math**.

Question portant sur la formulation: **Form**.

Question portant sur les méthodes: **Méth**.

Exemple de reprise par le professeur d'une question d'un élève (**Elèves**): « Mathieu nous demande... », « oui? ».

Pour plus de détail on peut se reporter à Hache et Robert (1997).

## ANNEXE 2 TABLEAU 2

Les répartitions des différentes catégories  
des discours des enseignants par épisode

Les nombres en italique (dans la colonne total, notée **Tot**) représentent la longueur du discours de l'épisode considéré, les nombres droits donnent le pourcentage du caractère considéré, par rapport à la longueur de l'ensemble du discours de l'épisode.

Le contenu de chaque colonne est indiqué par l'abréviation du caractère correspondant. Fonction : **Inf** pour information, **Str** pour structuration, **A** pour argumentation. Objet : **C** pour contextualisé, **Dé** décontextualisé, **L** pour lien. Teneur : **Q** pour question, **Dir** pour direct, **Ind** pour indirect.

	Contenu	Tot	Fonction			Objet			Teneur		
			Inf	Str	A	C	Dé	L	Q	Di	Ind
B2	Total exo	<i>329</i>	62	24	14	67	7	25	13	59	28
B2	Total cours	<i>178</i>	39	43	17	2	87	12	8	51	41
B2	Total	<i>507</i>	54	31	15	44	35	21	11	56	32
R	Total exo	<i>893</i>	56	29	15	50	18	33	25	22	53
R	Total cours	<i>126</i>	48	32	21	11	81	8	7	47	46
R	Total	<i>1019</i>	55	29	16	47	22	31	23	24	53
B1	Total exo	<i>571</i>	64	20	16	42	19	39	24	39	37
B1	Total cours	<i>154</i>	65	25	10	27	48	25	21	46	32
B1	Total	<i>725</i>	64	21	15	39	25	36	24	40	36
M	Total exo	<i>453</i>	66	24	10	73	6	21	38	38	23
M	Total	<i>894</i>	66	23	11	58	16	26	29	39	31

## ANNEXE 3

Nous donnons dans l'annexe 3 les croisements des différentes caractéristiques du discours pour les épisodes évoqués dans le texte. Chaque valeur possible de chaque caractéristique (titre des colonnes) est décomposée suivant les valeurs des autres caractéristiques (titre des lignes). La colonne **Tot** (Total) rappelle les parts correspondantes pour l'ensemble du discours des épisodes considérés.

Les catégories sont désignées par leur initiale ou une abréviation. Fonction : **Inf** pour information, **Str** pour structuration, **A** pour argumentation. Objet : **C** pour contextualisé, **Dé** pour décontextualisé, **L** pour lien. Teneur : **Q** pour question, **Dir** pour direct, **Ind** pour indirect. Nous avons aussi abrégé fonction en **F**, teneur en **T**, objet en **O**. Les catégories sont désignées par leur initiale ou une abréviation.

Lire ainsi : dans le tableau « R 10 » on peut trouver dans les deuxième et quatrième colonnes du sous-tableau «  $\tau^{\wedge O}$  » (croisement teneur-objet) le type d'information suivante : *dans l'épisode R10, tout le discours de structuration du professeur porte sur le lien entre mathématiques contextualisées et décontextualisées, alors que seulement 10% du discours de l'épisode porte sur ce lien*. On voit aussi (deuxième colonne du sous-tableau «  $\tau^{\wedge F}$  ») que *tout le discours de structuration est exprimé dans un vocabulaire non strictement mathématiques*.

## ANNEXE 3 : TABLEAU 3

## 2 tâches analogues successives pour un même enseignant :

## R 10

$\mathcal{A}^T$	Q	Dir	Ind	Tot
Inf	88	82	61	76
Str	0	0	25	9
A	12	18	14	15

$\mathcal{A}^F$	Inf	Str	A	Tot
Q	25	0	17	22
Dir	47	0	50	43
Ind	28	100	33	35

$\mathcal{A}^O$	C	Dé	L	Tot
Q	25	0	0	22
Dir	46	0	25	43
Ind	29	100	75	35

$\mathcal{A}^T$	Q	Dir	Ind	Tot
C	100	94	71	87
Dé	0	0	7	3
L	0	6	21	10

$\mathcal{A}^F$	Inf	Str	A	Tot
C	25	0	17	87
Dé	47	0	50	3
L	28	100	33	10

$\mathcal{A}^O$	C	Dé	L	Tot
Inf	77	100	63	76
Str	6	0	38	9
A	17	0	0	15

## R 11

$\mathcal{A}^T$	Q	Dir	Ind	Tot
Inf	92	66	61	70
Str	0	9	39	19
A	8	26	0	11

$\mathcal{A}^F$	Inf	Str	A	Tot
Q	31	0	18	24
Dir	33	16	82	35
Ind	36	84	0	41

$\mathcal{A}^O$	C	Dé	L	Tot
Q	20	0	29	24
Dir	31	25	39	35
Ind	49	75	31	41

$\mathcal{A}^T$	Q	Dir	Ind	Tot
C	38	40	54	45
Dé	0	3	7	4
L	63	57	39	51

$\mathcal{A}^F$	Inf	Str	A	Tot
C	88	57	100	45
Dé	3	0	0	4
L	8	43	0	51

$\mathcal{A}^O$	C	Dé	L	Tot
Inf	78	75	63	70
Str	22	25	16	19
A	0	0	22	11



## ANNEXE 3 : TABLEAU 4

## 2 tâches voisines, 2 enseignants différents :

## R 3

$\tau^T$	Q	Dir	Ind	Tot
Inf	72	100	67	82
Str	0	0	33	3
A	28	0	0	15

$\tau^F$	Inf	Str	A	Tot
Q	46	0	100	53
Dir	46	0	0	38
Ind	7	100	0	9

$\tau^O$	C	Dé	L	Tot
Q	60	56	40	53
Dir	40	33	40	38
Ind	0	11	20	9

$\sigma^T$	Q	Dir	Ind	Tot
C	50	46	0	44
Dé	28	23	33	26
L	22	31	67	29

$\sigma^F$	Inf	Str	A	Tot
C	50	0	20	44
Dé	14	100	80	26
L	36	0	0	29

$\tau^O$	C	Dé	L	Tot
Inf	93	44	100	82
Str	0	11	0	3
A	7	44	0	15

## B1 8

$\tau^T$	Q	Dir	Ind	Tot
Inf	69	80	24	66
Str	7	10	59	17
A	24	10	18	17

$\tau^F$	Inf	Str	A	Tot
Q	44	18	59	42
Dir	50	24	24	41
Ind	6	59	18	17

$\tau^O$	C	Dé	L	Tot
Q	41	0	45	42
Dir	47	50	35	41
Ind	12	50	20	17

$\sigma^T$	Q	Dir	Ind	Tot
C	48	56	35	49
Dé	0	2	6	2
L	52	41	59	49

$\sigma^F$	Inf	Str	A	Tot
C	55	71	6	49
Dé	2	6	0	2
L	44	24	94	49

$\tau^O$	C	Dé	L	Tot
Inf	73	50	59	66
Str	24	50	8	17
A	2	0	33	17