



**HAL**  
open science

## Flambement d'une sphère sous sollicitations combinées

M Tall, S. Hariri, Philippe Le Grogneq, Y Simonet

► **To cite this version:**

M Tall, S. Hariri, Philippe Le Grogneq, Y Simonet. Flambement d'une sphère sous sollicitations combinées. Congrès Marocain de Mécanique, Apr 2017, Meknès, Maroc. hal-01799694

**HAL Id: hal-01799694**

**<https://hal.science/hal-01799694>**

Submitted on 25 May 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Flambement d'une sphère sous sollicitations combinées

M. TALL<sup>\*,1,2</sup> S. HARIRI<sup>2</sup> P. LE GROGNEC<sup>3</sup> Y. SIMONET<sup>1</sup>

\* [mamadou.tall@cetim.fr](mailto:mamadou.tall@cetim.fr)

<sup>1</sup> CETIM – Centre Technique des Industries Mécaniques, Senlis  
5, avenue Félix Louat – BP 80067  
60304 Senlis, France

<sup>2</sup> Ecole des Mines Douai  
Département Technologie des Polymères et Composites & Ingénierie  
Mécaniques

941, rue Charles Bourseul - CS 10838  
59508 Douai cedex, France

<sup>3</sup> ENSTA Bretagne  
FRE CNRS 3744, IRDL, F-29200 Brest, France

## 1 Introduction

Les structures minces sont caractérisées par le fait qu'une de leur dimension (e.g. l'épaisseur) soit très petite devant les dimensions globales de la structure ainsi que devant les rayons de courbures de la surface moyenne. Cette spécificité en font des structures légères et donc économiquement très attractives. Parmi leurs nombreuses applications, on peut citer les structures offshores, les véhicules, les composants de l'industrie aéronautique, les Équipements Sous Pression (ESP) ... Cette légèreté à laquelle s'ajoute leur élancement font que lorsqu'elles sont soumises à des contraintes de natures compressives et/ou de cisaillement, elles peuvent entrer dans un état instable à partir d'un certain niveau de chargement. Cet instabilité mécanique désignée sous l'appellation flambement a fait l'objet de plusieurs recherches depuis plus d'une centaine d'années.

Si nous prenons le cas particulier des ESP, les conséquences inhérentes à la défaillance de tels équipements sont nombreuses et variées (risques humains, matériels, écologiques). Pour se prémunir contre ces risques et assurer un dimensionnement sécuritaire, les industriels font appel à des codes et des normes (CODAP français, ASME ...). Dans ce papier, on présente la tenue au flambement de la structure sphérique sous sollicitations combinées (pression externe + cisaillement circonférentiel). La raison pour laquelle on s'intéresse à une telle configuration est que dans les ESP on note souvent la présence de zones de transition qui peuvent induire un cisaillement local. Or, les ingénieurs ne disposent pas actuellement de règles suffisamment claires pour justifier proprement les effets de ce cisaillement local sur la tenue au flambement d'une sphère sous pression externe. En adoptant le formalisme des Recommandations Européennes (texte ECCS) [1], les différents paramètres clefs (voir section 2) des courbes de voilement, pour chaque sollicitation fondamentale, sont établies. Enfin, les différentes courbes d'interaction issues de

ces études paramétriques permettent d'avoir des perspectives intéressantes pour le dimensionnement au flambement d'une sphère sous sollicitations combinées de pression externe et de cisaillement circonférentiel.

## 2 Méthodes et Modélisation numérique

Nous adoptons la méthodologie du texte ECCS qui formalise un ensemble d'analyses ainsi que des courbes de voilement qui permettent d'étudier complètement le comportement au flambement des structures de type coque. L'avantage de l'utilisation de telles courbes est qu'elles sont parfaitement déterminées par la connaissance essentiellement de quatre grands paramètres clefs (Tableau 1) qui permettent de mettre en exergue, chacun, une caractéristique essentielle durant le processus de flambement.

$\alpha$	Non-linéarités géométriques et imperfections géométriques
$\beta$	Définition du domaine plastique
$\eta$	Interaction élastique-plastique
$\lambda_0$	Délimitation plateau plastique

TABLE 1 – Paramètres clefs des courbes de voilement [1][2]

En pression externe, une sphère complète est modélisée afin de traiter le problème dans sa globalité et ainsi ne pas écarter certains modes de flambement. Par la suite, nous nous limitons à une demi-sphère en appliquant les conditions limites adéquates. Pour la sphère complète en pression externe, deux types de maillage sont utilisées : un maillage axisymétrique (Figure 1a) mettant en exergue un "point singulier" au niveau de l'apex et un maillage structuré en quadrangle (Figure 1b) plus uniforme. Toutes les analyses non-linéaires de flambement sont effectuées en utilisant la méthode modifiée de longueur d'arc de Riks [3] implémentée dans le logiciel commercial ABAQUS [4]. Dans les analyses numériques sur la structure imparfaite, une imperfection semblable au premier mode de flambement associée à une amplitude  $\delta_0$  est retenue.

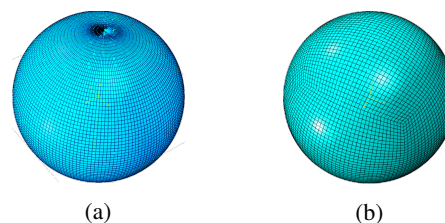


FIGURE 1 – (a) Maillage axisymétrique, (b) Maillage quadrangle structuré

Le cisaillement est modélisé à l'aide d'une distribution

circconférentielle de pression qui s'inspire des travaux de Yinyi [5]. La modélisation de cette distribution circconférentielle est possible grâce aux "subroutines" présentes dans ABAQUS [4].

### 3 Résultats et Discussions

#### 3.1 Sphère complète sous pression externe

Zoelly [6] établit le premier la pression critique de flambement sous les hypothèses d'un comportement purement axisymétrique d'une sphère complète sous pression externe. Toutefois, à l'instar du cylindre sous compression axiale, une disparité systématique est observée entre les résultats théoriques et expérimentaux [7].

L'Analyse Linéaire de Bifurcation (LBA) a permis de constater que la forme des modes de flambement est intrinsèquement liée au maillage adopté. Pour le maillage axisymétrique avec "point singulier", les lobes de certains modes exhibent une direction privilégiée (Figure 2a), tandis que pour le maillage quadrangle structuré, les fossettes se forment sur toute la zone circconférentielle de la sphère, et ce, de manière uniforme (Figure 2b). Pour les deux maillages, les pressions critiques obtenues sont relativement proches permettant de conjecturer d'après la théorie de Koiter la présence de modes multiples et donc de la sensibilité de la sphère sous pression externe aux imperfections géométriques. Les calculs paramétriques non-linéaires sur la structure imparfaite permettent de confirmer cette sensibilité, dans la mesure où l'on constate une chute importante de la capacité portante de la coque dès lors que la charge limite est atteinte mais aussi, une réduction importante de la pression critique de la structure imparfaite.

Ces analyses numériques préalables permettent d'extraire les différents paramètres clefs des courbes de voilement en utilisant les courbes modifiées de Rotter [8]. Des interpolations non-linéaires en utilisant la méthode des moindres carrés permettent d'obtenir des expressions explicites de ces paramètres ne dépendants que de  $\delta_0/t$ . La Figure 3 donne le facteur d'imperfection  $\alpha$  pour différentes valeurs de  $R/t$  issu de ces analyses paramétriques pour la sphère complète, celui qui est actuellement codifiée dans le texte ECCS et le facteur  $\alpha$  récemment obtenu par Błazejewski et Marcinowski [9] sur une calotte sphérique encastrée en ses bords. De même, de nouvelles expressions des facteurs  $\beta$  et  $\eta$  ne dépendant que de  $\delta_0/t$  ont été établies sachant que ceux qui sont actuellement codifiés sont pris, de manière conservative, constants.

#### 3.2 Sphère sous cisaillement

L'analyse LBA de la sphère sous cisaillement circconférentiel montre l'existence de modes de flambement de forme ellipsoïdale (Figure 4) comme l'ont d'ailleurs constaté Mow

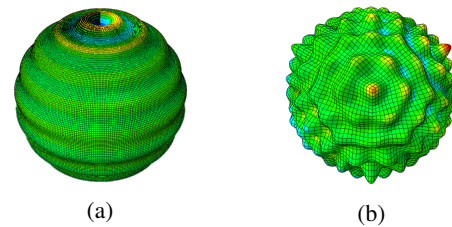


FIGURE 2 – (a) Mode 1 du maillage axisymétrique, (b) Mode 1 du maillage quadrangle structuré ( $R = 500$  mm,  $t = 4$  mm,  $E = 210$  GPa,  $\nu = 0.3$ )

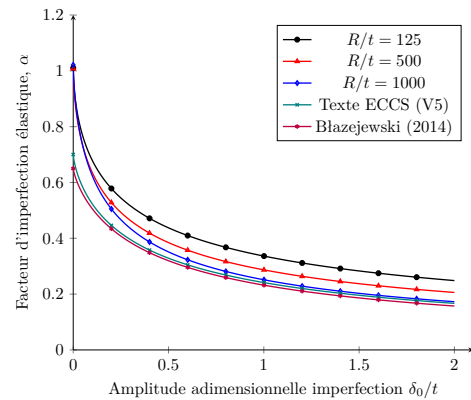


FIGURE 3 – Sphère complète sous pression externe : Facteur d'imperfection élastique  $\alpha$

et Sadowski [10] dans leurs travaux précurseurs sur une sphère ayant un piquage aux différents pôles soumise à un moment de torsion.



(a)  $Q_{cr} = 20.097$  MPa (b)  $Q_{cr} = -20.097$  MPa

FIGURE 4 – Modes en cisaillement circconférentielle : (a) Mode 1, (b) Mode 2

La Figure 5 donne le facteur  $\alpha$  pour différents ratio  $R/t$  ainsi que la borne inférieure ("lower bound") qui en est déduite. Contrairement à la sphère complète sous pression externe, les paramètres  $\alpha$  entre deux ratios donnés sont quasi-coïncidents. Les autres paramètres clefs ( $\beta$ ,  $\eta$ ) sont extraits et ne dépendent là aussi que de  $\delta_0/t$ . Néanmoins, il serait opportun de disposer de résultats expérimentaux afin de juger qualitativement de la valeur de ces nouvelles courbes de voilement qui sont, à la connaissance de l'auteur, tout à fait nouvelles.

#### 3.3 Combinaison de sollicitations

Les résultats précédents ont permis de mettre en exergue le comportement de la sphère sous sollicitations de pression externe d'une part et de cisaillement d'autre part. Néanmoins, en pratique les structures ne sont pas soumises à l'une ou

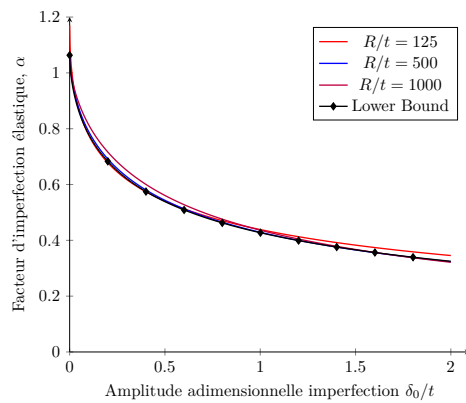


FIGURE 5 – Sphère sous cisaillement : Facteur d'imperfection élastique  $\alpha$

l'autre sollicitation fondamentale mais bien à leur combinaison. Ainsi, de manière analogue à Winterstetter et Schmidt [11], la combinaison de sollicitations est étudiée en établissant des courbes d'interaction permettant de mettre en exergue l'influence de chaque chargement.

- (i) Pour la sphère parfaite, les courbes d'interaction obtenues respectivement pour les analyses LBA et GNA se superposent parfaitement. Ce fait permet de conjecturer naturellement que les non-linéarités géométriques avant flambement n'ont pas d'influence particulière sur le flambement en sollicitations combinées. La forme néanmoins des courbes obtenues dépend du ratio  $R/t$ . Ainsi, pour des coques suffisamment mince ( $R/t$  grand), les courbes d'interaction sont parfaitement linéaires et pour des coques suffisamment épaisses ( $R/t$  petit), on distingue une partie parabolique pour un cisaillement très faible ( $R/t = 500$ , voir Figure 6).
- (ii) Pour la sphère imparfaite, les courbes d'interaction dépendent aussi bien de l'amplitude de l'imperfection que du ratio  $R/t$ . On remarque ainsi que lorsque le flambement a lieu dans le domaine élastique, les courbes d'interaction sont parfaitement linéaires et se superposent aux courbes LBA/GNA, alors que pour un flambement ayant lieu dans le domaine plastique, celles-ci sont asymptotiquement semblables à la surface seuil de Von-Mises. De plus, l'on note que pour toutes les courbes obtenues, il subsiste un plateau montrant qu'il existe une contrainte de cisaillement seuil en dessous de laquelle, le cisaillement circonférentiel n'a aucune influence sur la combinaison de sollicitation.

#### 4 Conclusions

Cette étude a permis d'extraire les différents paramètres clefs associés aux courbes de voilement de la sphère sous pression externe d'une part et sous cisaillement circonférentiel d'autre part. L'étude de la sphère sous sollicitations combinées a permis l'extraction de nouvelles courbes d'interaction

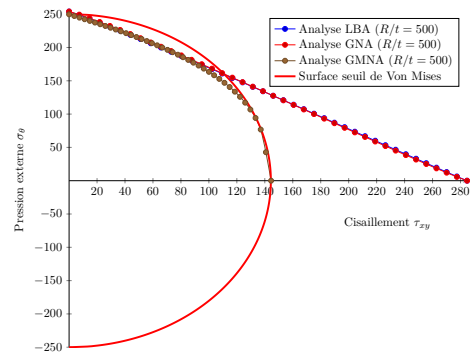


FIGURE 6 – Courbes d'interaction théoriques de la sphère parfaite (LBA, GNA, GMNA). Matériau :  $E = 210$  GPa,  $\sigma_y = 250$  MPa,  $\nu = 0.3$ . Géométrie :  $R/t = 500$

pour différents ratio de géométrie. Cette étude offre ainsi de belles perspectives pour l'établissement d'une règle d'interaction, à l'image de celle qui existe actuellement pour les cylindres, simple, accessible, permettant via un dépouillement analytique, de dimensionner de manière optimale une sphère sous une telle configuration.

#### Références

- [1] J. M. ROTTER, H. SCHMIDT et EDITORS : Stability of steel shells : European design recommendations. fifth edition. Rapport technique, European Convention for Constructional SteelWorks, 2008.
- [2] CEN : En 1993-1-6 : Calculs des structures en acier : Partie 1-6 : Résistance et stabilité des structures en coques. Rapport technique, CEN, 2007.
- [3] E. RIKS : Some computational aspects of the stability analysis of nonlinear structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 47(3):219–259, 1984.
- [4] HIBBITT, KARLSSON et SORENSEN : *ABAQUS/standard : User's Manual*, volume 1. Hibbitt, Karlsson & Sorensen, 2014.
- [5] Z. YINYI : Torsional buckling of spherical shells under circumferential shear loads. *Applied Mathematics and Mechanics*, 20(4):426–432, 1999.
- [6] R. ZOELLY : *Ueber ein Knickungsproblem an der Kugelschale*. Thèse de doctorat, Diss. Techn. Wiss. ETH Zürich, Nr. 146, 0000. Ref. : Meissner, E. ; Korref. : Kollros, L., 1915.
- [7] S. F. EGGWERTZ et L. SAMUELSON : Buckling strength of spherical shells. *Journal of Constructional Steel Research*, 17(3):195–216, 1990.
- [8] C. DOERICH et J. M. ROTTER : Generalised capacity curves for stability and plasticity : Application and limitations. *Thin-Walled Structures*, 49(9):1132–1140, septembre 2011.
- [9] P. BŁĄZEJEWSKI et J. MARCINOWSKI : Buckling capacity curves for pressurized spherical shells. In *Metal Structures 2016 : Proceedings of the XIII International Conference on Metal Structures (ICMS2016, Zielona Góra, Poland, 15-17 June 2016)*, page 401. CRC Press, 2016.
- [10] C. C. MOW et M. A. SADOWSKI : Determination of the critical torque inducing buckling in a twisted spherical shell subject to internal or external pressure. Rapport technique, DTIC Document, 1962.
- [11] H. SCHMIDT et Th. A. WINTERSTETTER : Cylindrical shells under combined loading. *Buckling of thin metal shells*, page 261, 2004.