



**HAL**  
open science

## Modélisation des incertitudes sur les vibrations d'origine ferroviaire transmises aux bâtiments

Pierre Ropars, Christophe Desceliers, Guy Bonnet, Philippe Jean

### ► To cite this version:

Pierre Ropars, Christophe Desceliers, Guy Bonnet, Philippe Jean. Modélisation des incertitudes sur les vibrations d'origine ferroviaire transmises aux bâtiments. 21ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2013, Bordeaux, France. hal-01777915

**HAL Id: hal-01777915**

**<https://hal.science/hal-01777915v1>**

Submitted on 29 May 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Quantification des incertitudes dans un modèle numérique d'interaction sol-structure soumis à une source ferroviaire

P. Ropars<sup>a</sup>, C. Desceliers<sup>a</sup>, G. Bonnet<sup>a</sup>, P. Jean<sup>b</sup>

a. *Laboratoire MSME, Université Marne-la-Vallée, Champs-sur-Marne, France*

b. *CSTB Grenoble, Saint-Martin-d'Hères, France*

## Résumé :

De nos jours, les voies ferrées sont proches des zones d'habitations et créent une gêne due aux vibrations dans le bâtiment. Ces vibrations sont ici représentées par une modélisation numérique. Le système dynamique considéré est constitué d'un bâtiment posé sur des fondations et d'un sol excité en surface. Le bâtiment, ses fondations ainsi que le sol proche des fondations sont modélisés par la FEM, le sol lointain est représenté par la (BEM). Les erreurs commises dans la modélisation, via les paramètres ou via les choix de modélisation, induisent des incertitudes représentées ici par une approche probabiliste. Celle-ci consiste en la modélisation des incertitudes paramétriques par des variables aléatoires et des incertitudes non-paramétriques par des matrices aléatoires. La méthode de Monte Carlo est utilisée pour calculer les grandeurs statistiques de la vitesse de vibration aléatoire d'une dalle du bâtiment.

**Mots clefs :** FEM-BEM, Vibrations ferroviaires, Incertitudes paramétriques/non-paramétriques

## 1 Introduction

Ce papier porte sur la réponse d'un système dynamique d'interaction sol-structure avec plusieurs sources d'incertitudes. Les forces extérieures sont dues aux vibrations ferroviaires qui se propagent dans le sol jusqu'aux fondations puis dans le bâtiment. Dans des travaux précédents [9], un modèle numérique d'un tel système dynamique, sans incertitude, a été présenté [5]. Ce modèle consiste à coupler une représentation déterministe d'un bâtiment avec ces fondations dans un sol proche couplé à un sol lointain. La méthode des éléments finis (FEM) est utilisée pour construire la représentation numérique du bâtiment, des fondations et du sol proche. Le sol éloigné est représenté par des éléments de frontière (BEM). La prédictivité de ce modèle est ici améliorée par la prise en compte des incertitudes reliées à chaque sous systèmes (le sol lointain, le sol proche et les fondations et le bâtiment). Nous proposons de quantifier les incertitudes relatives aux erreurs paramétriques pour chaque méthodes numériques et les incertitudes relatives aux erreurs de modélisation (approche non-paramétrique). De ce fait, un modèle probabiliste mixte paramétrique et non-paramétrique est construit. L'approche probabiliste paramétrique consiste en la modélisation des incertitudes paramétriques par une variable ou un champs aléatoire. L'approche non-paramétrique consiste en la modélisation des matrices globales de masse, raideur et amortissement de chaque modèles numériques par des matrices aléatoires. Les lois de probabilité de ces variables, champs et matrices aléatoires sont construites en utilisant le principe du maximum d'entropie (voir [12]). Ce papier traite un exemple numérique dans lequel les fluctuations statistiques de la réponse aléatoire sont déterminées par la méthode de Monte Carlo. La construction du modèle moyen par la méthode des mobilités est présentée dans le paragraphe 2. Dans le paragraphe 3, le modèle moyen est étendu au modèle probabiliste mixte paramétrique et non-paramétrique. Dans la suite, le paragraphe 4 donne les résultats attachés à cet exemple.

## 2 Modèle numérique moyen

### 2.1 Description du système mécanique

Dans ce paragraphe, nous présentons la méthodologie utilisée pour résoudre le problème d'interaction sol-structure dont l'excitation est une source ferroviaire. Cette méthodologie est basée sur la méthode des mobilités qui sera présentée dans le prochain sous-paragraphe. Pour la clarté de la présentation nous présentons un exemple en deux dimensions (voir la Figure 1). Le système étudié est constitué de deux sous-systèmes, le bâtiment et le sol entier incluant les fondations. Le bâtiment et les fondations sont constitués du même matériau. L'excitation ferroviaire est modélisée par une force ponctuelle  $\mathbf{f}_T$  (voir Figure 1), appliquée à la surface du sol, et dans la bande de fréquence  $[10 - 250]$ Hz. Cette représentation peut paraître simpliste mais cela permet une calibration afin de reproduire exactement des vibrations mesurées *in situ* [13]. En parallèle, une source plus sophistiquée peut être obtenue par la superposition de forces ponctuelles. Par la suite et dans le cadre de la méthode des mobilités, nous dénommerons le bâtiment par *récepteur* et le sol, incluant les fondations, par *source*. Le récepteur est modélisé par la méthode des éléments finis (FEM), la source est, quand à elle, construite en utilisant la méthode des éléments finis couplée aux éléments de frontière (FEM-BEM). Dans cette représentation les paramètres incertains sont la densité de masse du sol  $\rho_{\text{soil}}$  et de la structure  $\rho_{\text{struct}}$  (bâtiment et fondations), le module d'élasticité isostatique du sol  $b_{\text{soil}}$  et de la structure  $b_{\text{struct}}$ , et le module de cisaillement du sol  $s_{\text{soil}}$  et de la structure  $s_{\text{struct}}$ . Nous introduisons un vecteur contenant ces paramètres  $\mathbf{z} = (\rho_{\text{soil}}, \rho_{\text{struct}}, b_{\text{soil}}, b_{\text{struct}}, s_{\text{soil}}, s_{\text{struct}})$ .

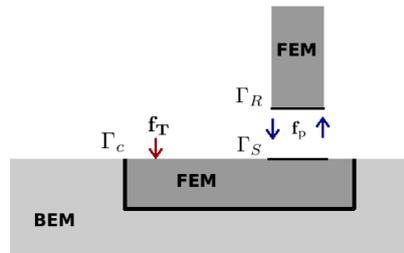


FIGURE 1 – Représentation de l'exemple

### 2.2 Modèle réduit du sous-système source

Comme décrit dans le paragraphe précédent, une représentation mixte BEM-FEM est utilisée pour le modèle dynamique du sous-système source. Le modèle réduit est construit pour représenter les fondations et le sol proche autour des fondations lorsque le sol distant est construit avec des éléments de frontière. L'interface entre le sol proche et le sol lointain est notée  $\Gamma_c$  (Figure 1). En premier lieu, nous présentons la modélisation du sol proche et des fondations par l'approche FEM, puis la réduction du modèle du sol proche et des fondations est déduite par la résolution d'un problème aux valeurs propres. Finalement, la modélisation du sol lointain est introduite en utilisant la BEM avec une représentation intégrale sur  $\Gamma_c$ . Soient les matrices de masse  $[M_s(\mathbf{z})]$ , de raideur  $[K_s(\mathbf{z})]$  et d'amortissement  $[D_s(\mathbf{z})]$  les matrices éléments finis modélisant le sol proche et les fondations. La raideur dynamique du sous-système source  $[A_s(\mathbf{z}, \omega)] = -\omega^2[M_s(\mathbf{z})] + j\omega[D_s(\mathbf{z})] + [K_s(\mathbf{z})]$  est telle que :

$$[A_s(\mathbf{z}, \omega)] \mathbf{u}_s(\omega) = \mathbf{f}_s(\omega) , \quad (1)$$

où  $\mathbf{u}_s$  est le vecteur déplacement du modèle éléments finis et  $\mathbf{f}_s$  est le vecteur des forces extérieures. Considérons que les degrés de liberté sont ordonnés comme suit :

$$[B_s] = \begin{pmatrix} [B_s^{11}] & [B_s^{12}] & [B_s^{13}] \\ [B_s^{12}]^T & [B_s^{22}] & [B_s^{23}] \\ [B_s^{13}]^T & [B_s^{23}]^T & [B_s^{33}] \end{pmatrix} , \quad \mathbf{u}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_s^1 \\ \mathbf{u}_s^2 \\ \mathbf{u}_s^3 \end{pmatrix} , \quad \mathbf{f}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_s^1 \\ \mathbf{f}_s^2 \\ \mathbf{f}_s^3 \end{pmatrix} , \quad (2)$$

où  $[B_s]$  signifie  $[M_s(\mathbf{z})]$ ,  $[K_s(\mathbf{z})]$ ,  $[D_s(\mathbf{z})]$  et  $[A_s(\mathbf{z}, \omega)]$ , et où  $\mathbf{u}_s^1$  et  $\mathbf{u}_s^2$  sont les vecteurs relatifs à  $\Gamma_s$  et  $\Gamma_c$  respectivement et  $\mathbf{u}_s^3$  est relatif aux autres degrés de liberté du modèle éléments finis. Soit  $\phi_1, \phi_2, \dots$  les vecteurs propres construits par la résolution du problème aux valeurs propres  $[K_s^{33}(\mathbf{z})] \phi = \lambda [M_s^{33}(\mathbf{z})] \phi$ . Puisque  $[M_s^{33}(\mathbf{z})]$  et  $[K_s^{33}(\mathbf{z})]$  sont deux matrices définies positives à composantes réelles, les valeurs propres associées  $0 < \omega_1 \leq \omega_2 \leq \dots$  sont positives. Soit  $[\phi_s] = (\phi_1 \phi_2 \dots \phi_n)$  la matrice de la base modale tronquée. La matrice globale de masse  $[\mathcal{M}_s^{33}(\mathbf{z})] = [\phi_s]^T [M_s^{33}(\mathbf{z})] [\phi_s]$ , la matrice globale de raideur  $[\mathcal{K}_s^{33}(\mathbf{z})] = [\phi_s]^T [K_s^{33}(\mathbf{z})] [\phi_s]$  et la matrice globale d'amortissement  $[\mathcal{D}_s^{33}(\mathbf{z})] = [\phi_s]^T [D_s^{33}(\mathbf{z})] [\phi_s]$  sont des matrices  $n \times n$  symétriques réelles définies positives. Ainsi nous construisons la matrice de masse réduite  $[\mathcal{M}_s(\mathbf{z})]$ , la matrice de raideur réduite  $[\mathcal{K}_s(\mathbf{z})]$ , la matrice d'amortissement réduite  $[\mathcal{D}_s(\mathbf{z})]$  en substituant les matrices  $[M_s^{33}(\mathbf{z})]$ ,  $[K_s^{33}(\mathbf{z})]$ ,  $[D_s^{33}(\mathbf{z})]$  par  $[\mathcal{M}_s^{33}(\mathbf{z})]$ ,  $[\mathcal{K}_s^{33}(\mathbf{z})]$ ,  $[\mathcal{D}_s^{33}(\mathbf{z})]$  dans la décomposition par bloque de  $[M_s(\mathbf{z})]$ ,  $[K_s(\mathbf{z})]$ ,  $[D_s(\mathbf{z})]$ . Nous obtenons alors

$$[\mathcal{A}_s(\mathbf{z}, \omega)] \mathbf{q}_s(\omega) = \mathbf{g}_s(\omega) , \quad (3)$$

où  $[\mathcal{A}_s(\mathbf{z})] = -\omega^2[\mathcal{M}_s(\mathbf{z})] + \mathcal{J}\omega[\mathcal{D}_s(\mathbf{z})] + [\mathcal{K}_s(\mathbf{z})]$  est la matrice de raideur dynamique réduite du sol proche avec les fondations, et où

$$\mathbf{q}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_s^1 \\ \mathbf{u}_s^2 \\ \mathbf{q}_s^3 \end{pmatrix} , \quad \mathbf{g}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_s^1 \\ \mathbf{f}_s^2 \\ [\phi_s]^T \mathbf{f}_s^3 \end{pmatrix} , \quad (4)$$

dans lequel  $\mathbf{q}_s^3 = [\mathcal{M}_s^{33}(\mathbf{z})]^{-1} [\phi_s]^T [M_s^{33}(\mathbf{z})] \mathbf{u}_s^3$  et  $\mathbf{u}_s^3 = [\phi_s] \mathbf{q}_s^3$ .

Soit  $[S^1(\mathbf{z}, \omega)]$  et  $[S^2(\mathbf{z}, \omega)]$  les matrices construites par l'utilisation de la BEM avec une représentation intégrale sur  $\Gamma_c$  de façon à modéliser la propagation des ondes dans le sol lointain telle que :

$$[S^1(\mathbf{z}, \omega)] \mathbf{u}_s^2(\omega) = [S^2(\mathbf{z}, \omega)] \mathbf{f}_s^2(\omega) . \quad (5)$$

Cette représentation est commune à de nombreux codes BEM-FEM (voir pour notre exemple [3, 4]). Les matrices  $[S^1(\mathbf{z}, \omega)]$  et  $[S^2(\mathbf{z}, \omega)]$  ne sont pas obligatoirement définies positives. Néanmoins, pour les fréquences régulières, l'inverse de  $[S^1(\mathbf{z}, \omega)]$  existe, la fonction de réponse en fréquence  $[H^2(\mathbf{z}, \omega)] = [S^1(\mathbf{z}, \omega)]^{-1} [S^2(\mathbf{z}, \omega)]$  est une matrice symétrique et nous avons alors :

$$\mathbf{u}_s^2(\omega) = [H^2(\mathbf{z}, \omega)] \mathbf{f}_s^2(\omega) . \quad (6)$$

Le modèle réduit du sous-système source est définie par les équations (3), (4) et (6).

### 2.3 Modèle numérique réduit du sous-système récepteur

Dans ce paragraphe, nous présentons le modèle réduit du sous-système récepteur (le bâtiment). En premier lieu, le modèle d'éléments finis est construit, puis il le modèle numérique réduit est déduit en résolvant un problème aux valeurs propres.

Soit la matrice de masse  $[M_r(\mathbf{z})]$ , la matrice de raideur  $[K_r(\mathbf{z})]$  et la matrice d'amortissement  $[D_r(\mathbf{z})]$ , les matrices éléments finis modélisant le bâtiment. La matrice de raideur dynamique  $[A_r(\mathbf{z}, \omega)] = -\omega^2[M_r(\mathbf{z})] + \mathcal{J}\omega[D_r(\mathbf{z})] + [K_r(\mathbf{z})]$  est telle que :

$$[A_r(\mathbf{z}, \omega)] \mathbf{u}_r(\omega) = \mathbf{f}_r(\omega) , \quad (7)$$

où  $\mathbf{u}_r$  est le vecteur des déplacements sur les degrés de liberté du modèle éléments finis et  $\mathbf{f}_r$  et le vecteur éléments finis des forces extérieures appliquées au bâtiment. Nous imposons que les degrés de liberté du sous-système sont ordonnés de la façon suivante :

$$[B_r] = \begin{pmatrix} [B_r^{11}] & [B_r^{12}] \\ [B_r^{12}]^T & [B_r^{22}] \end{pmatrix} , \quad \mathbf{u}_r = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_r^1 \\ \mathbf{u}_r^2 \end{pmatrix} , \quad \mathbf{f}_r = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_r^1 \\ 0 \end{pmatrix} , \quad (8)$$

où  $[B_r]$  signifie  $[M_r(\mathbf{z})]$ ,  $[K_r(\mathbf{z})]$ ,  $[D_r(\mathbf{z})]$  et  $[A_r(\mathbf{z}, \omega)]$ , et où  $\mathbf{u}_r^1$  est le vecteur contenant les degrés de liberté relatifs à  $\Gamma_r$  et  $\mathbf{u}_r^2$  le vecteur relatif aux autres degrés de liberté de la représentation éléments finis du bâtiment.

Soit  $\Phi_1, \Phi_2, \dots$  les vecteurs propres obtenus par la résolution du problème aux valeurs propres suivant  $[K_r^{22}(\mathbf{z})] \Phi = \lambda [M_r^{22}(\mathbf{z})] \Phi$ . Puisque  $[M_r^{22}(\mathbf{z})]$  et  $[K_r^{22}(\mathbf{z})]$  sont deux matrices symétriques réelles définies positives, les valeurs propres associées  $0 < \gamma_1 \leq \gamma_2 \leq \dots$  sont positives. Nous définissons  $[\Phi_r] = (\Phi_1 \Phi_2 \dots \Phi_m)$  comme les matrices modales réduites. La matrice globale de masse  $[\mathcal{M}_r^{22}(\mathbf{z})] = [\phi_r]^T [M_r^{22}(\mathbf{z})] [\phi_r]$ , la matrice global de raideur  $[\mathcal{K}_r^{22}(\mathbf{z})] = [\phi_s]^T [K_r^{22}(\mathbf{z})] [\phi_r]$  et la matrice global d'amortissement  $[\mathcal{D}_r^{22}(\mathbf{z})] = [\phi_r]^T [D_r^{22}(\mathbf{z})] [\phi_r]$  sont des matrices  $m \times m$  réelles, symétriques et définies positives. Nous construisons ainsi la matrice de masse réduite  $[\mathcal{M}_r(\mathbf{z})]$ , la matrice de raideur réduite  $[\mathcal{K}_r(\mathbf{z})]$ , et la matrice d'amortissement réduite  $[\mathcal{D}_r(\mathbf{z})]$  en substituant les matrices  $[M_r^{22}(\mathbf{z})]$ ,  $[K_r^{22}(\mathbf{z})]$ ,  $[D_r^{22}(\mathbf{z})]$  par  $[\mathcal{M}_r^{22}(\mathbf{z})]$ ,  $[\mathcal{K}_r^{22}(\mathbf{z})]$ ,  $[\mathcal{D}_r^{22}(\mathbf{z})]$  dans la décomposition par bloque de  $[M_r(\mathbf{z})]$ ,  $[K_r(\mathbf{z})]$ ,  $[D_r(\mathbf{z})]$ . Nous obtenons alors :

$$[\mathcal{A}_r(\mathbf{z}, \omega)] \mathbf{q}_r(\omega) = \mathbf{g}_r(\omega) , \quad (9)$$

où  $[\mathcal{A}_r(\mathbf{z})] = -\omega^2[\mathcal{M}_r(\mathbf{z})] + j\omega[\mathcal{D}_r(\mathbf{z})] + [\mathcal{K}_r(\mathbf{z})]$  est la matrice de raideur dynamique du bâtiment où,

$$\mathbf{q}_r = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_r^1 \\ \mathbf{q}_r^2 \end{pmatrix} , \quad \mathbf{g}_r = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_r^1 \\ 0 \end{pmatrix} , \quad (10)$$

dans lequel  $\mathbf{q}_r^2 = [\mathcal{M}_r^{22}(\mathbf{z})]^{-1} [\phi_r]^T [M_r^{22}(\mathbf{z})] \mathbf{u}_r^2$ , de même  $\mathbf{u}_r^2 = [\Phi_r] \mathbf{q}_r^3$ .

## 2.4 Couplage des modèles réduits des sous-systèmes source et récepteur

Dans ce paragraphe, nous présentons la méthode des mobilités utilisée pour coupler les deux sous-systèmes source et récepteur. La méthode des mobilités consiste à calculer  $\mathbf{f}_r^1 = -\mathbf{f}_s^1$ , la force appliquée sur le récepteur par la source, en quatre étapes.

Premièrement, la vitesse libre  $\mathbf{v}_\ell(\omega) = j\omega \mathbf{u}_s^1(\omega)$  est déterminée en résolvant les équations (3), (4) et (6) pour  $\mathbf{f}_s^3(\omega)$  modélisant la force extérieure  $\mathbf{f}_r(\omega)$  (voir Figure 1) et  $\mathbf{f}_s^1(\omega) = 0$  (interface  $\Gamma_s$  libre).

En parallèle, les matrices des mobilités de la source  $[Y_{\Gamma_s}(\mathbf{z}, \omega)]$ , et du récepteur  $[Y_{\Gamma_r}(\mathbf{z}, \omega)]$ , déterminées sur les degrés de liberté portés par les surfaces  $\Gamma_s$  et  $\Gamma_r$  (voir Figure 1) doivent être construites. Elles peuvent être facilement obtenues grâce à la décomposition par bloque introduite précédemment. Néanmoins, cela n'est pas toujours possible avec un code commercial. Une approche différente consiste à calculer directement les matrices de mobilité en résolvant un ensemble de problèmes. La mobilité est écrite comme le rapport entre la vitesse et la force appliquée. Dans notre cas, résoudre les équations (3), (4) et (6) pour  $\mathbf{f}_s^3(\omega) = 0$  (aucune force extérieure à la source) et  $\{\mathbf{f}_s^1(\omega)\}_k = \delta_{jk}$  (une force unitaire appliquée sur les degrés de liberté de  $\Gamma_s$ ) nous donne :  $[Y_{\Gamma_s}(\mathbf{z}, \omega)]_{ij} = j\omega \{\mathbf{u}_s^1(\omega)\}_i$ , et résoudre (9) et (10) pour  $\{\mathbf{f}_r^1(\omega)\}_k = \delta_{jk}$  (force unitaire appliquée sur les degrés de liberté de  $\Gamma_r$ ), nous donne :  $[Y_{\Gamma_r}(\mathbf{z}, \omega)]_{ij} = j\omega \{\mathbf{u}_r^1(\omega)\}_i$ .

Puis la force de contact,  $\mathbf{f}_p(\omega)$ , qui est appliquée par la source sur le système récepteur (lorsque ceux-ci sont couplés) est alors donnée par (pour plus de détails voir [1, 8]) :

$$\mathbf{f}_p(\omega) = ([Y_{\Gamma_s}(\mathbf{z}, \omega)] + [Y_{\Gamma_r}(\mathbf{z}, \omega)])^{-1} \mathbf{v}_\ell(\omega) . \quad (11)$$

Finalement, la réponse du récepteur est déterminée en résolvant les équations (9) et (10) pour  $\mathbf{f}_r^1(\omega) = \mathbf{f}_p(\omega)$ . La vitesse moyenne des dalles  $\mathbf{v}_d$  est un indicateur de la gêne ressentie par les résidents d'un bâtiment soumis à de telles vibrations [7] et est utilisée ici.

## 3 Modèle probabiliste généralisé des incertitudes

Afin d'augmenter la prédictibilité du modèle numérique, plusieurs sources d'incertitudes sont prises en compte. Nous supposons que  $\rho_{\text{soil}}, \rho_{\text{struct}}, b_{\text{soil}}, b_{\text{struct}}, s_{\text{soil}}, s_{\text{struct}}$  sont les seuls paramètres incertains de ce modèle. Le modèle probabiliste paramétrique des incertitudes est construit en remplaçant le vecteur  $\mathbf{z}$  par un vecteur aléatoire  $\mathbf{Z} = (Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6)$ , dont les composantes sont des variables aléatoires dont le modèle probabiliste est construit en utilisant le principe du maximum d'entropie. De ce fait,  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6$  sont des variables aléatoires statistiquement indépendantes ayant une loi de probabilité gamma, leurs fonctions de densités de probabilités sont complètement gouvernées

par leurs valeurs moyennes  $E\{Z_i\} = \{z\}_i$  et leurs coefficients de dispersions  $\delta_{Z_i}$  [2]. Cette loi de probabilité assure, entre autre, que le moment d'ordre deux des composantes du vecteur aléatoire soit fini. En parallèle, l'approche probabiliste généralisée consiste à substituer les matrices aléatoires  $[\mathcal{B}(\mathbf{Z})]$  par les matrices aléatoires  $[\mathbf{B}] = [L_{\mathcal{B}}(\mathbf{Z})][\mathbf{G}_{\mathcal{B}}][L_{\mathcal{B}}(\mathbf{Z})]^T$  où  $[\mathcal{B}(\mathbf{Z})]$  signifie les matrices  $[\mathcal{M}_s^{33}(\mathbf{Z})]$ ,  $[\mathcal{K}_s^{33}(\mathbf{Z})]$ ,  $[\mathcal{D}_s^{33}(\mathbf{Z})]$ ,  $[\mathcal{M}_r^{22}(\mathbf{Z})]$ ,  $[\mathcal{K}_r^{22}(\mathbf{Z})]$ ,  $[\mathcal{D}_r^{22}(\mathbf{Z})]$  et où les matrices aléatoires triangulaires inférieures  $[L_{\mathcal{B}}(\mathbf{Z})]$  sont telles que  $[L_{\mathcal{B}}(\mathbf{Z})][L_{\mathcal{B}}(\mathbf{Z})]^T = [\mathcal{B}(\mathbf{Z})]$  et les matrices aléatoires  $[\mathbf{G}_{\mathcal{B}}]$ , qui sont statistiquement indépendantes de  $\mathbf{Z}$ , sont prises dans l'espace  $SE^+$  introduit dans [10, 11, 12]. Le modèle probabiliste de  $[\mathbf{G}_{\mathcal{B}}]$  a été construit en utilisant le principe du maximum d'entropie et sa fonction de densité de probabilité est complètement définie par un coefficient de dispersion  $\delta_{\mathcal{B}}$ . De ce fait, le modèle probabiliste présenté dans ce document est complètement définie par six valeurs moyennes  $E\{Z_1\} = \{z\}_1, \dots, E\{Z_6\} = \{z\}_6$ , et par douze coefficients de dispersions  $\delta_{Z_1}, \delta_{Z_2}, \delta_{Z_3}, \delta_{Z_4}, \delta_{Z_5}, \delta_{Z_6}$  et  $\delta_{\mathcal{M}_s^{33}}, \delta_{\mathcal{K}_s^{33}}, \delta_{\mathcal{D}_s^{33}}, \delta_{\mathcal{M}_r^{22}}, \delta_{\mathcal{K}_r^{22}}, \delta_{\mathcal{D}_r^{22}}$ .

## 4 Résultats et discussions

Les réalisations statistiquement indépendantes de  $\mathbf{V}_d$ , la moyenne spatiale de la vitesse vibratoire d'une dalle du bâtiment, sont déduites à partir des réalisations indépendantes du vecteur aléatoire  $\mathbf{Z}$  et des matrices aléatoires  $[\mathbf{M}_s^{33}]$ ,  $[\mathbf{D}_s^{33}]$ ,  $[\mathbf{K}_s^{33}]$ ,  $[\mathbf{M}_r^{22}]$ ,  $[\mathbf{D}_r^{22}]$ ,  $[\mathbf{K}_r^{22}]$ ,  $[M_s^{11}(\mathbf{Z})]$ ,  $[M_s^{12}(\mathbf{Z})]$ ,  $[M_s^{13}(\mathbf{Z})]$ ,  $[M_s^{22}(\mathbf{Z})]$ ,  $[M_s^{23}(\mathbf{Z})]$ ,  $[D_s^{11}(\mathbf{Z})]$ ,  $[D_s^{12}(\mathbf{Z})]$ ,  $[D_s^{13}(\mathbf{Z})]$ ,  $[D_s^{22}(\mathbf{Z})]$ ,  $[D_s^{23}(\mathbf{Z})]$ ,  $[K_s^{11}(\mathbf{Z})]$ ,  $[K_s^{12}(\mathbf{Z})]$ ,  $[K_s^{13}(\mathbf{Z})]$ ,  $[K_s^{22}(\mathbf{Z})]$ ,  $[K_s^{23}(\mathbf{Z})]$ ,  $[M_r^{11}(\mathbf{Z})]$ ,  $[M_r^{12}(\mathbf{Z})]$ ,  $[D_r^{11}(\mathbf{Z})]$ ,  $[D_r^{12}(\mathbf{Z})]$  et  $[K_r^{11}(\mathbf{Z})]$ ,  $[K_r^{12}(\mathbf{Z})]$ ,  $[H^2(\mathbf{Z}, \omega)]$ . Présentement, les résultats sont obtenus avec  $\delta_{Z_1} = \delta_{Z_2} = \delta_{Z_3} = \delta_{Z_4} = \delta_{Z_5} = \delta_{Z_6} = 0.1$  et  $\delta_{\mathcal{M}_s^{33}}, \delta_{\mathcal{K}_s^{33}}, \delta_{\mathcal{D}_s^{33}}, \delta_{\mathcal{M}_r^{22}}, \delta_{\mathcal{K}_r^{22}}, \delta_{\mathcal{D}_r^{22}} = 0.01$

### 4.1 Comparaison de l'impact des erreurs paramétriques et de modélisation sur la vitesse moyenne de dalle

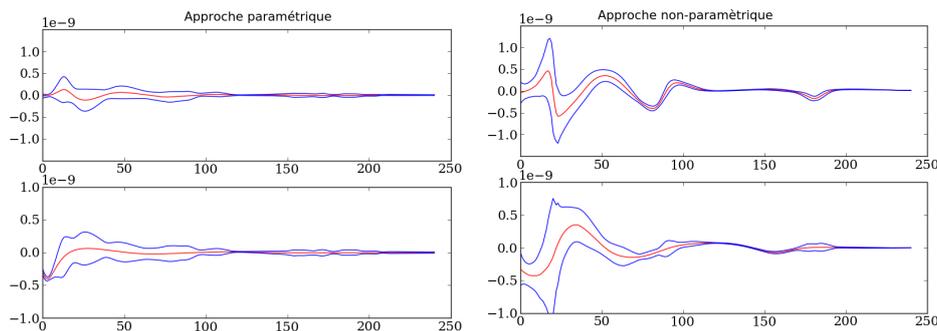


FIGURE 2 – Valeurs moyennes et écarts types du déplacement dans la direction  $x$  (haut) et dans la direction  $y$  (bas) sur la gamme des fréquences ferroviaires ([10-250]Hz)

Le deux types d'incertitudes impactent les résultats dans toute la gamme de fréquences et modifient les valeurs moyennes de la vitesse. Dans les deux cas, l'aléa est supérieur pour les fréquences en début de spectre à celui en fin de spectre. Il est visible que les erreurs de modélisation sont plus importantes que les incertitudes paramétriques. Néanmoins, les erreurs sur les paramètres sont les plus significatives pour la fin du spectre.

### 4.2 Incertitudes généralisées sur les valeurs moyennes des vibrations d'une dalle du bâtiment

L'aléa généralisé (Figure 4) apparaît proche de celui généré par les erreurs de modélisation. Du fait de la présence des erreurs de paramètres, l'écart type est ici plus petit que dans le cas où seule les erreurs de modélisation sont présentes.

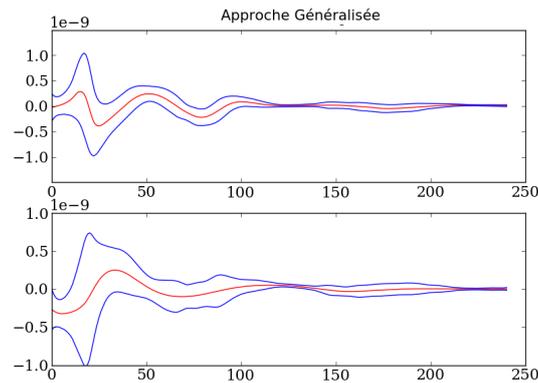


FIGURE 3 – Valeurs moyennes et écarts types : déplacement dans la direction  $x$  (haut) et dans la direction  $y$  (bas) sur la gamme des fréquences ferroviaires ([10-250]Hz)

## 5 Conclusion

L'approche présentée dans ce papier permet d'évaluer l'impact de deux types d'incertitudes sur une valeur représentative choisie. Pour ces deux types (paramétriques et de modélisation), les variables aléatoires sont gouvernées par le principe du maximum d'entropie. Néanmoins, la méthode peut créer des réflexions non-physiques entre le sol proche et le sol distant. Pour éviter ce problème, une autre représentation du sous-système source devrait être utilisée.

## Références

- [1] Cremer L., Heckl M., Hungar U. (1973), Structure-Borne Sound structural vibrations and sound radiation at audio frequencies. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- [2] Guilleminot J., Soize C. (2013), On the statistical dependence for the components of random elasticity tensors exhibiting material symmetry properties, *Journal of Elasticity*, 111(2), pp. 109–130.
- [3] Jean P. (2001), Boundary and finite elements for 2D soil-structure interaction problems, *Acta Acoustica*, 87, pp. 56–66.
- [4] Jean P., Guigou-Carter, C., Villot, M. (2004), A 2.5D BEM model for ground-structure interaction, *Building Acoustics*, 11(3), pp. 1–17.
- [5] Mondot J., Petersson B. (1987), Characterization of structure-borne sound sources : The source descriptor and the coupling function , *Journal of Sound and Vibration*, 114(3), pp. 507–518.
- [6] Norme 2 (2008), Ground-borne noise and vibration arising from rail systems, French standard NF ISO 14837-1.
- [7] Ohlrich, M. (2001), Structure-borne sound sources and their power transfer, *Proceedings of International Congress of Noise Control Engineering*, La Haye (Pays-Bas), pp. 2116–2127.
- [8] Ropars P. (2011), "Modélisation des vibrations d'origine ferroviaire transmises aux bâtiments par le sol", Phd Thesis Université Marne-la-Vallée.
- [9] Soize C. (1999), A nonparametric model of random uncertainties in linear structural dynamics, *Publications du LMA-CNRS*, 152, pp. 109-138, June, 1999. Journée Nationale Dynamique Stochastique des Structures, Châtillon, France.
- [10] Soize C. (2000), A nonparametric model of random uncertainties on reduced matrix model in structural dynamics, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 15(3), pp. 277–294.
- [11] Soize, C. (2001), Maximum entropy approach for modeling random uncertainties in transient elastodynamics, *Journal of the Acoustical Society of America*, 109(5), pp. 1979–1996.
- [12] Villot, M., Ropars, P., Bongini, E. *et al.* (2011), Modelling the influence of structural modifications on the response of a building to railway vibration, *Noise Control Engineering Journal*, 59(6), pp. 641–651.