



Elaboration, modélisation et simulation de membranes architecturées

Marie Rebouah, Grégory Chagnon, Denis Favier

► To cite this version:

Marie Rebouah, Grégory Chagnon, Denis Favier. Elaboration, modélisation et simulation de membranes architecturées. 22e Congrès Français de Mécanique, Aug 2015, Lyon, France. <hal-01807467>

HAL Id: hal-01807467

<https://hal.science/hal-01807467v1>

Submitted on 4 Jun 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Elaboration, modélisation et simulation de membranes architecturées.

M. REBOUAH^a, G. CHAGNON^b, D. FAVIER^b

^aUniversité de Lyon, INSA-Lyon, LaMCoS, CNRS UMR5259, 18-20 rue des sciences, F-69621 Villeurbanne, marie.rebouah@insa-lyon.fr

^bUniversité de Grenoble Alpes, TIMC-IMAG, F-38000 Grenoble, France-CNRS, TIMC-IMAG, F-38000 Grenoble, France, gregory.chagnon@imag.fr

Résumé :

Des membranes silicones architecturées, par géométrie ou par microstructure, sont élaborées pour présenter une anisotropie initiale contrôlée. Les membranes architecturées par géométrie sont crénelées et celles par microstructure ont une direction privilégiée des chaînes macromoléculaires. L'anisotropie est contrôlée en fonction de l'architecture. Une loi de comportement équivalente pour la membrane architecturée par géométrie prenant en compte l'orientation des créniaux, l'hyperélasticité et l'anisotropie induite par l'effet Mullins du matériau constitutif est développée. Cette loi est implantée dans un code de calculs par éléments finis. Une extension de ce modèle est proposée pour la membrane architecturée par microstructure et permet également de tenir compte la viscoélasticité du matériau. Ces modèles sont finalement comparés à des résultats expérimentaux.

Abstract :

Architected membranes (silicone) by geometry or by microstructure are made to present a controlled initial anisotropy. Architected membranes by geometry present crenels on their external surfaces, and architected membranes by microstructure have a privilege direction of the chains. The anisotropy is controlled by the architecture. An equivalent model is proposed for both architected membrane to take into account hyperelasticity, Mullins effect and initial anisotropy. This constitutive equation is extended to viscoelasticity for the architected membrane by microstructure. Models are validated on experimental data.

Mots clefs : grandes déformations, anisotropie, matériaux architecturés, silicone

1 Introduction

Les matériaux architecturés présentent pour la plupart des structures complexes difficile à modéliser dans un calcul éléments finis du fait de la taille des motifs du matériau vis à vis de l'échelle de la structure. Le développement de lois équivalentes est donc indispensable pour obtenir des temps de calcul raisonnables.

Dans ce contexte, deux matériaux architecturés sont développés : l'un par géométrie, sous forme d'une membrane crénelée, l'autre par microstructure, sous forme d'une membrane plane. Une stratégie de développement de loi de comportement équivalente est proposée à partir du comportement du matériau constitutif. Concernant la membrane crénelée, la loi de comportement permet de prendre en compte l'effet Mullins, l'anisotropie induite, et l'anisotropie initiale. Pour la membrane plane, les mêmes effets sont pris en compte, ainsi que la viscoélasticité, qui n'est plus négligée. Une validation des modèles est proposée à partir d'un calcul réalisé sur une structure réelle pour la membrane crénelée et sur des essais de traction simple pour la membrane plane.

2 Etude expérimentale

2.1 Matériau architecturé par géométrie

Des membranes crénelées sont développées à partir d'un moule permettant de fabriquer des membranes de 16 cm de diamètre et 1 mm d'épaisseur. Sur chaque surface se trouvent des créneaux de largeur 1 mm et hauteur 1 mm espacés de 2 mm. L'orientation relative des créneaux entre les deux surfaces est contrôlable lors de la fabrication. Des éprouvettes de traction simple avec une orientation relative des créneaux δ de 0, 45, 90, 135 et 180° ont été découpées à partir des membranes circulaires. La figure 1 représente une schématisation de ces membranes.

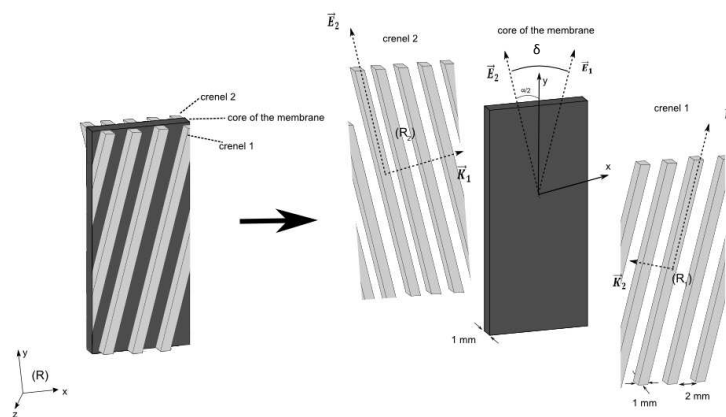


FIGURE 1 – Représentation d'une membrane silicone architecturée par géométrie.

L'élastomère utilisé pour le développement de ces membranes est un silicone chargé en silice RTV3428. Ce matériau présente le comportement mécanique caractéristique des élastomères avec une capacité à supporter de grandes déformations, un fort assouplissement dû à l'effet Mullins et une viscoélasticité assez faible [1], négligée dans un premier temps.

Des essais de traction cyclique réalisés sur des éprouvettes découpées dans les membranes crénelées ont montré des phénomènes similaires au matériau constitutif. Une raideur dépendant de l'orientation des créneaux a été observée avec également des contractions latérale (des deux directions transversales) dépendantes de l'orientation des créneaux, comme illustré sur la figure 2.

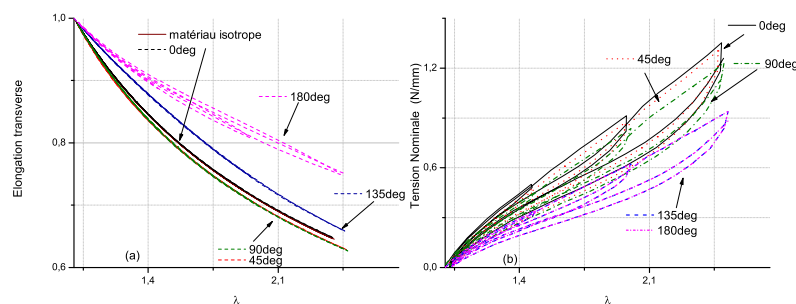


FIGURE 2 – Résultats d'essais cycliques de traction uniaxiale pour différentes orientations des créneaux.

2.2 Matériau architecturé par microstructure

L'architecture par microstructure est obtenue par un procédé de sur-réticulation appliqué à la membrane soumise à un niveau de déformations de 60% après une réticulation initiale partielle. La sur-réticulation imposée à la membrane dans un état déformé permet d'imposer une direction préférentielle aux chaînes macromoléculaires du polymère (à nouveau RTV3428). L'influence de cette orientation préférentielle dépend du niveau de déformation imposé lors de la sur-réticulation. Le procédé de fabrication est schématisé sur la figure 3.

Trois éprouvettes orientées à 0, 45 et 90° par rapport à la direction préférentielle des chaînes (*i.e.* la direction de traction pendant la sur-réticulation) sont découpées dans la membrane et soumises à un essai cyclique de traction simple. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 4.

Une fois encore, les phénomènes caractéristiques du matériau constitutif sont observés sur les résultats des essais, et la raideur des éprouvettes est différente en fonction de son orientation par rapport à la direction privilégiée.

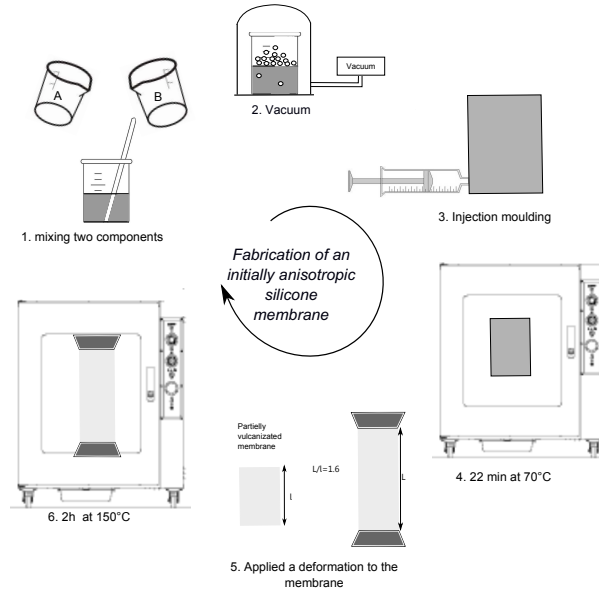


FIGURE 3 – Elaboration de la membrane plane architecturée par microstructure

3 Modèle équivalents

3.1 Loi de comportement pour silicone

Comme noté lors des essais, la viscoélasticité du matériau est assez faible. Cet aspect ne sera donc pas pris en compte dans la modélisation du matériau dans un premier temps. Le modèle s'attache en revanche à la modélisation du comportement évolutif du matériau dû à l'effet Mullins. Ce phénomène induit de l'anisotropie dans le matériau, qui doit elle-même être prise en compte dans les lois de comportement. Ceci est réalisé par une modélisation uniaxiale intégrée sur un volume de matière. L'intégration se fait par la discrétisation d'une microsphère en 42 directions, notées $\mathbf{A}^{(i)}$, chaque direction ayant un poids $\omega^{(i)}$ [2]. Le matériau est finalement modélisé par une densité d'énergie isotrope et une partie pouvant gérer l'anisotropie induite du matériau :

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{silicone}} = -p\mathbf{I} + 2\mathbf{B}\frac{\partial W_{cc}}{\partial I_1} + 2(I_1\mathbf{B} - \mathbf{B}^2)\frac{\partial W_{cc}}{\partial I_2} + 2\sum_{i=1}^{42}\omega^{(i)}\mathcal{F}^{(i)}\frac{\partial W_{cf}^{(i)}}{\partial I_4^{(i)}}\mathbf{F}(\mathbf{A}^{(i)} \otimes \mathbf{A}^{(i)})\mathbf{F}^T \quad (1)$$

où I_j (avec $j = 1..4$) sont les invariants du tenseur de Cauchy Green gauche \mathbf{B} , W_{cc} est l'énergie de déformation de la partie isotrope choisie ici sous la forme du modèle de Mooney (de paramètres C_1 et C_2), W_{cf} représente l'énergie de chaque direction,

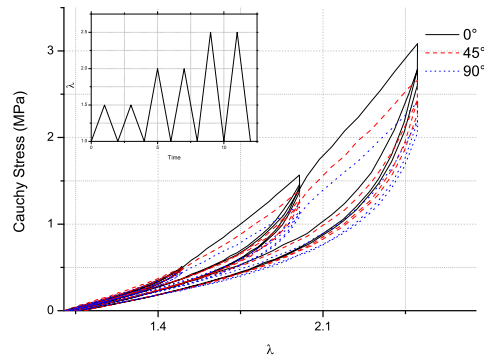


FIGURE 4 – Essais cyclique sur la membrane architecturée par microstructure.

une forme logarithmique est choisie [3], \mathcal{F} représente la fonction d'évolution de l'effet Mullins, la fonction développée par Rebouah et al (2013)[4] est choisie. Cette fonction évolue avec les maximums de déformation atteint globalement et dans chaque direction dans le matériau. Ce modèle, présente donc 4 paramètres, 3 pour décrire la loi hyperélastique du matériau et 1 pour décrire l'évolution de l'effet Mullins. Ce modèle 3D permet de représenter le comportement mécanique du silicone, des simulations sont présentées dans la littérature[4].

3.2 Modèle équivalent pour l'architecture géométrique

Pour réduire les temps de calculs, un modèle équivalent de membrane est nécessaire. Dans une première approche, la membrane peut être considérée comme la juxtaposition d'une membrane sans renfort et de deux rangées de créneau. Une première modélisation de ce type a été effectuée pour un élastomère silicone non chargé au comportement purement hyperélastique [5]. Les rangées de créneaux sont modélisées par des barres travaillant uniquement en traction-compression. Le comportement équivalent de la membrane est ainsi obtenu par la combinaison de modèles hyperélastiques et des données géométriques de la membrane. Ici, le comportement évolutif dû à l'effet Mullins du matériau doit également être pris en compte. Ainsi la fonction d'évolution pour prendre en compte cet effet est ajouté dans le modèle équivalent. La loi de comportement tridimensionnelle du silicone (Eq. 1) est écrite en traction uniaxiale pour représenter le

comportement en traction-compression des créneaux :

$$\boldsymbol{\sigma}_{(k)} = \left(2C_1 \left(I_{4c}^{(k)} - \frac{1}{\sqrt{I_{4c}^{(k)}}} \right) + 2C_2 \left(\sqrt{I_{4c}^{(k)}} - \frac{1}{I_{4c}^{(k)}} \right) + 2\tilde{\omega} \mathcal{F} \frac{\partial W_{cf}}{\partial I_{4c}^{(k)}} \right) \mathbf{e}_n^{(k)} \otimes \mathbf{e}_n^{(k)} \quad (2)$$

où $I_{4c}^{(k)} = \mathbf{E}_k \cdot \mathbf{C} \mathbf{E}_k$ représente l'élongation au carré dans la direction \mathbf{E}_k . $\mathbf{e}_n^{(k)}$ la norme du vecteur \mathbf{E}_k transformé au cours de la déformation. Seul un nouveau paramètre géométrique $\tilde{\omega}$ est introduit pour traduire la conversion du modèle de 42 directions en 1 seule direction équivalente. Les autres paramètres restent inchangés par rapport à ceux du matériau constitutif.

Pour améliorer la modélisation, un terme de couplage traduisant les effets de cisaillement dans la membrane élastomère est ajouté à la modélisation. Pour cela deux nouveaux invariants sont introduits :

$$I_8 = \frac{1}{2} (\mathbf{C} : (\mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2) + \mathbf{C} : (\mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_1)) \quad (3)$$

$$I_9 = \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \quad (4)$$

Une énergie de déformation représentant l'énergie de cisaillement dans la membrane est proposée :

$$\mathcal{W}_{coupling} = C_8(\delta) \int \ln(1 + I_8 - I_9) dI_8 \quad (5)$$

La fonction $C_8(\delta)$ représente la fonction raideur en cisaillement pour chaque orientation de membrane. D'après les résultats expérimentaux [3], il paraît nécessaire d'utiliser une fonction quadratique :

$$C_8(\delta) = a\delta^2 \quad (6)$$

où a est un paramètre matériau.

Au final, le modèle équivalent de la membrane crénelée ne présente qu'un paramètre matériau supplémentaire (le terme de couplage) par rapport à la loi de comportement du silicone constitutif. Des simulations du modèle sont présentées sur la figure 5. Il apparaît que le modèle est capable de décrire le comportement cyclique de la membrane crénelée pour les différentes orientations de créneaux.

3.3 Modèle équivalent pour l'architecture par micro-structure

La membrane architecturée par microstructure présente une structure homogène, aucune hypothèse liée à la géométrie n'est nécessaire. Le modèle équivalent pour cette membrane plane permet de prendre en compte les mêmes effets que celui de la membrane architecturée par géométrie, ainsi que la viscoélasticité. Comme précédemment, le modèle est basé sur une approche par discrétisation d'une microsphère en 42 directions

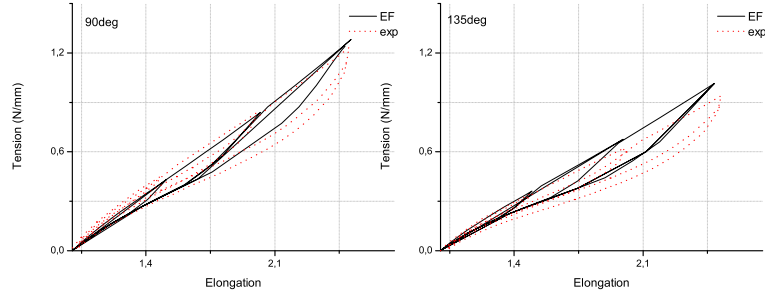


FIGURE 5 – Comparaison des simulations du modèle avec les données expérimentales pour deux angles de créniaux 90 et 135°.

L'équation constitutive de ce modèle équivalent peut être divisée en trois parties. Tout d'abord, le comportement hyperélastique est représenté par un modèle Néo Hookeen. La seconde partie permet de prendre en compte la viscoélasticité du matériau grâce au modèle proposé par Huber et al(2000) [6]. La troisième partie permet de prendre en compte l'effet Mullins et l'anisotropie qu'il induit. Il est considéré ici que chaque direction de la microsphère endure les trois effets (hyperélastique, viscoélastique, effet Mullins), et que chacune de ces directions n'est soumise qu'à un chargement de type traction compression [7]. La contrainte endurée par le matériau est donc définie tel que :

$$\sigma = \sum_i^{42} \omega^{(i)} \left(2C_1 \left(\lambda^{(i)2} - \frac{1}{\lambda^{(i)}} \right) + 2C_3 \left(\lambda_e^{(i)2} - \frac{1}{\lambda_e^{(i)}} \right) + 2\lambda^{(i)2} \mathcal{F}^{(i)} \frac{\partial W_{cf}^{(i)}}{\partial I_4^{(i)}} \right) \mathbf{a}_n^{(i)} \otimes \mathbf{a}_n^{(i)} \quad (7)$$

Pour prendre en compte l'anisotropie initiale du matériau, il convient d'appliquer une valeur différente aux paramètres matériaux en fonction de leur orientation à l'intérieur de la microsphère. De cette manière C_1 qui représente l'hyperélasticité devient $C_1^{(i)}$ pour chaque direction. C_3 qui représente la viscoélasticité devient $C_3^{(i)}$, et il est important de noter que l'anisotropie initiale due à la partie viscoélastique peut aussi être induite par le paramètre matériau $\eta_0^{(i)}$ qui permet de décrire l'équation d'évolution viscoélastique $\lambda_e^{(i)}$ tel que $\dot{\lambda}_e^{(i)} = \lambda_e^{(i)} \frac{\dot{\lambda}^{(i)}}{\lambda^{(i)}} - 4 \frac{C_2}{3\eta_0^{(i)}} (\lambda_e^{(i)3} - 1)$. La partie effet Mullins reste identique à celle décrite précédemment.

La contrainte s'écrit donc finalement :

$$\sigma = \sum_i^{42} \omega^{(i)} \left(2C_1^{(i)} \left(\lambda^{(i)2} - \frac{1}{\lambda^{(i)}} \right) + 2C_3^{(i)} \left(\lambda_e^{(i)2} - \frac{1}{\lambda_e^{(i)}} \right) + 2\lambda^{(i)2} \mathcal{F}^{(i)} \frac{\partial W_{cf}^{(i)}}{\partial I_4^{(i)}} \right) \mathbf{a}_n^{(i)} \otimes \mathbf{a}_n^{(i)} \quad (8)$$

Les détails de ce modèle peuvent être trouvés dans [7], les valeurs et la détermination des paramètres matériaux dans [8]. Ce modèle a donc été comparé aux résultats expérimentaux présentés dans la première partie, les résultats obtenus sont présentés sur la figure 6. Bien que les courbes ne sont pas parfaitement superposées, le modèle permet bien de prendre tous les effets simultanément.

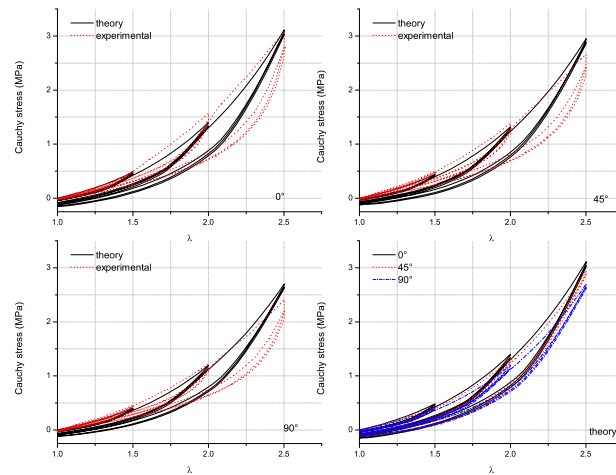


FIGURE 6 – Comparaison du modèle équivalent pour la membrane architecturée par microstructure

4 Implantation et simulations numériques

Dans un premier temps, seul le modèle équivalent de la membrane crénelée a été implanté numériquement. Ce modèle a l'avantage d'être uniquement écrit en fonction des invariants du tenseur des dilatations, facilitant ainsi son implantation dans un code de calculs éléments finis est assez aisé. Il est nécessaire d'écrire les dérivées premières et secondes de l'énergie de déformation par rapport à chacun des invariants. Dans ce travail, le modèle a été implanté dans Abaqus et validé par la simulation des essais de traction uniaxiale sur les éprouvettes avec différentes orientations de créneaux.

Les capacités prédictives des modèles ont été démontrées en simulant un essai de gonflement, réalisé expérimentalement sur une membrane circulaire de 16 cm de diamètre. Le champ de déformation de la membrane a été mesuré par le logiciel de corrélation d'images Vic3D. Les essais ont été réalisés à des pressions modérées du fait des zones d'ombre générées par les créneaux qui ne permettaient pas de corréler pour

de très grandes déformations. Pour la simulation, un modèle plan de membrane a été construit à partir d'éléments coques quadratiques et la loi équivalente de la membrane architecturée a été utilisée. Une comparaison du modèle et des essais est présentée sur la figure 7. La déformation maximale principale est représentée pour un même niveau

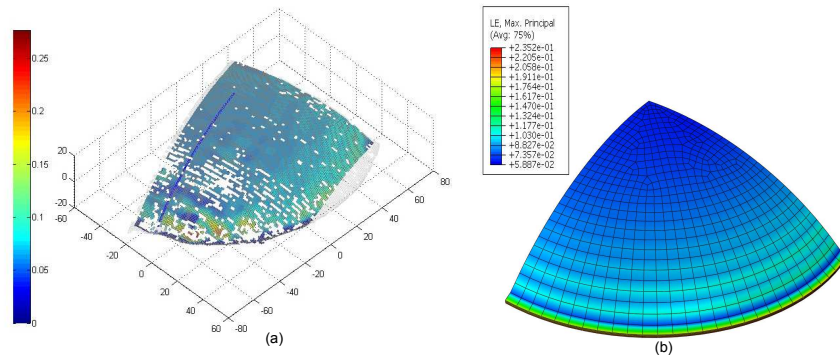


FIGURE 7 – Comparaison des champs de déformation entre essai expérimental et simulations lors d'un essai de gonflement de membrane.

de pression. Il apparaît que le modèle permet de décrire très précisément le champ de déformation de la structure réelle. De la même manière, les différentes composantes du tenseur des déformations ont été comparées avec succès.

5 Conclusion

Cette étude a proposé la mise en place d'une stratégie de modélisation pour deux types de membrane architecturée. Dans le cas de la membrane architecturée par géométrie, le modèle équivalent est obtenu par la détermination du comportement du matériau constitutif, de considérations géométriques et d'un unique paramètre supplémentaire représentant la raideur en cisaillement de la membrane dans son plan. Ce modèle prend une forme analytique implantable dans un code de calculs éléments finis. Ce modèle a été validé sur un calcul de structures, (*i.e.* la simulation d'un essai de gonflement de membrane) dont les résultats sont en adéquation avec les données expérimentales des essais réalisés. Dans le cas de la membrane architecturée par microstructure, le modèle équivalent est construit sans hypothèse géométrique, puisque la membrane est plane. Ce modèle permet de prendre en compte la viscoélasticité du matériau en plus de l'anisotropie initiale et de l'effet Mullins, mais n'a pas encore été implanté numériquement.

Références

- [1] T. Rey, G. Chagnon, J.-B. Le Cam, D. Favier. Influence of the temperature on the mechanical behavior of two silicone rubbers above crystallization temperature, Polym.

Test., 32, 492-501, 2013.

[2] Z. P. Bazant, B. H. Oh. Efficient numerical integration on the surface of a sphere, *Z Angew Math Mech*, 66, 37-49, 1986.

[3] M. Rebouah, G. Chagnon, D. Favier. Development and modelling of filled silicone architected membranes, *Meccanica*, 50, 11-24, 2015.

[4] M. Rebouah, G. Machado, G. Chagnon, D. Favier. Anisotropic Mullins stress softening of a deformed silicone holey plate, *Mech. Res. Comm.*, 49, 36-43, 2013.

[5] L. Meunier, G. Chagnon, D. Favier, L. Orgéas. Anisotropic large deformation of geometrically architected unfilled silicone membranes, *Eur. J. Mech A-Solids*, 50, 87-99, 2015.

[6] A. Huber and C. Tsakmakis. Finite deformation viscoelasticity laws. *Mech. Mater.*, 32, 1-18, 2000.

[7] M. Rebouah and G. Chagnon. Extension of classical viscoelastic models in large deformation to anisotropy and stress softening. *Int. J. non-linear Mech.*, 61(0), 54 – 64, 2014

[8] M. Rebouah. Anisotropic stress softening and viscoelasticity in rubber like materials and architected materials. Thesis, 2014.