



HAL
open science

Comparison of Probability-Possibility Transformations by Dissimilarity Measures in a Context of Change Detection

Charles Lesniewska-Choquet, Gilles Mauris, Abdourrahmane Atto

► **To cite this version:**

Charles Lesniewska-Choquet, Gilles Mauris, Abdourrahmane Atto. Comparison of Probability-Possibility Transformations by Dissimilarity Measures in a Context of Change Detection. LFA : Rencontres francophones sur la Logique Floue et ses Applications, Oct 2017, Amiens, France. hal-01798251

HAL Id: hal-01798251

<https://hal.science/hal-01798251v1>

Submitted on 23 May 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Comparaison de Transformations Probabilité-Possibilité aux Moyens de Mesures de Dissemblance dans un Contexte de Détection de Changements

Comparison of Probability-Possibility Transformations by Dissimilarity Measures in a Context of Change Detection

C. Lesniewska-Choquet¹

G. Mauris¹

A.M. Atto¹

¹ LISTIC, Université Savoie Mont-Blanc

charles.lesniewska-choquet@univ-smb.fr

gilles.mauris@univ-smb.fr

abdourrahmane.atto@univ-smb.fr

Résumé :

Il existe dans la littérature différents critères permettant de légitimer d'un point de vue théorique le choix d'une transformation probabilité-possibilité parmi celles proposées. Toutefois ces transformations possèdent un coût calculatoire et des performances non prises en compte dans la majorité des applications. Ainsi, ce papier propose d'évaluer les transformations discrètes de probabilité-possibilité et leur capacités à proposer une modélisation fidèle de l'information au travers d'une application de détection de changements entre images. Dans cette application, l'information contenue dans l'image est modélisée à partir d'une distribution de possibilité obtenue par l'une des cinq transformations les plus connues dans la littérature appliquée à une distribution de probabilité modélisant les données. Le taux de bonne détection est calculé grâce à une mesure de dissemblance appliquée aux distributions de possibilité. Trois mesures de dissemblance sont utilisées dans cette application afin de garantir une conclusion plus générale quant aux performances des transformations probabilité-possibilité.

Mots-clés :

Transformation Probabilité-possibilité, distribution de possibilité, mesure de similarité, détection de changement.

Abstract:

In the literature, there exist different consistency criteria that were enounced and which are used to validate somehow the choice of one of those probability-possibility transformations among the others. However the effectiveness of those transformations in a real case is not known. Thus, this paper aims to present a framework to compare their performances for modeling precisely real data through an application of change detection. In this application, the information contained in the image is represented thanks to a possibility distribution obtained from one of the most studied transformations and applied to basic probability assignment. The possibility distributions are compared with dissimilarity measures and the rate of good classification is computed through a *Receiving Operator Curve* (ROC). Different dissimilarity mea-

asures are used in order to be able to assess the performance of the five probability-possibility transformations.

Keywords:

Probability-possibility Transformation, Possibility distribution, Similarity measure.

1 Introduction

De nos jours, les systèmes de traitement de l'information sont contraints de plus en plus à travailler avec une information que l'on qualifie d'imprécise ou incertaine. Avec l'émergence de nouvelles théories de l'incertitude, telle que la théorie des possibilités initiée par Zadeh [12] ou bien la théorie de l'évidence développée par Dempster et Shafer [8] qui regroupe à la fois la théorie des probabilités et la théorie des possibilités, la modélisation de ces données imprécises est devenue un enjeu incontournable dans de nombreux domaines tels que la finance ou l'aide à la décision.

La modélisation de l'information imprécise soulève de nombreuses problématiques dont deux en particulier nous intéressent dans ce papier : la première étant de trouver un modèle suffisamment spécifique tout en conservant l'incertitude, l'autre étant de pouvoir comparer entre eux les modèles dans le but de la prise de décision.

Pour tenter de répondre à la première

problématique, nous considérons une modélisation de l'information au moyen d'une mesure de possibilité obtenue à partir d'une des cinq transformations discrètes de probabilité-possibilité retenues pour ce papier [1][3][5][7][11]. Ces transformations ont été choisies en particulier par rapport à leur notoriété dans la littérature scientifique ainsi que sur leurs facilités d'implémentation. D'autres transformations de probabilité-possibilité existent dans la littérature dans le cadre ordinal. La seconde problématique à laquelle nous sommes intéressé pose la question de trouver une mesure de comparaison entre distributions de possibilités suffisamment robuste et précise pour se révéler utile dans différents types de problèmes. Trois mesures en particulier issues de la littérature sont alors mises en correspondance dans ce papier.

Enfin c'est au travers d'une application de détection de changements entre images que nous tentons de répondre globalement à ces deux problématiques. Deux images synthétiques et bruitées sont comparées à l'aide de mesures de dissemblances calculées sur les distributions de possibilité discrète. Les performances des différentes méthodes sont finalement comptabilisées grâce au pourcentage de vraie-détections.

Dans un premier temps, nous reviendrons sur les notions de bases de la théorie de l'évidence et des possibilités. Nous évoquerons ensuite les cinq transformations de probabilité-possibilité étudiées ainsi que les principes de consistance auxquels elles se réfèrent. Nous exposerons à la suite, les trois mesures de dissemblance utilisées dans ce papier. Puis nous présenterons l'application de détection de changements et les résultats obtenus. Enfin nous apporterons une conclusion à cette étude.

2 Notion & Concepts autour de la théorie des possibilités

Dans cette section nous présentons dans un premier temps les concepts fondamentaux issus

de la théorie de l'évidence nécessaires à notre étude. Puis nous rappelons les notions fondamentales de la théorie des possibilités ainsi que les différentes transformations probabilité-possibilité utilisées. Enfin nous évoquerons rapidement la mesure de similarité choisie pour comparer les différentes transformations.

2.1 Depuis la théorie de l'évidence

Soit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ un ensemble fini, aussi appelé *cadre de discernement*.

On appelle fonction de croyance ou fonction de masse de croyance la fonction m de 2^Ω vers $[0, 1]$ définie par :

$$\begin{cases} m(\emptyset) = 0 \\ \sum_{A \subseteq \Omega} m(A) = 1 \end{cases}$$

et l'évènement $A \subseteq \Omega$ $m(A) > 0$ est appelé un *élément focal* de m et exprime le degré de croyance porté à l'ensemble A . L'ensemble : $\mathcal{F}_m = \{A \subseteq \Omega \mid m(A) > 0\}$ des éléments focaux est appelé noyau de la fonction de croyance m .

De la fonction de croyance dérive deux mesures, la fonction de crédibilité (*Bel*) et de plausibilité (*Pl*) qui sont définies par :

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad (1)$$

$$Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B) \quad (2)$$

qui possèdent les propriétés suivantes :

$$Bel(A) = 1 - Pl(A^C) \quad (3)$$

$$Pl(A) = 1 - Bel(A^C) \quad (4)$$

Où $A^C = \Omega \setminus A$.

Deux cas particuliers se présentent : lorsque les éléments focaux sont des singletons et lorsqu'ils sont imbriqués.

Dans le cas où les éléments focaux sont des singletons, les mesures de crédibilité et de plausibilité deviennent une seule et même mesure : une mesure de probabilité (P) que l'on définit

comme ceci :

$$m(\{x\}) = p(\{x\}) \quad \forall x \in \Omega \quad (5)$$

$$Bel(A) = Pl(A) = P(A) \quad \forall A \in 2^\Omega \quad (6)$$

Lorsque tous les éléments focaux sont imbriqués on retrouve alors que les mesures de crédibilité et de plausibilité sont égales aux mesures de nécessité (*Nec*) et de possibilité (Π), respectivement, définies par Zadeh [12]. Elles possèdent alors les propriétés pour $A, B \subseteq \Omega$:

$$\Pi(A) = \max_{\omega_i \in A} (\pi(\omega_i)) \quad (7)$$

$$\Pi(A \cup B) = \max(\Pi(A), \Pi(B)) \quad (8)$$

$$\Pi(A \cup A^C) = 1 \quad (9)$$

$$\Pi(A) = 1 - Nec(A^C) \quad (10)$$

$$\pi(\omega_i) = \Pi(\{\omega_i\}) \quad (11)$$

On voit alors ici aisément la passerelle entre probabilité et possibilité qui se dessine, d'où l'importance de chercher une transformation permettant de passer d'une théorie à l'autre de façon consistante.

2.2 Rappels sur les principe fondamentaux

Dans le but d'obtenir une distribution de possibilité consistante avec une distribution de probabilité il est nécessaire de respecter plusieurs principes de préservation de l'information.

a) Principe de consistance :

Dans son papier séminal [12], Zadeh énonce un premier principe de consistance pour la transformation probabilité-possibilité que l'on peut résumer par : *Un degré élevé de possibilité n'implique pas un degré élevé de probabilité, et un faible degré de probabilité n'implique pas un faible degré de possibilité.* Ce qui donne mathématiquement :

Pour un ensemble fini d'évènements discrets $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$, X une variable ayant valeurs dans Ω , $p(\omega_i)$ et $\pi(\omega_i)$ respectivement une probabilité et une possibilité on a alors :

$$\pi(\omega_i) = 0 \Rightarrow p(\omega_i) = 0 \quad (12)$$

$$\pi(\omega_i) > \pi(\omega_j) \Rightarrow p(\omega_i) > p(\omega_j) \quad (13)$$

où \Rightarrow signifie l'implication.

Zadeh définit aussi un degré de consistance entre possibilité et probabilité tel que :

$$C(\pi, p) = \sum_{i=1, \dots, n} \pi_i * p_i. \quad (14)$$

Ce degré de consistance est décrit par Zadeh lui même comme n'étant pas une loi précise mais plutôt une formalisation de la connexion heuristique entre possibilités et probabilités stipulant que la diminution de possibilité d'un évènement tend à en diminuer sa probabilité.

Didier Dubois et Henri Prade dans [2] définissent un second principe de consistance que doit respecter la transformation entre probabilité et possibilité :

$$\forall A \subset \Omega \quad P(A) \leq \Pi(A). \quad (15)$$

b) Principes importants :

Principe de préservation de l'ordre :

Aussi appelé principe de préservation de la préférence, il a été défini par Dubois et Prade dans le même papier [2] et s'énonce ainsi :

$$p(\omega_i) > p(\omega_j) \Leftrightarrow \pi(\omega_i) > \pi(\omega_j), \quad (16)$$

où \Leftrightarrow symbolise l'équivalence entre les inégalités. Ce principe a pour but de garantir une cohérence lors du passage d'une distribution de probabilité à une distribution de possibilité.

Principe de conservation de l'incertitude :

Klir dans ce même papier [5] propose un principe de préservation de l'incertitude totale contenue dans l'information. Il utilise la mesure d'entropie (H) défini par Shannon [9] comme mesure de l'incertitude probabiliste et définie deux mesures d'incertitude possibiliste : la non-spécificité (N) et la discordance (S). Il suppose alors que l'incertitude est conservée lorsque :

$$H(p) = N(\pi) + S(\pi), \quad (17)$$

où H , N et S sont définies ainsi :

$$H(p) = - \sum_{\omega_i \in \Omega} p(\omega_i) \log_2(p(\omega_i)), \quad (18)$$

$$N(\pi) = \sum_{i=2}^n (\pi_i - \pi_{i+1}) \log_2(i), \quad (19)$$

$$S(\pi) = \sum_{i=2}^n (\pi_i - \pi_{i+1}) \log_2\left(\frac{i}{\sum_{j=1}^i \pi_j}\right) \quad (20)$$

2.3 Transformations probabilité-possibilité considérées

Dans cette section sont répertoriées les différentes transformations probabilité-possibilité retenues dans le cadre de cette étude, nommément : *la transformation par normalisation* (TN), *la transformation log-interval scale* (TK), *la transformation variable* (TV), *la transformation optimale* (TO) et *la transformation symétrique* (TS).

Remarque importante : Dans la suite de cette section, on considèrera que les éléments de l'ensemble $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ sont ordonnés comme ceci :

$$\forall i = \{1, \dots, n\}, \quad p(\omega_i) = p_i > 0, \quad p_i \geq p_{i+1}, \\ \pi(\omega_i) = \pi_i > 0, \quad \pi_i \geq \pi_{i+1}.$$

La transformation par normalisation : La transformation par normalisation est la plus simple parmi celles choisies. Elle est donnée par ces équations :

$$p \rightarrow \pi : \quad \pi_i = \frac{p_i}{p_1}, \quad (21)$$

$$\pi \rightarrow p : \quad p_i = \frac{\pi_i}{\sum_{i=1}^n \pi_i}. \quad (22)$$

Toutefois il a été démontré que cette transformation ne satisfait généralement pas le principe de consistance [1].

La transformation log-interval scale : La transformation log-interval scale a été présentée par Klir dans [5] et a été construite de façon à respecter le principe de préservation de l'incertitude contenue dans l'information. Elle se définit ainsi :

$$p \rightarrow \pi : \quad \pi_i = \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^\alpha, \quad (23)$$

$$\pi \rightarrow p : \quad p_i = \frac{\pi_i^{\frac{1}{\alpha}}}{\sum_{i=1}^n \pi_i^{\frac{1}{\alpha}}}. \quad (24)$$

avec α appartenant à l'intervalle ouvert $]0, 1[$ et vérifiant l'équation suivante :

$$- \sum_{i=1}^n p_i \log_2(p_i) = \\ \sum_{i=2}^n \left(\left(\frac{p_i}{p_1}\right)^\alpha - \left(\frac{p_{i+1}}{p_1}\right)^\alpha \right) \log_2 \frac{i^2}{\sum_{j=1}^i \left(\frac{p_j}{p_1}\right)^\alpha} \quad (25)$$

La transformation variable : La transformation variable a été énoncée par Mouchaweh et al. [7] dans le sens $p \rightarrow \pi$ et se présente de façon similaire à la transformation de Klir :

$$\pi_i = \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{k \cdot (1-p_i)}, \quad (26)$$

où k est une constante appartenant à l'intervalle $0 \leq k \leq \frac{\log p_n}{(1-p_n) \log\left(\frac{p_n}{p_1}\right)}$.

Toutefois dans cette transformation la puissance du ratio dépend de p_i tandis que dans le cas de Klir la puissance est une constante pour tout $i = 1, \dots, n$.

La transformation optimale : La transformation optimale a été proposée par Dubois, Prade et Sandri [3] en partant du postulat qu'une distribution de possibilité doit encapsuler un minimum de distribution de probabilité pour être le maximum spécifique. On obtient alors la transformation suivante de $p \rightarrow \pi$:

$$\pi_i = \sum_{j=i}^n p_j. \quad (27)$$

Cette transformation est par définition celle qui retourne la distribution de possibilité la plus spécifique en respectant le principe de consistance.

La transformation symétrique : La transformation symétrique a été énoncée par Dubois et Prade [2] puis a été redémontrée à partir de la théorie de l'évidence par Yamada [11]. Cette transformation respecte le principe de consistance ainsi que le principe de la préservation de la préférence. Elle est définie dans les deux sens comme ceci :

$$p \rightarrow \pi : \quad \pi_i = i \cdot p_i + \sum_{j=i+1}^n p_j, \quad (28)$$

$$\pi \rightarrow p : \quad p_i = \sum_{j=i}^n \frac{1}{j} (\pi_j - \pi_{j+1}), \quad (29)$$

avec $\sum_{j=n+1}^n p_i = 0$ et $\pi_{n+1} = 0$.

Finalement, le tableau 1 résume les caractéristiques des différentes transformations probabilité-possibilité. Pour chaque transformation il est indiqué si elle respecte le principe de consistance de Dubois-Prade (C_0), le principe de la préservation de l'ordre (Po) et le principe de conservation de l'incertitude (Pi).

Tr	$p \rightarrow \pi$	$\pi \rightarrow p$	C_0	Po	Pi
TN	×	×		×	
TK	×	×		×	×
TV	×			×	
TO	×	×	×	×	
TS	×	×	×	×	

Tableau 1 – Tableau des caractéristiques des transformations

2.4 Les mesures de dissemblances

Dans cette section, nous rappelons dans un premier temps les propriétés des mesures de similarités ainsi que le lien entre mesures de similarité et mesures de dissemblance. Puis dans un second temps nous exposons les trois mesures de dissemblance choisies pour cette étude. Soit $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ un ensemble fini.

Definition 1 [6] Soit \mathcal{F} un ensemble et A, B deux sous ensembles flous tels que $A, B \subset \mathcal{F}$. La fonction $S : \mathcal{F} \times \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$ est appelée une mesure de dissemblance si et seulement si S respecte les propriétés suivantes :

$$P1 : S(A, B) = 0 \Leftrightarrow A = B, \quad \forall A, B \in \mathcal{F};$$

$$P2 : S(A, B) = S(B, A);$$

$$P3 : \text{Si } A \leq B \leq C \text{ alors } S(A, B) \geq S(A, C);$$

$$P4 : \text{Si } A \cap B = 0 \text{ alors } S(A, B) = 1$$

où $P1$ exprime la réflexivité, $P2$ est une propriété de symétrie, $P3$ impose la transitivité et $P4$ est une propriété portant sur le non-recouvrement complet d'un ensemble par rapport à l'autre.

Proposition 1 [10] Toutes les mesures de similarité et toutes les mesures de dissemblance sont corrélées deux-à-deux, et une mesure de dissemblance D et une mesure de similarité S observent la propriété suivante : $D + S = 1$.

Ainsi, d'après la proposition 1 une mesure de comparaison d'ensembles flous seule est nécessaire et ceci que ce soit une mesure de similarité ou une mesure de dissemblance.

La première mesure de dissemblance retenue est une mesure proposée dans la littérature par Dubois et Prade [4] :

$$S_1(\Pi_1, \Pi_2) = 1 - \frac{\sum \min(\Pi_1, \Pi_2)}{\sum \max(\Pi_1, \Pi_2)}. \quad (30)$$

La seconde mesure de dissemblance utilisé est la classique norme 1 que l'on écrit ainsi :

$$S_2(\Pi_1, \Pi_2) = \frac{\sum |\Pi_1 - \Pi_2|}{n}. \quad (31)$$

Enfin la dernière mesure choisie est la norme euclidienne qui représente une mesure standard dans la catégorie des mesures géométriques. Elle s'énonce ainsi :

$$S_3(\Pi_1, \Pi_2) = \frac{\sqrt{\sum (\Pi_1 - \Pi_2)^2}}{n} \quad (32)$$

Les mesures de dissemblance S_1 , S_2 et S_3 sont des mesures d'ores et déjà étudiées de nombreuses fois lorsqu'il s'agit de comparer des ensembles flous [13].

3 Application

Dans cette partie nous présentons l'application de détection de changements entre deux images. Cette application nous sert de support pour tester et comparer les transformations probabilité-possibilité ainsi que les mesures de dissemblance. L'ensemble des résultats nous permettra de conclure sur les performances des transformations et des mesures.

3.1 Principe

Dans cette partie nous présentons le fonctionnement de l'algorithme de détection de changements présenté dans la figure 1. Pour procéder à

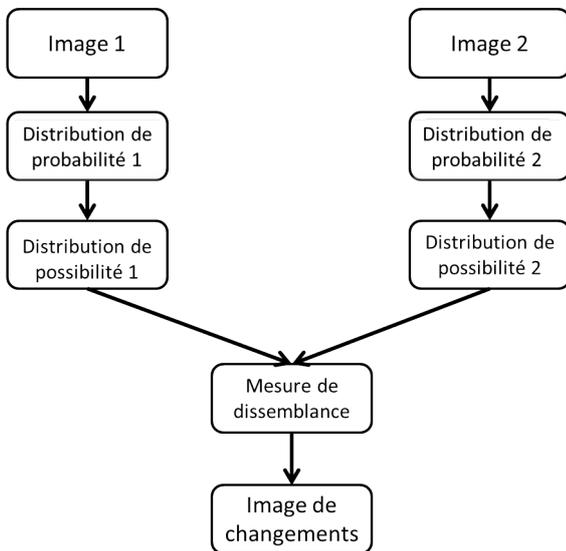


Figure 1 – Principe de fonctionnement de l'algorithme

la détection de changements, on sélectionne des imagerie de tailles 5×5 dans l'image 1 et dans l'image 2. Cette taille d'imagerie étant choisie dans un contexte de détection de changements très localisés dont la taille peut-être de l'ordre de quelques pixels. L'image 1 étant l'image avant qu'il se soit produit un changement et l'image 2 celle après qu'il se soit produit un changement. On construit alors l'historique des données à partir des valeurs d'intensité des 25 pixels sélectionnés, que l'on normalise pour obtenir les distributions de probabilité représentant les deux imagerie. On applique alors une des transformations discrètes de probabilité-possibilité aux distributions pour obtenir des distributions de possibilité modélisant les données des imagerie. Puis nous comparons les distributions ainsi obtenues par l'une des mesures de dissemblance déjà présentées. L'ensemble des résultats des mesures étant disposées dans une matrice aux mêmes dimensions que les images originales donnant ainsi une image de changements.

Le processus est ensuite répété en décalant la fenêtre de sélection des imagerie d'un pixel jusqu'à ce que les deux images aient été complètement comparées en chaque pixel.

Finalement, l'image de changements est comparée au masque de vérité des changements ajoutés nous permettant ainsi de calculer la courbe Receiver Operating Curve (ROC) qui affiche le pourcentage de détection en fonction du taux de fausses alarmes. La courbe ROC nous permet de calculer notamment le pourcentage de bonne détection de chaque transformation en mesurant l'aire sous la courbe ROC.

Ce taux de bonne détection nous aide à identifier laquelle des transformations de possibilité modélise le plus fidèlement l'information contenue dans l'image malgré le bruit présent.

3.2 Présentations des données

Les images 1 et 2, ainsi que le masque de vérité sont des images de 150×250 pixels en niveau de gris, leurs valeurs minimale et maximale variant entre 0 et 1. Sur chacune d'entre elles sont disposées 2 ellipses servant à représenter le signal original. Puis sur l'image 2 sont ajoutés des changements sous forme de disque de plus ou moins 10 pixels de diamètre dans différentes zones de l'image recouvrant parfois même le signal original comme on peut le voir dans les figures figure 2a et figure 2b. Enfin chacune des

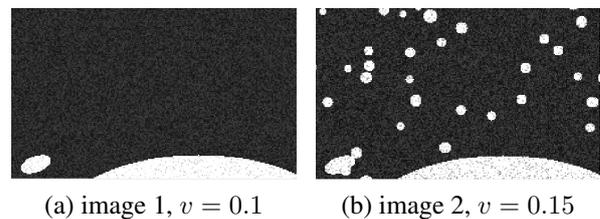


Figure 2 – Images utilisées pour la détection de changements avec ajout de bruit de chatoiement de variance v .

images est bruitée quasi-identiquement en utilisant au choix soit un bruit de type additif tel que le gaussien soit un bruit multiplicatif comme le "speckle noise" ou bruit de chatoiement. Si l'on appelle I l'image avant bruitage et I' l'image

bruitée, alors pour un appliquer un bruit gaussien de moyenne M et de variance v_g on utilise la formule suivante :

$$I' = I + \sqrt{v_g} \times \text{randn}(\text{size}(I)) + M, \quad (33)$$

où $\text{randn}(\text{size}(I))$ est une matrice de même dimension que I de nombre distribué aléatoirement suivant une loi normale entre 0 et 1. Dans notre application $M = 0$ de telle sorte que la moyenne du signal ne soit pas impactée.

Pour appliquer un bruit de chatoisement de moyenne nulle et de variance v_s on utilise l'équation suivante :

$$I' = I + I \times N, \quad (34)$$

où N est un bruit uniformément distribué de moyenne nulle et de variance v_s . Enfin, de sorte à obtenir une application suffisamment proche de la réalité les variances des bruits appliquées aux images 1 et 2 sont légèrement différentes de telle sorte que pour un bruit gaussien on a :

$$v_{im1} = v_g, \quad (35)$$

$$v_{im2} = v_g + 0.05. \quad (36)$$

De même dans le cas du bruit de chatoisement :

$$v_{im1} = v_s, \quad (37)$$

$$v_{im2} = v_s + 0.05. \quad (38)$$

3.3 Résultat

Dans cette partie, sont présentés les résultats obtenus grâce à l'application décrite précédemment. Chaque graphe représente pour chaque transformation le taux de détection en fonction de la variance du bruit pour un bruit spécifique.

La figure 3 présente les résultats calculés en utilisant la mesure de dissemblance S_1 dite de Jaccard entre les images 1 et 2 lorsqu'elle sont sujettes à un bruit additif de type gaussien 3a ou un bruit multiplicatif de type chatoisement 3b. Les figures 4 et 5 exposent les résultats obtenus avec la norme euclidienne, mesure S_2 , et la distance absolu, mesure S_3 , dans les mêmes conditions que précédemment.

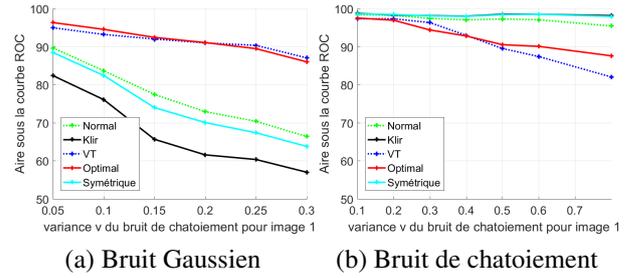


Figure 3 – Résultats obtenus avec la mesure de dissemblance S_1 .

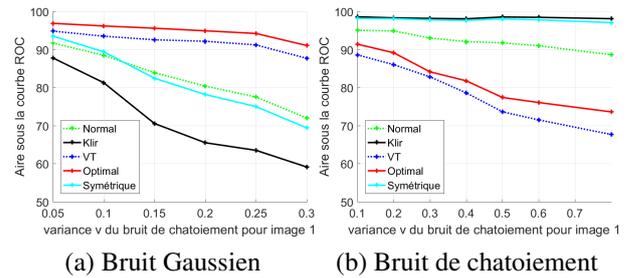


Figure 4 – Résultats obtenus avec la mesure de dissemblance S_2 .

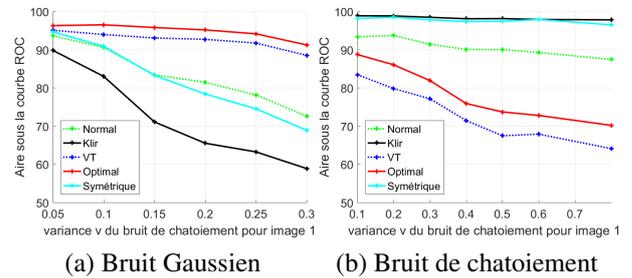


Figure 5 – Résultats obtenus avec la mesure de dissemblance S_3 .

3.4 Discussion des résultats

Dans cette sous-section nous distinguerons deux types de discussion : une discussion orientée sur les mesures de dissemblances utilisées et une seconde sur le comportement des différentes transformations discrètes.

Mesures de dissemblances : Dans le cas du bruit Gaussien, les trois mesures S_1 , S_2 et S_3 observent un comportement similaire qui tend à montrer que la capacité de bonne détection de l'application décroît lorsque la variance du bruit augmente.

Dans le cas du bruit de chatoiement on observe à nouveau une corrélation dans les résultats entre les trois mesures de dissemblance. Toutefois la distance S_1 (figure 3b) semble globalement apporter un gain significatif par rapport aux mesures S_2 (figure 4b) et S_3 (figure 5b) dans le cas des transformations TO et TK.

Transformations discrètes de probabilité-possibilité : Lorsque les images 1 et 2 sont sujettes à un bruit additif, deux transformations en particulier semblent obtenir des résultats satisfaisants : la transformation Optimale ainsi que la transformation Variable. Les trois autres mesures TN, TV et TK quant à elles voient leurs performances décroître fortement lorsque la variance du bruit augmente.

Dans le cas du bruit multiplicatif, la transformation proposée par Klir et la transformation Symétrique présentent de très bons résultats ainsi qu'une excellente robustesse au bruit dans chacune des figures 3b, 4b et 5b. Les transformations TO et TV semblent en revanche, dans le cas du bruit de chatoiement, modéliser l'information moins fidèlement que dans le cas du bruit additif.

4 Conclusion

En conclusion, cette application a permis d'apporter un nouvel angle de discussion entre les différentes transformations discrètes de probabilité-possibilité. En comparant les taux de bonne classification obtenus avec les différentes transformations, nous avons pu évaluer leurs capacités à modéliser l'information en présence de bruit. Trois mesures de dissemblance ont été utilisées afin de corréler les résultats et ainsi pouvoir apporter une diversité de comparaison. De cette étude se dégage plusieurs conclusions : la mesure de dissemblance dite de Jaccard présente un comportement globalement meilleur que les deux autres mesures en particulier lorsque le bruit est de type multiplicatif. Les performances des transformations sont fortement impactées par le type de bruit en présence. Dans le cas du bruit additif, on préférera utiliser la transformation de Dubois pour sa robustesse et son pourcentage de résultat élevé. Dans le cas du bruit de chatoiement, on se tournera plutôt vers la transformation Symétrique aux vues de ses performances. Enfin la transformation de Klir, qui présente de très bons résultats

dans le cas du bruit multiplicatif, est cependant peu conseillée pour une application pratique à cause de sa complexité d'implémentation et de la résolution de l'équation portant sur le paramètre α qui s'avère coûteuse en temps de calcul.

Références

- [1] Didier Dubois. On several representations of uncertain body of evidence. *Fuzzy information and decision processes*, pages 167–181, 1982.
- [2] Didier Dubois and Henri Prade. Unfair coins and necessity measures : towards a possibilistic interpretation of histograms. *Fuzzy sets and systems*, 10(1-3) :15–20, 1983.
- [3] Didier Dubois, Henri Prade, and Sandra Sandri. On possibility/probability transformations. *Fuzzy logic*, pages 103–112, 1993.
- [4] Didier J Dubois. *Fuzzy sets and systems : theory and applications*, volume 144. Academic press, 1980.
- [5] George J Klir and Behzad Parviz. Probability-possibility transformations : a comparison. *International Journal of General System*, 21(3) :291–310, 1992.
- [6] Josie McCulloch, Christian Wagner, and Uwe Aickelin. Extending similarity measures of interval type-2 fuzzy sets to general type-2 fuzzy sets. In *Fuzzy Systems (FUZZ), 2013 IEEE International Conference on*, pages 1–8. IEEE, 2013.
- [7] M Sayed Mouchaweh, Mohamed Said Bouguelid, Patrice Billaudel, and Bernard RiERA. Variable probability-possibility transformation. In *25th European Annual Conference on Human Decision-Making and Manual Control (EAM'06), September*, pages 27–29. Citeseer, 2006.
- [8] Glenn Shafer et al. *A mathematical theory of evidence*, volume 1. Princeton university press Princeton, 1976.
- [9] Claude Elwood Shannon. A mathematical theory of communication. *ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review*, 5(1) :3–55, 2001.
- [10] Liu Xuecheng. Entropy, distance measure and similarity measure of fuzzy sets and their relations. *Fuzzy sets and systems*, 52(3) :305–318, 1992.
- [11] Koichi Yamada. Probability-possibility transformation based on evidence theory. In *IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, 2001. Joint 9th*, volume 1, pages 70–75. IEEE, 2001.
- [12] Lotfi Asker Zadeh. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy sets and systems*, 1(1) :3–28, 1978.
- [13] Rami Zwick, Edward Carlstein, and David V Budescu. Measures of similarity among fuzzy concepts : A comparative analysis. *International Journal of Approximate Reasoning*, 1(2) :221–242, 1987.