



**HAL**  
open science

# Micromécanique des écoulements granulaires denses sur un pan incliné

Michaël Prochnow, François Chevoir, Jean Jacques Moreau

► **To cite this version:**

Michaël Prochnow, François Chevoir, Jean Jacques Moreau. Micromécanique des écoulements granulaires denses sur un pan incliné. 14e Congrès Français de Mécanique, Aug 1999, Toulouse, France. hal-01793652

**HAL Id: hal-01793652**

**<https://hal.science/hal-01793652>**

Submitted on 16 May 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## MICROMECHANIQUE DES ECOULEMENTS GRANULAIRES DENSES SUR UN PLAN INCLINE

Michaël PROCHNOW<sup>1</sup>, François CHEVOIR<sup>1</sup>, Jean-Jacques MOREAU<sup>2</sup>

*<sup>1</sup>Laboratoire des Matériaux et des Structures du Génie Civil  
UMR LCPC-CNRS*

*2 allée Képler, 77 420 Champs sur Marne*

*<sup>2</sup>Laboratoire de Mécanique et Génie Civil  
Université de Montpellier II  
34095 Montpellier Cedex 5*

### RESUME

En vue de comprendre la rhéologie d'un matériau granulaire dense, nous présentons les résultats de simulations numériques d'écoulements de sphères rigides et frottantes sur un plan rugueux, en géométrie bidimensionnelle. Nous mettons ainsi en évidence une distribution hétérogène des forces, avec des chaînes de force selon des orientations privilégiées. Nous calculons aussi le tenseur des contraintes moyen au sein de l'écoulement.

### ABSTRACT

In order to understand the rheology of dense granular materials, we have achieved numerical simulations of rigid and frictional spheres down a rough inclined plane in a two dimensional geometry. We find a heterogeneous distribution of force with force chains along preferential orientations. We have also measured the average stress tensor inside the flow.

**MOTS-CLES: MATERIAU GRANULAIRE, ECOULEMENT, MICROMECHANIQUE**

### I. INTRODUCTION

Situation d'intérêt dans de nombreux processus industriels et dans divers phénomènes géophysiques (éboulements rocheux), le plan incliné constitue une géométrie simple pour étudier les écoulements granulaires denses. On s'intéresse ici au cas de grains secs non cohésifs, sans influence du fluide environnant. La rhéologie d'un tel milieu est alors gérée uniquement par les interactions de contact (maintenu ou collision) avec frottement entre les grains et avec les parois. Afin de comprendre les mécanismes en jeu dans un tel écoulement, nous avons choisi de mener en parallèle une étude expérimentale et numérique d'un système simple, en géométrie bidimensionnelle, avec des grains monodisperses. Cette étude nous a d'abord permis de déterminer les caractéristiques générales de la structure et de la cinématique, que nous commencerons par résumer (Azanza 1998, Chevoir 1999). Nous présenterons ensuite les premiers résultats obtenus sur la micromécanique de ce système.

## II. STRUCTURE ET CINEMATIQUE

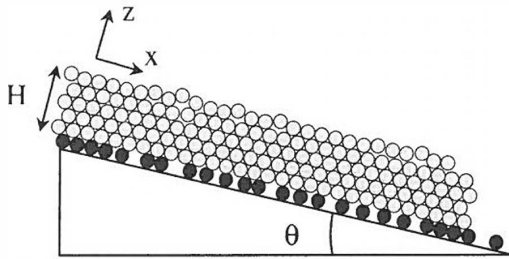


Figure 1 :

*Écoulement d'une couche granulaire dense de hauteur  $H$  sur un plan rugueux incliné d'un angle  $\theta$ .*

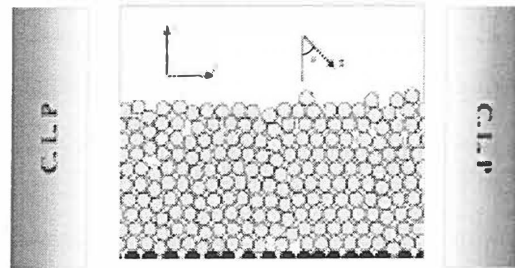


Figure 2 :

*Image de l'écoulement granulaire, avec conditions aux limites périodiques.*

$(\theta = 18^\circ)$

L'étude expérimentale (figure 1) porte sur un ensemble de sphères monodisperses d'aluminium de diamètre  $D = 3$  mm, en écoulement sur un plan rugueux constitué des mêmes billes collées avec un espacement aléatoire (la compacité linéique vaut 0,78). L'écoulement, qui s'effectue entre deux vitres verticales, est filmé au moyen d'une caméra rapide, ce qui permet une mesure de la structure et de la cinématique. Les profils de compacité et de vitesse sont obtenus par moyennage sur une série d'image.

Le même système est étudié par la méthode de dynamique des contacts (Moreau 1997) qui, en écrivant des lois de contact généralisées, permet de décrire l'évolution d'un ensemble de grains rigides avec frottement coulombien sans aucune régularisation. Cette méthode est particulièrement adaptée au cas des milieux granulaires denses où règnent des contacts multiples. Le système simulé est constitué d'un ensemble de sphères monodisperses s'écoulant dans une cellule bidimensionnelle de longueur  $L = 40 D$  avec des conditions aux limites périodiques (figure 2). Les interactions entre les grains de l'écoulement et avec ceux du socle sont décrites au moyen d'un coefficient de restitution normale  $e$ , et d'un coefficient de frottement  $\mu$ . Un coefficient de restitution tangentielle est aussi nécessaire, et sa valeur est prise égale à  $e/2$ . A chaque pas de temps (ici égal à  $10^{-4}$  s), l'algorithme détermine la vitesse de chaque grain et la percussion en chaque contact (la force est obtenue par division par le pas de temps).

Un écoulement dense, stationnaire et uniforme est observé dans une large plage d'inclinaison  $\theta$  et de hauteur  $H$ , au-delà d'une frontière  $H_{\text{stop}}(\theta)$  (Pouliquen 1999). Pour des hauteurs importantes, l'inclinaison seuil est légèrement supérieure à  $17^\circ$ . La compacité, proche de celle d'un empilement désordonné compact, est constante sur la hauteur, et sa valeur décroît avec l'inclinaison, traduisant un effet de dilatance lorsque le gradient de vitesse augmente. Le mouvement des grains s'effectue par couches parallèles au fond. Le mouvement d'un grain est une succession de phases de roulement avec frottement et de collisions sur les grains des couches adjacentes. Le profil de vitesse est quasi-linéaire, et la vitesse moyenne dépend de l'inclinaison, de la hauteur et du coefficient de frottement, selon des lois d'échelle

(Azanza 1998, Pouliquen 1999). Elle est en revanche indépendante du coefficient de restitution normale, ce qui nous autorise à choisir  $e = 0$  (par ailleurs  $\mu = 0,4$ ).

Dans toutes les analyses statistiques réalisées dans la suite, on constate que l'on est en présence d'un système très fluctuant dans l'espace et le temps. Les grandeurs moyennes (compacité, vitesse, force) sont susceptibles de varier selon la hauteur  $z$  au sein de l'écoulement. Par contre, s'agissant d'un écoulement stationnaire et uniforme, on s'autorise à faire des moyennes dans l'espace (selon la direction  $x$  de l'écoulement) et dans le temps. La statistique est effectuée sur une série de plusieurs dizaines d'images prises tous les 100 pas de temps.

### III. CHAINES DE FORCE

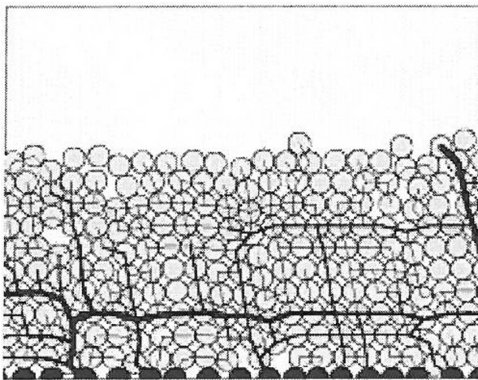


Figure 3a :

*Réseau des forces normales pour une inclinaison de  $18^\circ$ . L'épaisseur des traits est proportionnelle à l'intensité.*

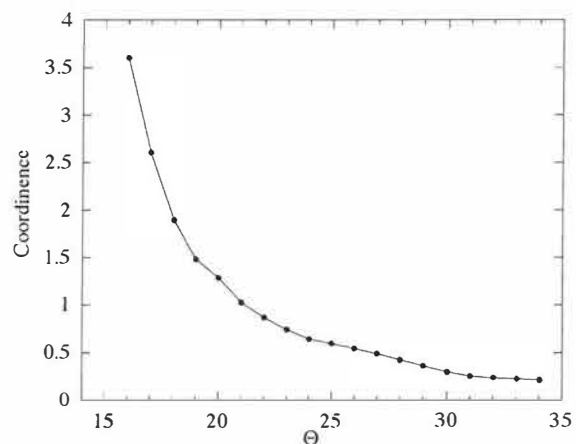


Figure 3b :

*Variation du nombre de coordination en fonction de l'inclinaison.*

La figure 3a montre les forces normales de contact au sein de l'écoulement. Ces forces sont très hétérogènes spatialement, mais on observe cependant une structuration sous la forme de "chaînes de forces", selon deux orientations privilégiées. Ces chaînes de force ont été mises en évidence par des expériences de photoélasticité, dans des empilements soumis à des déformations quasi-statiques (Dantu 1957), ou, plus récemment dans des systèmes en cisaillement annulaire (Miller 1996). Nous avons aussi remarqué que ces chaînes de force sont très fluctuantes d'un pas de temps à un autre. Par ailleurs, ce réseau de chaînes de force se densifie lorsque l'inclinaison se rapproche de l'inclinaison seuil. Cette densification du réseau de contact est mesurée par le nombre de coordination moyen qui tend vers 4 pour l'empilement au repos (figure 3b). Une analyse plus fine montre qu'au sein de l'écoulement la coordination décroît du socle jusqu'à la surface libre.

S'inspirant de l'analyse menée pour des empilements au repos ou en compression biaxiale (Radjaï 1998), nous avons mesuré la distribution  $P_N$  de la force normale divisée par la force normale moyenne au sein de chaque couche ( $\xi_N = N/\langle N \rangle$ ). On observe alors que la distribution est indépendante de la cote  $z$ . Il s'agit d'une distribution très large, depuis des

forces faibles ( $\xi_N < 1$ ), qui correspondent plutôt aux contacts maintenus, jusqu'au forces fortes ( $\xi_N > 1$ ), qui correspondent plutôt aux collisions. Comme Radjaï, on observe une distribution en loi de puissance des faibles forces ( $P_N \propto (\xi_N)^{-\alpha}$ ), et une distribution exponentielle des forces fortes ( $P_N \propto e^{-\beta \xi_N}$ ), mais la coupure entre ces deux types de forces n'est pas aussi nette qu'en quasi-statique.

La distribution des orientations des contacts (figure 5) permet d'apprécier la texture du matériau granulaire, intrinsèque à l'écoulement, et non liée à un mode de préparation du système comme en quasi-statique. Il existe deux orientation privilégiées, correspondant aux contacts au sein d'une couche ( $0^\circ$ ), et entre deux couches voisines (environ  $120^\circ$ ). La même tendance est observée dans un système présentant une certaine polydispersité. Une analyse détaillée montre que cette distribution évolue sensiblement depuis le socle jusqu'à la surface libre.

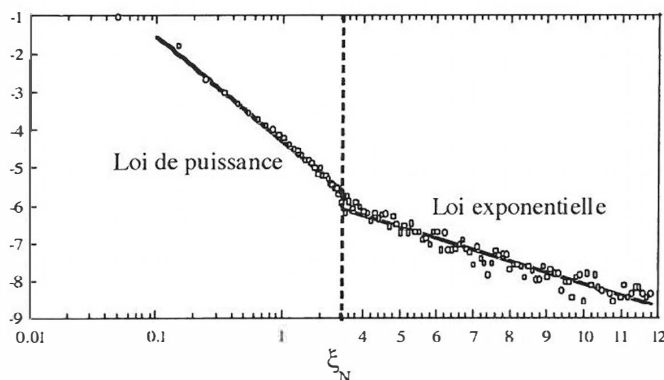


Figure 4 :

*Distribution bimodale des forces normales avec en abscisse deux échelles (logarithmique et linéaire). ( $\theta=18^\circ$ )*

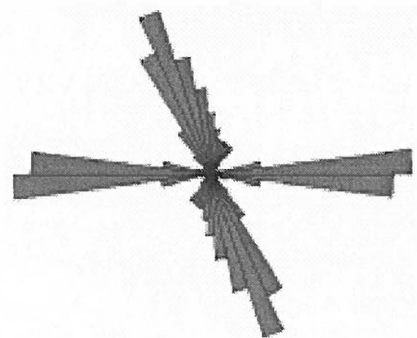


Figure 5 :

*Distribution des orientations de contact au sein de l'ensemble de l'écoulement pour une inclinaison de  $18^\circ$ .*

Azanza a montré que la vitesse moyenne décroît fortement avec le coefficient de frottement, et que la vitesse de rotation moyenne des grains est égale à la moitié du gradient de vitesse, ce qui indique que la majorité des contacts sont glissants. On a donc mesuré comment le frottement est mobilisé dans le système. On observe d'une part que la proportion de contacts glissants décroît fortement avec le coefficient de frottement (figure 6), et d'autre part, comme Radjaï, que les contacts sont d'autant moins glissants que la force normale est importante.

#### IV. TENSEUR DES CONTRAINTES

De façon générale, le tenseur des contraintes dans un écoulement se décompose en une partie associée aux fluctuations du mouvements des grains (tenseur de Reynolds), et en une partie associée aux interactions directes entre grains (tenseur de contact). Dans les écoulements denses considérés, le premier terme est négligeable (de l'ordre de 1%). Le formalisme des puissances virtuelles permet de construire le tenseur de contact à partir d'un

moment interne de chaque grain  $\underline{\underline{M}}$ , somme d'un terme lié aux forces de contacts  $\vec{f}^c$  (terme usuel utilisé en homogénéisation des milieux granulaires) et d'une correction dynamique, associée aux quantités d'accélération du grains, égale à l'énergie cinétique de rotation pour les grains à symétrie cylindrique (Moreau 1997) :

$$\underline{\underline{M}} = - \sum_{\text{contact}} \vec{f}^c \otimes \vec{r}^c + \frac{1}{2} I \omega^2 \underline{\underline{I}} \quad (1)$$

Sur la figure 7, les composantes du tenseur de contact sont mesurées à chaque cote z en effectuant une moyenne des moments internes des grains, pondérés par la proportion de grain interceptée par la ligne de cote z. Compte-tenu de la structuration du milieu, cette définition a pour conséquence des oscillations des composantes. Seule une moyenne à une échelle supérieure (taille du grain) aura un sens pour la mécanique des milieux continus. On constate que la correction dynamique est négligeable (de l'ordre de 1%) dans les écoulements denses considérés. Elle pourrait en revanche devenir significative dans des écoulements plus dilués.

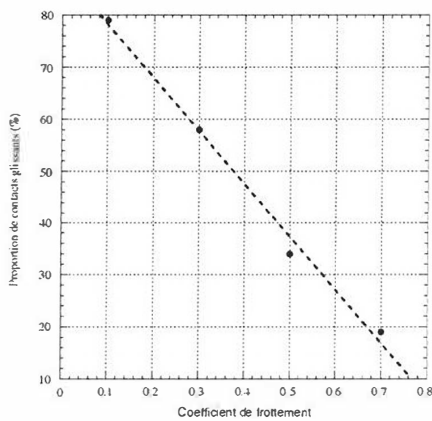


Figure 6 :

Proportion de contacts glissants en fonction du coefficient de frottement.

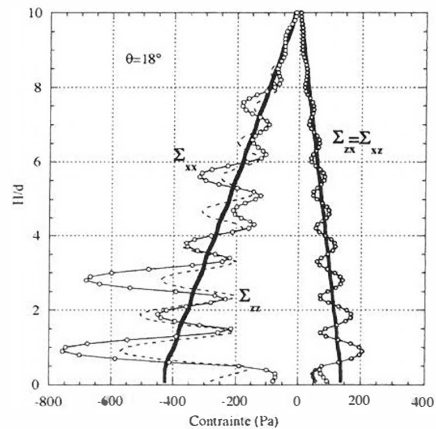


Figure 7 :

Composantes du tenseur de contrainte de contact, en fonction de la cote z, pour une inclinaison de 18°. En trait plein figurent les prédictions de l'équation de conservation de la quantité de mouvement.

On constate un bon accord avec l'équation de conservation de la quantité de mouvement qui, pour un écoulement stationnaire et uniforme dont les contraintes s'annulent à la surface libre, prévoit (avec  $\rho$  la masse volumique) :

$$\Sigma_{zz} = -g \cos \theta \int_z^H \rho(u) du \quad \text{et} \quad \Sigma_{xz} = g \sin \theta \int_z^H \rho(u) du \quad (2)$$

On observe de plus que le tenseur des contraintes est symétrique. La dernière observation concerne la composante  $\Sigma_{xx}$  du tenseur, qui n'est déterminée que par l'équation constitutive du matériau. Différentes hypothèses sur le rapport entre les contraintes principales ont été formulées par les mécaniciens des sols (Nedderman 1992) et les physiciens (Wittmer 1997). Nos simulations numériques indiquent que, pour le matériau granulaire modèle considéré, ce rapport est très voisin de l'unité (ce qui signifierait un comportement fluide), mais cependant fluctue notablement.

## V. CONCLUSION

Grâce à la méthode de dynamique des contacts, nous avons pu analyser les forces au sein d'une assemblée de sphères monodisperses frottantes en écoulement sur un plan incliné rugueux. Nous avons mis en évidence une distribution hétérogène et large de forces, et la présence de chaînes de force selon des directions privilégiées. Nous avons aussi pu mesurer les composantes du tenseur des contraintes moyen au sein de l'écoulement. Les travaux en cours visent à intégrer les caractéristiques de matériaux granulaires plus réalistes (polydispersité et angularité). Grâce à une analyse de la contribution des différents types de force (frottement, collision) au tenseur des contraintes, nous espérons pouvoir comprendre la loi de comportement de tels écoulements. La mise en évidence des chaînes de force montre que la prise en compte de mouvements collectifs risque d'être essentielle dans cette analyse (Mills 1999, Jenkins 1999).

## REFERENCES

- Azanza E. ; 1998, Ecoulements granulaires bidimensionnels sur un plan incliné, *Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*.
- Chevoir F., Azanza E., Limon-Duparcmeur Y., Moucheron P., Moreau J-J. ; 1999, Dense granular flows down an inclined plane, *submitted to European Physics Journal B*.
- Dantu P. ; 1957, dans *Proc. 4<sup>th</sup> Int. Conf. Soil. Mechanics and Foundations Engineering*, London.
- Jenkins J., Chevoir F. ; 1999, Rheology of dense granular flows, *en préparation*.
- Miller B., O'Hern C. et Behringer R. ; 1996, Stress fluctuations for continuously sheared granular materials, *Physical Review Letters*, vol. 77, 3110.
- Mills P., Loggia D., Tixier M. ; 1999, Model for a stationary dense granular flow along an inclined plane, *accepté pour publication dans Europhysics Letters*.
- Moreau J-J. ; 1997, Numerical investigation of shear zones in granular materials, dans *Friction, Arching and Contact Dynamics*, édité par D. Wolf et P. Grassberger, Scientific Word.
- Nedderman R. ; 1992, Statics and kinematics of granular materials, Cambridge University Press.
- Pouliquen O. ; 1999, Scaling laws in granular flows down rough inclined planes, *accepté pour publication dans Physics of Fluids*.
- Radjai F. et Wolf D. ; 1998, Features of static pressure in dense granular media, *Granular Matter*, 1, 3.
- Wittmer J., Cates M. et Claudin P. ; 1997, Stress propagation and arching in static sandpiles, *Journal de Physique France*, 7, 39.