



HAL
open science

Modélisation de la propagation des ondes dans les coques sandwich en nid d'abeille

Bing Tie, Denis Aubry, Audrey Grédé

► **To cite this version:**

Bing Tie, Denis Aubry, Audrey Grédé. Modélisation de la propagation des ondes dans les coques sandwich en nid d'abeille. 7e Colloque National en Calcul des Structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01788821

HAL Id: hal-01788821

<https://hal.science/hal-01788821>

Submitted on 9 May 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation de la propagation des ondes dans les coques sandwich en nid d'abeille

Bing Tie, Denis Aubry, Audrey Grédé

Laboratoire MSSMat (CNRS - UMR 8579)

Ecole Centrale Paris

92295 Châtenay-Malabry Cedex

bing.tie@ecp.fr, denis.aubry@ecp.fr, grede@mssmat.ecp.fr

RÉSUMÉ. Cet article présente des analyses théoriques et numériques des phénomènes de la propagation des ondes élastiques dans les coques sandwich dont l'âme est en nid d'abeille. On s'intéresse plus particulièrement au domaine d'intérêt en fréquence qui est très étendu vers de hautes fréquences si bien que les longueurs d'ondes mises en jeu sont comparables à la taille des cellules du nid d'abeille. Le développement des outils numériques pour modéliser la propagation des ondes dans une telle coque sandwich est d'abord présenté. Ces outils sont basés sur les éléments finis espace-temps de Galerkin discontinus en temps. Ensuite dans le contexte de hautes fréquences, la pertinence des modèles classiques soit d'homogénéisation soit cinématiques de coque est étudiée. Certains critères sont définis pour qualifier ces modèles classiques.

ABSTRACT. This paper gives theoretical and numerical analyses of elastic wave propagation phenomena in honeycomb sandwich shells, especially when very high frequencies are involved and the wavelenghtes become as small as the size of honeycomb cells. At first, the development of numerical methods to model the wave propagation in such a honeycomb sandwich shell is presented. They are developed within the frameworks of the space-time discontinuous Galerkin formulation. Then, the pertinence of the classical homogeneous or shell kinematic models is analysed and several criterions are proposed in order to qualify those models.

MOTS-CLÉS : propagation d'ondes, coque sandwich en nid d'abeille, méthode de Galerkin discontinue espace-temps, modèles cinématiques de coque, loi de comportement orthotrope.

KEYWORDS: wave propagation, honeycomb sandwich shell, space-temps discontinuous Galerkin method, shell kinematic models, orthotrop constitutive law.

1. Introduction

Nous nous intéressons dans cet article à la modélisation numérique de la propagation des ondes dans les coques sandwich composées de deux peaux de plis de carbone et d'une âme en nid d'abeille d'alliage d'aluminium. Nos travaux de recherche étaient motivés par le besoin de développer des modèles numériques de propagation des ondes de choc pour les lanceurs spatiaux, dont une partie importante de leur structure est composée de ce type de coques composites. Les ondes de choc sont générées lors de la séparation par explosion pyrotechnique des étages et de la coiffe des lanceurs. Les modèles de propagation fiables et prédictifs sont très importants pour permettre une meilleure compréhension de la propagation des chocs dans les lanceurs afin de mieux maîtriser les niveaux vibratoires au pied des charges utiles.

Le contexte industriel impose la considération d'un domaine d'intérêt en fréquence étendu vers de très hautes fréquences ; les longueurs d'ondes mises en jeu sont très petites et sont du même ordre de grandeur que les dimensions caractéristiques des cellules du nid d'abeille. En conséquence, se pose naturellement le problème de la pertinence des modélisations classiques considérant le nid d'abeille comme un milieu homogène équivalent. On présente ici des premières études, à l'aide des outils numériques développés, pour qualifier les modèles classiques d'homogénéisation pour une coque sandwich en nid d'abeille et aussi les cinématiques classiques de coques épaisses. Ces outils numériques permettent notamment de modéliser une vraie coque sandwich en nid d'abeille. Ils sont basés sur la méthode de Galerkin discontinue espace-temps, dont la capacité de représenter proprement les fronts d'ondes de choc est bien reconnue ([JOH 92], [LEC 01]).

2. Phénomènes de la propagation des ondes dans une coque sandwich en nid d'abeille

Un mailleur est développé et permet de mailler facilement une coque sandwich en nid d'abeille. Dans un premier temps, on a procédé à des "essais" numériques sur des échantillons de coque sandwich en nid d'abeille pour observer les phénomènes de propagation des ondes. Au niveau du post-traitement, on utilise la décomposition d'Helmholtz pour mettre en évidence les ondes de pression (ondes P) et celles de cisaillement (ondes S). Pour une plaque en nid d'abeille, les dérivations sont calculées dans le repère global de la plaque. En conséquence, les ondes ainsi observées représentent en quelque sorte les ondes homogénéisées dans la plaque. On résume ici certaines spécificités relevées après ces "essais" numériques :

- A cause de l'orientation des parois, il existe des directions privilégiées pour la propagation des ondes dans le nid d'abeille, bien que cette propagation apparaisse "isotrope" dans la peau (voir Fig. 1). Il est clair que cet aspect directionnel ne peut pas être pris en compte par une loi orthotrope. Dans une coque en nid d'abeille, on observe aussi le même phénomène, ce qui donne un front d'ondes de pression concave.

- Le front d'ondes peut avoir une structure qui évolue de manière plus complexe à cause des conversions et réflexions d'ondes au sein du nid d'abeille. Par exemple, la

figure 2 montre la propagation des ondes S dans une plaque en nid d'abeille sollicitée par un cisaillement dans le plan de la plaque. Dans une plaque homogène orthotrope, les fronts d'ondes se propagent tout en conservant leur amplitude et leur structure, alors que dans une plaque en nid d'abeille, on peut observer un premier front qui diminue en amplitude et alimente le front suivant, ce dernier gagne souvent en amplitude, d'autres fronts peuvent aussi se créer au cours de la propagation.

– Le bord de la plaque crée beaucoup de perturbations, ce qui donne toute une série de fronts d'ondes (voir les ondes P de la figure 2).

– Le modèle classique d'homogénéisation prédit une vitesse de propagation très faible dans le milieu homogénéisé équivalent (voir la section suivante), alors que l'avancement des fronts d'ondes observé semble beaucoup plus rapide. Des analyses plus quantitatives seront faites ultérieurement.

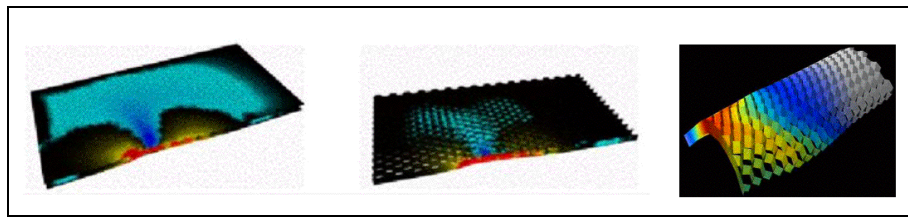


Figure 1. Propagation des ondes P (bleu) et S (rouge) dans une plaque sandwich en nid d'abeille et dans une coque en nid d'abeille. Sont présentés de gauche à droite : (1) dans la peau ; (2) dans le coeur du nid d'abeille ; (3) dans une coque.

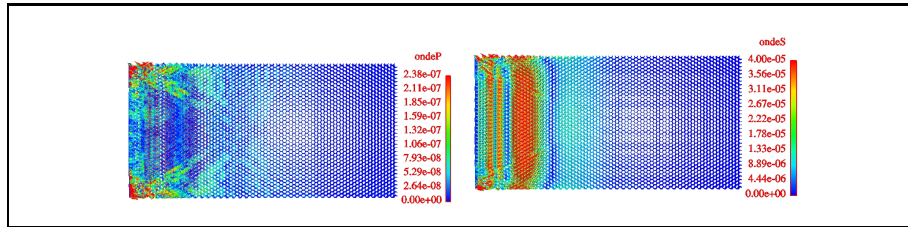


Figure 2. Propagation des ondes P (gauche) et S (droite) dans une plaque sandwich en nid d'abeille sollicitée en cisaillement dans le plan de la plaque.

3. Analyse théorique des modèles classiques d'homogénéisation

Le milieu du nid d'abeille à cellules hexagonales régulières est classiquement homogénéisé par des lois orthotropes voire isotropes transverses construites selon la méthode proposée dans [GIB 88]. En statique et pour le domaine de basses fréquences, le milieu homogénéisé équivalent représente correctement le comportement du nid d'abeille ([BUR 97]). Une analyse théorique est effectuée sur le tenseur acoustique,

ainsi que sur les modes et les vitesses de propagation du milieu homogénéisé équivalent. Celle-ci montre que la vitesse des ondes P, S et de flexion sont proportionnelles au rapport entre l'épaisseur de parois t et la taille de cellules l du nid d'abeille. On a par exemple $c_p = \frac{t}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ et $c_s = \frac{\sqrt{2}}{2} c_p$, où E est le module d'Young du matériau constituant le nid d'abeille et ν le coefficient de Poisson. Pour le nid d'abeille qui nous intéresse, on a $\frac{t}{l} = 0.0038$, donc les vitesses de propagation sont très faible dans le milieu homogénéisé équivalent. Pour les études en cours, ces résultats permettent donc une comparaison quantitative des vitesses de propagation des trois types d'ondes pour un milieu homogénéisé équivalent avec celles observées numériquement sur une "vraie" plaque sandwich en nid d'abeille.

4. Milieu homogénéisé équivalent : un critère qualification énergétique

Nos "essais" numériques ont montré qu'a priori, le modèle homogénéisé classique ne permettait pas de rendre compte des complexités locales des phénomènes de propagation des ondes dans le milieu du nid d'abeille. Alors que se passe-t-il au niveau global ? Un premier critère de comparaison naturel est de considérer l'évolution en temps des énergies totale, cinétique et élastique. Pour ceci, nous avons étudié une plaque sandwich en nid d'abeille avec trois modélisations différentes : (1) géométriquement exacte (ce qui donne la solution de référence) ; (2) par un milieu orthotrope équivalent et (3) en enlevant la couche en nid d'abeille ce qui donne deux peaux en carbone indépendantes parallèles, mais la masse de la couche du nid d'abeille a été prise en compte. La plaque est soumise successivement aux trois chargements différents : pression membranaire, cisaillement membranaire et flexion. Pour la modélisation à géométrie exacte, les chargements sont appliqués uniquement sur le bord des deux peaux.

La figure 3 donne la comparaison de l'évolution de l'énergie élastique de la structure. On voit que les trois modélisations sont très proches dans le cas du cisaillement, un peu plus différentes dans le cas de la pression. On remarque aussi que pour ces deux types de chargement, l'allure des courbes obtenues par les trois modélisations est similaire, et que le milieu homogénéisé équivalent est très proche du modèle qui ne tient pas du tout compte de la rigidité venant de la couche nid d'abeille. Dans le cas de la flexion au contraire, les trois modélisations diffèrent beaucoup et l'allure de la courbe dans le milieu homogénéisé équivalent est très différente que celle donnée par les deux autres types de modélisation. Une première explication vient de l'observation de la déformation des parois du nid d'abeille : dans le cas du cisaillement, le mode de flexion développé dans les parois semble être le même que celui pris en compte dans la procédure d'homogénéisation pour définir le milieu équivalent, alors que ce n'est pas le cas pour les deux autres types de chargement.

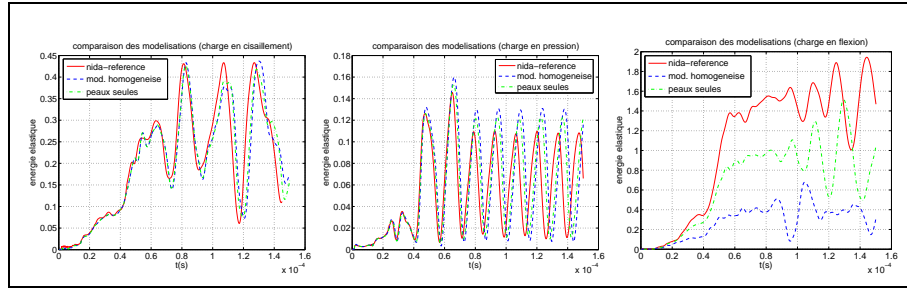


Figure 3. Comparaison de l'évolution de l'énergie élastique en temps de la plaque sandwich en nid d'abeille modélisée de manières différentes. De gauche à droite (1) chargement en cisaillement membranaire ; (2) chargement en pression membranaire ; (3) chargement en pression flexion.

5. Choix des modèles cinématiques

En hautes fréquences, comme les longueurs d'ondes peuvent devenir plus petites que l'épaisseur de la coque sandwich, les parois du nid d'abeille peuvent développer des modes de déformation complexes dans l'épaisseur de la coque, qui ne peuvent pas, a priori, être correctement représentés par le modèle cinématique de Mindlin-Reissner. Il serait donc intéressant d'utiliser les cinématiques des coques enrichies. Pour qualifier les différentes cinématiques de coque, le premier critère que l'on propose ici consiste à mesurer le degré de richesse d'un modèle cinématique pour bien représenter les déformations développées dans une plaque en nid d'abeille. En effet, on projette les solutions obtenues pour une plaque en nid d'abeille modélisée en détail, u_{nida} , sur une cinématique de plaque épaisse. Il est alors possible de comparer la différence entre la solution du nid d'abeille et sa projection $\Pi_{plaque} u_{nida}$. Nous avons étudié différents modèles cinématiques de plaque épaisse : Mindlin-Reissner à cinq degrés de liberté qui est le plus couramment utilisé dans la pratique, les cinématiques de plaque enrichies à six, sept et neuf degrés de liberté ([BIS 00]). Par exemple, la figure 4 montre en un point donné, les écarts $(u_{nida} - \Pi_{plaque} u_{nida})$ pour les divers modèles de plaque, lorsque la plaque est sollicitée en flexion. On constate ainsi que le modèle de Mindlin, à cinq degrés de liberté, n'est pas suffisamment riche pour retranscrire correctement le mouvement développé dans le nid d'abeille. Le modèle à six degrés de liberté ne fournit que de bons résultats pour les sollicitations de la plaque en membrane. Il faut donc a priori considérer un modèle à sept ou neuf degrés de liberté pour obtenir une bonne représentation des solutions.

6. Conclusion

Des outils numériques sont développés pour pouvoir modéliser une coque sandwich en nid d'abeille à géométrie exacte. Par "essais" numériques, nous pouvons donc observer les phénomènes de la propagation des ondes dans un tel milieu et analyser

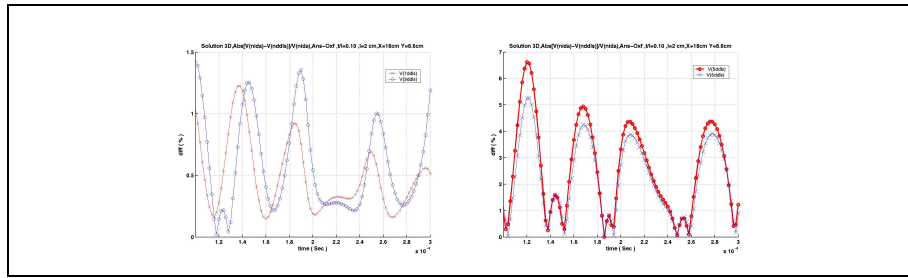


Figure 4. Comparaison des cinématiques de plaque : à gauche, les cinématiques à 5 ou 6 ddl ; à droite, les cinématiques à 7 ou 9 ddl.

la pertinence des modèles d'homogénéisation et cinématiques classiques dans le domaine des hautes fréquences. Les premières analyses théoriques et numériques sont présentées. Les premiers résultats montrent que les milieux homogénéisés équivalents classiques représentent mal une plaque sandwich en nid d'abeille lorsqu'elle est sollicitée en flexion. Pour les modèles cinématiques, il serait intéressant d'utiliser le modèle enrichie à sept degrés de liberté.

Les études en cours visent à approfondir les analyses déjà entreprises et à définir d'autres critères pour qualifier les modèles. Nous développons aussi les modèles cinématiques de coque enrichis. Un autre aspect à étudier concerne le phénomène de l'atténuation que l'on peut observer numériquement et expérimentalement lors de la propagation des ondes dans le nid d'abeille : durant la propagation, la structure du nid d'abeille renvoie en permanence des ondes vers l'arrière et en piège ainsi une partie. Il s'agit d'un mécanisme très complexe qui pourrait expliquer partiellement le phénomène d'atténuation. Si cette analyse s'avère exacte, il faudrait introduire ce mécanisme dans le modèle homogénéisé du nid d'abeille.

7. Bibliographie

- [BIS 00] BISCHOFF M., RAMM E., « On the physical significance of higher order kinematic and static variables in a three-dimensional shell formulation », *International Journal of Solids and Structures*, vol. 37, 2000, p. 6933-6960.
- [BUR 97] BURTON W., NOOR A., « Assessment of continuum models for sandwich panel honeycomb cores », *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, vol. 145, 1997, p. 341-360.
- [GIB 88] GIBSON L., ASHBY M., *Cellular solids : Structures and properties*, Pergamon Press., Oxford, 1988.
- [JOH 92] JOHNSON C., HANSBO P., « Adaptive finite elements methods in computational mechanics », *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, vol. 101, 1992, p. 143-181.
- [LEC 01] LECLÈRE J. M., « Modélisation parallèle de la propagation d'ondes dans les structures par éléments finis adaptatifs », Thèse, Ecole Centrale de Paris. Laboratoire Mécanique des Sols, Structures et Matériaux, 2001.