



**HAL**  
open science

## Modélisation de la propagation des ondes élastiques dans les coques sandwich en nids d'abeille

Audrey Grédé, Bing Tie, Denis Aubry

► **To cite this version:**

Audrey Grédé, Bing Tie, Denis Aubry. Modélisation de la propagation des ondes élastiques dans les coques sandwich en nids d'abeille. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01788340

**HAL Id: hal-01788340**

**<https://hal.science/hal-01788340>**

Submitted on 9 May 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

# Modélisation de la propagation des ondes élastiques dans les coques sandwich en nids d'abeille

Audrey Grédé — Bing Tie — Denis Aubry

Laboratoire MSSMAT – CNRS-UMR 8579 – École Centrale Paris  
Grande Voie des vignes  
F-92295 Châtenay-Malabry  
audrey.grede@ecp.fr; bing.tie@ecp.fr; denis.aubry@ecp.fr

---

*RÉSUMÉ.* Ce travail traite de la propagation des ondes de choc élastiques dans les coques sandwich en nids d'abeille de grandes tailles, lorsqu'elles sont soumises à des charges mobiles supersoniques. Des modèles numériques de propagation de chocs sont proposés et étudiés en fonction du domaine de fréquence imposé par le contexte industriel. Leur qualification est faite par des simulations numériques et par comparaison avec des résultats expérimentaux.

*ABSTRACT.* This paper deals with the elastic shock waves propagation in large honeycomb sandwich shells under supersonic moving loads. Numerical models of shock waves propagation are proposed and qualified with respect to the frequency domain of interest. Their quality assessment is made by both numerical investigations and comparison with experimental results.

*MOTS-CLÉS :* propagation d'ondes, coque sandwich en nids d'abeille, loi de comportement orthotrope, modèle multicouche, charge mobile supersonique.

*KEYWORDS:* wave propagation, honeycomb sandwich shells, orthotropic constitutive laws, multi-layered models, supersonic moving load.

---

## 1. Introduction

Les panneaux composites de sandwich en nids d'abeille sont couramment employés dans l'industrie aérospatiale, plus particulièrement dans les structures de lanceurs spatiaux. Durant le vol d'un lanceur, la séparation de ses divers étages et le largage de la coiffe est effectuée par découpe pyrotechnique, source d'ondes de chocs élastiques qui se propagent jusqu'aux satellites via l'Adaptateur de Charges Utiles (ACU). Ces chocs présentent un critère dimensionnant pour le lanceur puisque l'énergie vibratoire qu'ils véhiculent ne doit pas excéder un seuil critique. Il est donc important de développer des modèles numériques fiables de propagation pour l'ACU afin de prédire et contrôler l'environnement vibratoire des charges utiles.

Les difficultés pour traiter ce genre de problème proviennent principalement de son caractère multi échelle à la fois en espace et en temps. En effet, l'ACU est une large structure conique composée d'un assemblage de coques sandwich constituées d'un assemblage de deux peaux de plis de carbone et d'une âme en nids d'abeille d'alliage d'aluminium. Son diamètre est quelques mètres tandis que la taille des cellules du nid d'abeille qui le composent est de l'ordre du millimètre. Un modèle classique d'éléments finis avec représentation exacte de la géométrie du nid d'abeille serait trop coûteux et est donc à écarter. De plus, le contexte industriel impose la prise en compte d'une large gamme de fréquences, comprise entre 0 et 25kHz, source notamment de très courtes longueurs d'ondes ( $\lambda \in [10^{-3}\text{m}; 1\text{m}]$ ). Une très fine discrétisation espace-temps est alors nécessaire pour correctement représenter la propagation des fronts d'ondes. De plus, le temps total d'analyse doit être suffisamment long pour permettre aux ondes les plus lentes issues du pied de l'ACU, en l'occurrence celles de flexion, d'arriver jusqu'à son sommet. Enfin, les plus petites longueurs d'ondes mises en jeu sont de l'ordre de la taille des cellules du nid d'abeille. Par conséquent, les phénomènes dynamiques localisés à l'échelle cellulaire peuvent être importants et deviennent problématiques quant à la pertinence des modélisations classiques établies en statique, considérant le nid d'abeille comme un milieu homogène équivalent.

L'article est organisé de la manière suivante : les modèles homogénéisés proposés sont présentés dans une première partie. Leur validité en fonction du domaine de fréquence considéré est ensuite discutée à partir de simulations numériques. Enfin, une comparaison avec des résultats expérimentaux permettront de conclure sur la pertinence de ces modèles.

## 2. Modèles numériques

Nous présentons ici les lois orthotropes homogénéisées considérées pour le nid d'abeille ainsi que les modèles de coque employés pour modéliser la coque sandwich.

### 2.1. Milieu homogénéisé équivalent orthotrope

Dans la littérature, un nid d'abeille avec des cellules hexagonales est habituellement homogénéisé par des lois de comportement orthotropes, qui dépendent de ses paramètres géométriques. Neuf modules indépendants peuvent ainsi être déterminés en statique par une approche énergétique (Gibson *et al.*, 1988, Burton *et al.*, 1997). Pour un même nid d'abeille, les lois orthotropes homogénéisées établies par ces auteurs emploient des paramètres quasi-identiques, mais les lois orthotropes calculées par Gibson *et al.* impliquent un tenseur de Hooke qui n'est pas défini positif. Ce point peut être ignoré si la coque sandwich est homogénéisée par une coque orthotrope monocouche, dans la mesure où les caractéristiques mécaniques des deux peaux prédominent sur celles du cœur en nids d'abeille et le tenseur de Hooke reste défini positif. Mais lorsque la coque sandwich est modélisée par une coque multicouche, les propriétés mécaniques homogénéisées du nid d'abeille et des peaux sont dissociées ; seules les lois proposées par Burton *et al.* fournissent un tenseur de Hooke défini positif pour la couche relative au nid d'abeille.

### 2.2. Modélisation des coques

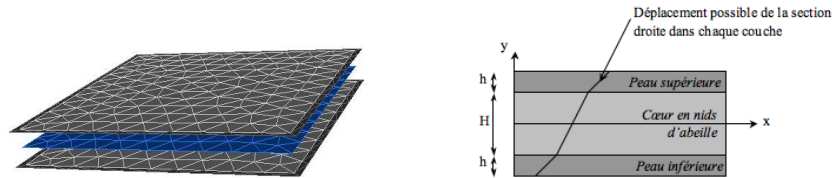
Soit  $S$  la surface moyenne d'une coque  $\Omega$  d'épaisseur uniforme  $h$  et de normale unitaire  $\mathbf{n}$ . La paramétrisation normale de  $\Omega$  permet de localiser tout point  $\mathbf{x}(\mathbf{x}_s, \zeta)$  appartenant à  $\Omega$  par :

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_s + \zeta \mathbf{n} \quad [1]$$

L'indice «  $S$  » réfère aux champs tangents à  $S$ ,  $\mathbf{x}_s$  représente les points localisés sur  $S$  et  $\zeta$  la coordonnée dans l'épaisseur de la coque ( $-h/2 < \zeta < h/2$ ). Une cinématique de coque considérée peut être plus ou moins raffinée selon son nombre de degrés de liberté (ddls). Dans ce travail, les cinématiques suivantes comprises entre 5 et 9 ddls sont étudiées, où «  $n$  » fait référence aux composantes normales à  $S$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{5ddls}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{u}_{0s}(\mathbf{x}_s, t) + u_{0n}(\mathbf{x}_s, t)\mathbf{n} + \zeta \mathbf{u}_{1s}(\mathbf{x}_s, t) \\ \mathbf{u}_{6ddls}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{u}_{5ddls}(\mathbf{x}_s, t) + \zeta u_{1n}(\mathbf{x}_s, t)\mathbf{n} \\ \mathbf{u}_{7ddls}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{u}_{6ddls}(\mathbf{x}_s, t) + 0.5\zeta^2 u_{2n}(\mathbf{x}_s, t)\mathbf{n} \\ \mathbf{u}_{9ddls}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{u}_{7ddls}(\mathbf{x}_s, t) + 0.5\zeta^2 \mathbf{u}_{2s}(\mathbf{x}_s, t) \end{aligned} \quad [2]$$

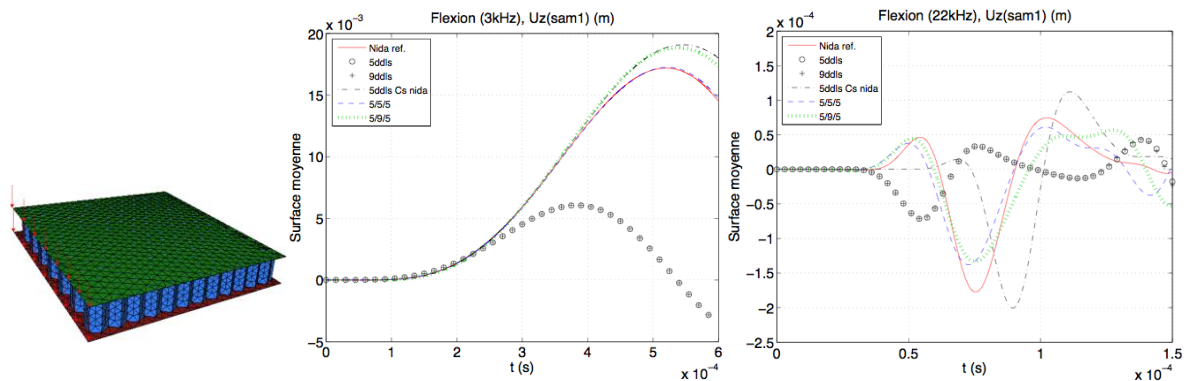
De précédents travaux ont été conduits sur des modèles monocouches dont les cinématiques étaient de 5 et 6 ddls (Grédé *et al.*, 2005, 2006). Pour la gamme de fréquence considérée, le comportement dynamique dans-le-plan d'une plaque sandwich en nids d'abeille est parfaitement représenté par les modèles monocouches, quels que soit leur degré d'enrichissement. Cependant, le comportement dynamique hors-plan d'un tel matériau reste délicat à modéliser. Étant donné que les peaux et le cœur en nids d'abeille possèdent des comportements dynamiques hors-plan très différents (Tie *et al.*, 2005), une technique intéressante consiste alors à construire un modèle équivalent composé d'une superposition de 3 coques (Figure 1), et de distinguer ainsi le rôle joué par chacune de ces couches. Pour un tel modèle multicouche, la continuité des déplacements est imposée entre deux couches adjacentes. Contrairement à la formulation multicouche de Reddy (Reddy, 1984), le modèle proposé ici ne satisfait pas la continuité des vecteurs contraintes transverses entre deux couches adjacentes.



**Figure 1.** Modèle équivalent multicouche d'une plaque sandwich en nid d'abeille. L'enrichissement de chaque couche du modèle numérique peut être dissocié (cinématique, propriétés mécaniques, amortissement, etc.)

### 3. Qualification des modèles homogénéisés équivalents

Étant donné le large domaine de fréquence considéré, l'étude de la pertinence des modèles équivalents en fonction de la fréquence s'avère nécessaire. Les résultats présentés concernent des plaques mono et multicouches dont la cinématique a été développée jusqu'à 9ddl, soumises à un chargement hors-plan uniquement. Les résultats de deux types de chargements sont présentés ici : des signaux de Ricker centrés sur 3 et 22kHz. Des calculs ont été effectués sur un échantillon numérique de 10cm de côté, utilisé comme référence et possédant un maillage éléments finis « géométriquement exact » du cœur en nids d'abeille (Figure2).

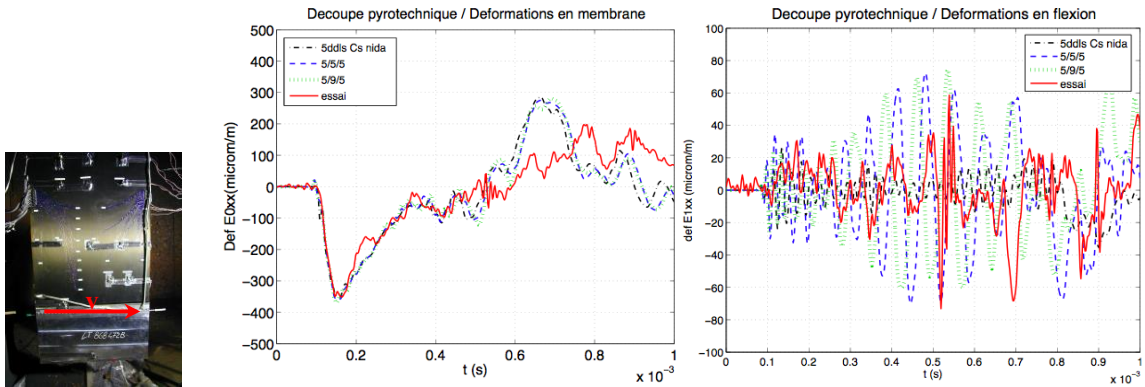


**Figure 2.** Comparaison des déplacements hors-plan, à un point fixe de l'échantillon, pour un signal de Ricker centré sur 3kHz (milieu) et 22kHz (droite)

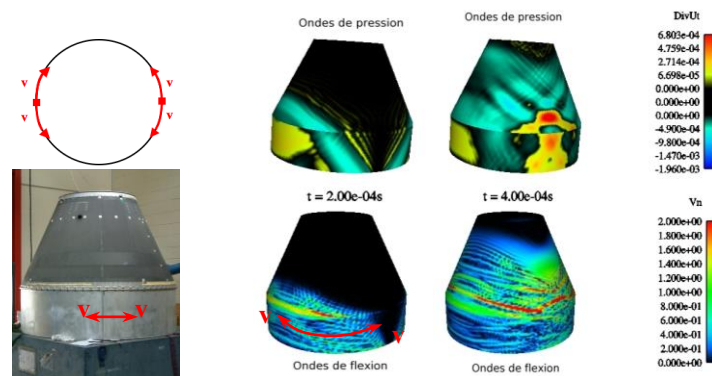
La figure 2 présente le déplacement hors-plan de la surface moyenne des échantillons. Les modèles monocouches « 5ddls » et « 9ddls » sont trop raides par rapport au modèle référence, aussi bien autour de 3kHz que de 22kHz. Étant donné que les peaux, très minces, ne doivent travailler qu'en flexion pure lors d'un chargement hors-plan, une manière d'assouplir les modèles monocouches est de négliger leur cisaillement transverse lors de l'homogénéisation des lois de comportement. Le modèle ainsi obtenu, « 5ddls Cs nida », retranscrit très bien le comportement dynamique hors-plan à 3kHz, mais présente un retard important sur le temps d'arrivée de l'onde autour de 22kHz. À 3kHz, le modèle « 5/5/5 », dont chaque couche est modélisé par une coque à 5ddls, se superpose parfaitement aux résultats obtenus avec le modèle référence et donne de très bons résultats à 22kHz, tant en amplitude qu'en temps d'arrivée de l'onde. À noter enfin que l'enrichissement de la cinématique du cœur à 9ddls (modèle « 5/9/5 ») assouplit le modèle et ralentit la vitesse de propagation de l'onde (22 kHz).

### 4. Structures réelles

Les modèles équivalents étudiés sont appliqués à des structures réelles permettant ainsi une comparaison avec des résultats expérimentaux. Des essais ont été effectués sur une plaque sandwich en nids d'abeille de grande taille (1m x 2m x 0.014m), soumise à un tir pyrotechnique. La figure 3 montre les déformations en membrane et en flexion en un point de la plaque. Les tendances observées sur les échantillons se trouvent confirmées : tous les modèles représentent très bien le comportement dynamique plan de la plaque sandwich en nids d'abeille alors que les modèles monocouches sont à exclure concernant comportement en flexion.



**Figure 3.** Comparaison des déformations de membrane (milieu) et de flexion (droite) entre les calculs numériques et les mesures expérimentales. Plaque instrumentée de 37 couples de jauges et de 15 accéléromètres,  $v=7100\text{m/s}$  (gauche)



**Figure 4.** Modélisation numérique de la propagation des ondes de pression (haut) et de flexion (bas) dans l'adaptateur de charges utiles à  $t=0,2\text{ms}$  et  $t=0,4\text{ms}$ . Modèle monocouche à 5 degrés de liberté ;  $v=7100\text{m/s}$ .

Des simulations numériques ont été effectuées sur l'ACU (Figure 4), composé d'une virole en aluminium et d'un cône sandwich en nids d'abeille. Divers phénomènes complexes sont observables : conversion entre les ondes de membrane et de flexion (courbure), amplification des ondes de flexion à l'interface virole/cône, dispersion des ondes de flexion, etc. Une comparaison avec des essais est en cours.

#### 4. Conclusion

Des outils numériques ont été développés pour correctement représenter la propagation des ondes élastiques dans les grandes structures composées de coques sandwich en nids d'abeille. Différents modèles homogénéisés équivalents ont été qualifiés pour une large gamme de fréquence. Le comportement dynamique hors-plan est très bien représenté par les modèles monocouches jusqu'à 6kHz à condition de négliger le cisaillement transverse des peaux dans la loi homogénéisée. Pour des fréquences supérieures, l'utilisation de modèles multicouches s'avère indispensable. La validation des modèles de l'ACU par comparaison avec des essais est en cours.

#### Remerciements

Le Centre National d'Études Spatiales (CNES) et ASTRIUM-ST sont vivement remerciés pour le support financier attribué à cette étude.

#### 5. Bibliographie

Burton W.S., Noor A.K., « Assessment of continuum models for sandwich panel honeycomb cores », *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 145, 1997, p. 341-360.

- Grédé A., Tie B., Aubry D., « Elastic wave propagation in hexagonal sandwich panels: physical understanding and numerical modelling », *8th International conference on mechanical and physical behavior of materials under dynamic loading*, Dijon, 11-15 septembre 2006.
- Grédé A., Tie B., Aubry D., « Numerical modelling of elastic wave propagation in honeycomb sandwich panels under moving loads: application to space launchers », *6th International Symposium on Launcher Technologies*, Munich, 8-11 novembre 2005
- Gibson L.J., Ashby M.F., *Cellular solids : Structures and properties*, Oxford, Pergamon Press, 1988.
- Reddy J.N., « A simple higher-order theory of laminated composite plate », *Journal of Applied Mechanics*, vol. 51, p.745-752.
- Tie B., Aubry D., Grédé A., « Modélisation de la propagation des ondes dans les coques sandwich en nids d'abeille », *7<sup>e</sup> colloque national en Calculs de structures*, Giens, 17-20 mai 2005, Paris, Hermès, vol. 2 p.597-602