



HAL
open science

Proximités en acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes

Aline Robert, Fabrice Vandebrouck

► To cite this version:

Aline Robert, Fabrice Vandebrouck. Proximités en acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2014, 34(2/3), pp.239-285. hal-01766857

HAL Id: hal-01766857

<https://hal.science/hal-01766857>

Submitted on 14 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

PROXIMITES-EN-ACTE MISES EN JEU EN CLASSE PAR LES
ENSEIGNANTS DU SECONDAIRE ET ZPD DES ELEVES :
ANALYSES DE SEANCES SUR DES TACHES COMPLEXES

Aline Robert*, Fabrice Vandebrouck**

STUDENTS' ZPD AND TEACHERS' PRACTICES: SOME EXAMPLES
OF PROXIMITIES ORCHESTRATED ON COMPLEX TASKS DURING
LESSONS IN THE CLASSROOM

Abstract

The notion of “proximity-in-act” is introduced here to address some teacher’s choices, involving their global coherence. We suppose that these recurrent teacher’s choices are a mean to be enough near some of the students’ mathematical cognitive needs. We give some general examples of these proximities. The new singular proximities we aim to introduce in this article are analyzed in actual classrooms orchestrations taking into account tasks, managements and students’ work. We recall our theoretical framework (Activity theory and double approach). Then we precise our methodology, and develop four examples that all address the students’ work on a complex task in different contexts. We claim that the complex task generates some different kinds of activities (sub-activities) for students, as recognizing the knowledge to be used and adapted, organizing the steps of the proof, and calculating for instance. There is an evidence that these different sub-activities are not worked in the same way by the students, according to the task itself and the teacher’s orchestration, involving time let to work, writing or not on the board, assistances, ... The ZPD model for students is involved to argue that the effects of such teacher’s practices may be different for the students’ learning according of their activities. The stake is the way of getting as near as possible new and old students’ knowledge according to the teachers’ development of proximities-in-act taking into account the whole class needs, and the lack of time to wait for every one eventual but not guaranteed “success”. Furthermore the differences may occur and be reinforced because of the teachers’ practices coherence and the recurrence of such choices.

Key words: didactic and ergonomic twofold approach, teaching practices, activities, students’ ZPD.

* LDAR, Université de Cergy Pontoise, aline.robert@iufm.u-cergy.fr

** LDAR, Université Paris Diderot, vandebro@univ-paris-diderot.fr
Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. xx, n°x pp. xxx-xxx, 2014

Résumé

La notion de proximité-en-acte est introduite pour rendre compte de choix de l'enseignant, s'inscrivant dans sa cohérence globale, dont nous faisons l'hypothèse qu'ils sont appréciés par l'enseignant comme proches des élèves et qu'ils sont récurrents. Nous donnons d'abord quelques illustrations générales de notre propos. Ce sont des analyses de séances de classe qui donnent accès aux proximités-en-acte analysées ici. Après avoir rappelé notre cadre théorique de référence (théorie de l'activité et double approche), nous indiquons la méthodologie d'analyse utilisée pour étudier les quatre exemples développés dans l'article, qui portent tous sur une tâche complexe (deux extraits de séances de géométrie en troisième, deux extraits de séances d'analyse avec un travail sur logiciel en seconde). Il apparaît que les sous-activités liées à ces tâches complexes ne sont pas toutes travaillées ni corrigées de la même façon pour tous les élèves, en relation avec la complexité de la tâche et/ou avec les déroulements organisés pendant et après la recherche des élèves. Utilisant le modèle de la ZPD, en relation avec les caractères objet et outil des notions visées, nous nous questionnons sur les conséquences éventuelles, à plus long terme, sur les apprentissages des élèves des proximités-en-acte particulières ainsi mises en évidence. Des différences peuvent ainsi résulter de ces choix des enseignants sur les proximités qui peuvent s'établir, pour les élèves cette fois, entre les connaissances « déjà-là » et les connaissances à construire.

Mots-Clés : pratiques enseignantes, cohérence des pratiques, activités des élèves, tâches complexes, proximités-en-acte, ZPD.

INTRODUCTION

Dans cet article, nous nous intéressons au travail des élèves sur des tâches complexes (recherche ou correction) et à certaines caractéristiques des déroulements en classe qui l'accompagnent. Le choix de ce type de tâches est largement encouragé par l'institution. La complexité peut être liée, par exemple, à la nécessité de mettre en fonctionnement plusieurs adaptations non immédiates de plusieurs connaissances ou à la pluralité des méthodes possibles à choisir ou encore à des utilisations variées des TICE. L'intérêt de faire travailler sur ce type de tâches est lié, de notre point de vue, à l'engagement possible des élèves dans plusieurs sous-activités, variées, à enchaîner, qui peuvent contribuer à enrichir les mises en fonctionnement des notions dont l'apprentissage est visé et, au bout du compte, à construire leur disponibilité.

Cependant, la qualité du travail des élèves, et finalement le bénéfice qui peut en résulter, dépend largement de ce que l'enseignant organise en classe. Sont en jeu, en particulier, les dynamiques entre le travail autonome des élèves, individuel ou non, et les aides que

l'enseignant peut apporter, soit pour développer ce travail, soit pour contribuer à le transformer en nouvelles connaissances. Nous faisons ainsi référence au modèle de la Zone Proximale de Développement (ZPD) pour modéliser des connaissances proches de celles qui sont visées mais pas encore acquises : cela concerne, sans que l'enseignant le revendique explicitement, ce qui peut s'interpréter comme la fabrication d'un rapprochement entre ce qui est visé et du déjà là et/ou un appui sur du déjà là, mobilisé, pour introduire ce qui est visé.

Dans ce que l'enseignant déploie pour garder les élèves en activité et pour qu'ils en tirent profit, il y a de fait un certain nombre de choix qu'on peut interpréter comme des formes de recherche plus ou moins explicite de proximités entre ce qui est visé et ce que les élèves font. Ce peuvent être des répétitions, des commentaires, des explicitions, des aides ou l'introduction de nouvelles sous-tâches ; cela dépend des classes, des élèves, des contenus, des moments des apprentissages et évidemment des enseignants. Nous appelons « proximités-en-acte » ces interventions de l'enseignant. Certaines de ces proximités-en-acte sont surtout pédagogiques mais d'autres sont directement liées aux activités mathématiques possibles¹ des élèves en classe. Ce sont ces dernières qui nous intéressent ici, lors du travail en classe sur des tâches complexes². Et parmi elles, il y a celles dont on peut supposer qu'elles mettent en jeu les ZPD des élèves.

L'objet de l'article est ainsi d'étudier, sur des exemples de travail en classe sur des tâches complexes, certaines proximités-en-acte mises en place par l'enseignant, en relation directe avec les sous-activités qu'il contribue à provoquer chez les élèves et avec l'exploitation qu'il en fait, en lien avec les ZPD des élèves. Les analyses s'appuient sur une étude fine de la suite des sous-activités possibles des élèves et visent à comprendre ce que peuvent produire ou non ces proximités.

De plus, on doit prendre en compte le fait que les choix de tâches et de gestion du travail correspondant des élèves s'inscrivent plus globalement dans la manière qu'à l'enseignant d'exercer son métier. C'est le postulat de la double approche, didactique et ergonomique, adoptée ici pour analyser les pratiques (Robert & Rogalski 2002). En particulier, nous admettons que ce que l'enseignant réalise en classe, au jour le jour, relève d'une logique d'action récurrente, ainsi révélée,

¹ Nous n'avons pas accès aux activités effectives, parce qu'elles sont inaccessibles, mais aussi parce que nous ne nous donnons pas en général les moyens d'observer chaque élève.

² Tâches non simples ou non isolées pour lesquelles l'analyse *a priori* révèle la nécessité de nombreuses adaptations des connaissances des élèves.

qui traduit une cohérence globale de ses pratiques, complexes, dont les ergonomes postulent qu'elle est développée par tous les professionnels ayant une certaine expérience³ (Montmollin 1984). Cette cohérence contribue à assurer la stabilité des pratiques, notamment en termes de gestion, et autorise à évoquer une certaine récurrence supposée de ces caractéristiques. De ce fait, ce qui est analysé dans une séance est vraisemblablement répété un certain nombre de fois – d'où l'intérêt des études locales très fines. La notion de proximités-en-acte rendrait ainsi compte de certains caractères récurrents des déroulements installés par l'enseignant en classe, avec des conséquences possibles sur différents apprentissages.

Nous présentons d'abord un certain nombre d'exemples ou d'idées, tirés de travaux antérieurs, nous permettant d'illustrer diverses proximités-en-acte, déjà repérées (même si le terme n'était pas utilisé) éventuellement avec des effets différents. Ensuite, nous donnons les éléments utilisés du cadre théorique unificateur qui nous sert de référence : la théorie de l'activité et de la double approche déjà évoquée. La méthodologie pour analyser les séances de classe et détecter certaines proximités-en-acte est présentée rapidement. Plusieurs sous-activités liées à différentes adaptations des connaissances à mettre en œuvre sont distinguées permettant de questionner les investissements correspondants des élèves. Il s'agit alors, pour analyser un extrait de séance, de mettre en regard les sous-activités attendues des élèves, repérées à partir d'une analyse *a priori* de la tâche complexe proposée, et leurs activités possibles, reconstituées grâce à nos analyses du déroulement organisé par l'enseignant. Cette comparaison permet notamment de mettre en évidence sur une même sous-tâche des sous-activités qui ne sont pas faites d'emblée par tous les élèves, dites *a maxima*, et d'autres, reprises pour d'autres élèves (*a minima*) (Robert 2007).

Cette méthodologie est utilisée dans les quatre exemples de séances qui illustrent nos analyses de ces proximités-en-acte. Il s'avère que des différences entre les élèves apparaissent, alors même que tous les élèves ont travaillé globalement de la même façon sur la même tâche complexe. Nous montrons par exemple qu'il se peut qu'un certain nombre d'élèves (plus lents) soient privés de certaines des sous-activités nécessaires pour résoudre entièrement l'exercice associé à la tâche, sans pour autant arrêter de travailler. Tout se passe comme si l'enseignant arrivait à faire travailler tout le monde, à faire avancer le temps didactique, dans une classe qui « tourne », grâce à une proximité « moyenne » avec les élèves, malgré l'hétérogénéité ; mais

³ Notre étude exclut les enseignants débutants.

cela n'aurait cependant pas les mêmes effets sur chaque élève, compte tenu de la distance entre son propre travail et ce qui résulte de cette « moyenne ».

Des limites de ces travaux, en particulier l'absence de détection explicite des raisons des enseignants, pourtant indispensables, sont présentées en conclusion. Des perspectives sont esquissées, compte tenu de certaines évolutions actuelles de la profession.

PREMIERS EXEMPLES DE PROXIMITES-EN-ACTE

Plusieurs exemples, de nature différente, de ce que nous travaillons, ont déjà été donnés dans des recherches antérieures, même si l'idée de proximités-en-acte n'était pas explicitée avec ce terme. Ces exemples peuvent concerner le discours de l'enseignant, par exemple en relation avec ce qui pourrait motiver les élèves, ou en relation avec leurs activités précises en classe. Ils peuvent aussi mettre en jeu la nature des tâches donnant lieu à ces activités en classe. Plusieurs de ces proximités-en-acte peuvent d'ailleurs co-exister. Insistons sur le fait que si nous les interprétons comme des proximités-en-acte, cela ne veut pas dire que des élèves, voire tous les élèves, les reconnaissent comme telles. Cela ne veut pas dire non plus que les effets attendus aient lieu dans la classe. Le fait de travailler sur des activités possibles des élèves, faute de pouvoir accéder à leurs activités effectives, en partie inaccessibles, différentes d'un élève à l'autre, mais aussi l'hétérogénéité des élèves d'une classe et l'impossibilité de construire des évaluations directes des pratiques des enseignants pendant une séance amènent à ce type de recherches qualitatives. Elles mettent en jeu la recherche d'indicateurs sur des processus dont les effets ne sont pas certains⁴, dépendant de trop nombreux paramètres, sans être toutefois complètement aléatoires, notamment du fait de leur répétition, ce qui explique notre insistance sur la cohérence.

1. Des formes ou des types de discours qui peuvent fabriquer de la proximité pédagogique entre ce qui est fait (ou doit être fait) ou dit par les élèves et ce que dit l'enseignant

Nous ne détaillerons pas des éléments de discours très généraux, visant à motiver les élèves, d'une façon ou d'une autre, en relation avec leur enrôlement. Plus précisément, un certain nombre d'aspects habituels ont été repérés dans des transcriptions déjà étudiées. Ils

⁴ D'où l'utilisation fréquente du mot « potentiel » ou de l'expression « tout se passe comme si ».

mettent explicitement en jeu une proximité provoquée par l'enseignant entre le dire ou le faire des élèves et son discours : ainsi, banalement,

- l'association explicite avec du connu, du déjà fait, du déjà-rencontré, plus ou moins ancien (en relation avec la mémoire ou avec des séances précédentes) ;
- L'association explicite avec ce qui pourra être demandé en contrôle, ou en devoir, ou en examen, et plus généralement des éléments liés au contrat que l'enseignant veut établir ;
- Le sort des questions qui peuvent être posées par l'enseignant ou acceptées des élèves, l'enseignant pouvant attendre ou non que des réponses soient données, en accepter seulement certaines, plus ou moins d'élèves étant concernés - autant d'éléments pouvant jouer comme rapprochement avec les élèves ou non ;
- Les répétitions, les reprises partielles, les reprises complétées d'une réponse élève ou de ce qui a été dit. Le cas particulier des reformulations a été spécifiquement travaillé et discuté par certains chercheurs (Marin 2011).

2. Dans les classes d'élèves défavorisés socialement, l'importance de l'encouragement comme proximité « en amont »

Beaucoup de recherches sur des séances de classes d'élèves défavorisés ont montré que les enseignants jouent beaucoup sur l'encouragement des élèves, la prise en compte de tout ce qu'ils disent, sans hiérarchie. Souvent ils laissent chercher très longtemps, réduisent les tâches. Quelquefois, ils privilégient les tâches « ludiques », éloignées des apprentissages visés, voire n'utilisent qu'avec réticence le vocabulaire mathématique tout à fait rigoureux qu'ils utiliseraient sans restriction dans d'autres classes (Paries 2010). Autant de proximités supposées avec ces élèves, qui ont moins confiance en eux que les autres, besoin de « respect », besoin de temps, besoin d'être motivés, avec des ressources langagières plus limitées que d'autres élèves...

Mais cette recherche de proximités, lorsque les enseignants l'inscrivent au début du travail des élèves, peut avoir pour effet de ralentir le temps didactique et de ne pas contribuer suffisamment à la construction de la connaissance mathématique visée.

3. Le discours « méta », les analogies, les exemples... : des proximités jouant sur « l'intelligence ordinaire »

On a beaucoup développé l'intérêt des discours « méta »⁵, notamment pour compenser le manque de situations bien adaptées, vu l'« éloignement » des notions visées et des connaissances antérieures déjà-là. C'est le cas notamment pour l'introduction des notions dites « FUG », pour lesquelles il est souvent difficile de trouver un problème initial à la fois suffisamment riche et suffisamment lié aux connaissances antérieures (à cause de leurs caractères Formalisateurs, Unificateurs, Généralisateurs, Robert 1998). Des développements ont été travaillés dans des recherches sur les aspects formalisés de la convergence des suites, l'algèbre linéaire (Dorier & al. 1997), la topologie (Bridoux 2012).

Plus banalement l'usage des exemples ou des métaphores, avant ou après l'introduction d'une notion, est souvent considéré comme un bon moyen de rapprocher connu (ancien) et nouveau.

On peut généraliser ce type de proximités-en-acte à toutes les occasions que l'enseignant se donne de s'appuyer sur l'intelligence non strictement mathématique des élèves pour leur faire saisir quelque chose de mathématique, avec le danger déjà signalé de glissements méta-cognitifs dépourvus de sens.

4. L'anticipation des erreurs à partir d'un exemple : une proximité qui se discute, peut-être illusoire

Diverses recherches, toujours à partir de séances de classe, ont montré que certains enseignants, notamment très expérimentés, « préviennent » à l'avance leurs élèves d'erreurs qu'ils pourraient commettre, pensant ainsi les leur faire éviter. Ainsi, pour n'en prendre qu'un tout petit exemple (Hache 2000), un enseignant de lycée introduisant les rotations, qui ne sont plus au programme⁶, prévenait régulièrement ses élèves du piège du nom « quart de tour », qui est associé à une rotation de 90° (et pas 45° , quart de π radian, comme on pourrait le croire). Or il s'avère, au moins pour certains élèves, et cela s'est vérifié dans la classe en question, que cette proximité « anticipatrice » n'était pas efficace. Ce n'est qu'après que l'erreur a été faite par les élèves que ce type de discours peut être entendu, souvent accompagné d'une remarque du style : « *Et pourtant je vous avais prévenus* ».

⁵ Commentaires sur les mathématiques

⁶ Mais cela ne change pas notre propos

En fait, les « proximités anticipatrices » ainsi introduites par les enseignants ressemblent à du cours : elles ne s'appuient pas sur du « déjà là » ou du « presque déjà là » pour les élèves. Elles ne répondent pas à des questions que les élèves se seraient posés seuls, pendant un travail. Tout se passe comme si ces dires de l'enseignant ne peuvent pas s'inscrire « suffisamment près » de ce que les élèves vont mobiliser au moment où ils auront effectivement à utiliser un quart de tour, notamment comme outil, ne les empêchant pas de faire l'erreur.

5. Un exemple de non-proximité potentielle, ne prenant pas en compte l'activité manquante de certains élèves

Un enseignant corrige un devoir sur feuille, donné à faire en classe de seconde (élèves de 15-16 ans) comportant deux exercices de géométrie, accompagnés d'une figure, commençant par la même question : démontrer que deux triangles qu'on peut voir sur la figure sont semblables. Les données de chaque exercice concernent des angles. Le même théorème, donné en cours quelques jours avant⁷, est à utiliser dans cette question : deux triangles ayant deux angles respectivement égaux sont semblables (et donc ils ont leurs côtés respectivement proportionnels). La grande majorité des élèves ont réussi la question dans le deuxième exercice mais l'ont raté dans le premier (Robert & al. 2012). Lors de sa correction, l'enseignant, s'appuyant sur ces résultats des élèves, qui l'ont étonné, dit-il, reprend les connaissances à utiliser dans les deux exercices, en particulier le théorème ci-dessus. Il s'agit dans le premier exercice de connaissances sur les angles plats, la somme des angles d'un triangle et les angles complémentaires, et dans le deuxième exercice de connaissances anciennes sur la définition (ou première propriété) des bissectrices d'un angle et sur la perpendicularité des diagonales d'un carré. L'enseignant conseille aux élèves de mieux « se rappeler » leurs connaissances anciennes. La proximité ainsi mise en acte consiste à attribuer l'échec des élèves à un manque de disponibilité (ce mot n'est pas cité) de connaissances anciennes, considérées comme des objets, lié à un manque de « mémorisation » (le mot « se rappeler » est cité). Y remédier appellerait (sans doute) à réviser les dites connaissances, sans que rien ne soit cependant explicité en ce sens par l'enseignant.

En fait, une analyse *a priori* de la mise en fonctionnement du théorème à mobiliser montre des différences importantes dans les adaptations à mettre en œuvre pour cette utilisation. Si l'utilisation

⁷ La notion de triangles semblables n'est plus aux programmes de cette classe mais cela n'enlève rien à la portée de l'exemple.

directe de la définition de la bissectrice et la propriété des diagonales du carré suffit dans la question de l'exercice « réussi », il devient nécessaire en revanche pour l'autre exercice d'adapter les connaissances sur les angles en jeu, en introduisant une étape, en travaillant sur l'ensemble de la figure, et donc sur les deux triangles « à la fois ». Plus précisément, il faut introduire le fait que deux angles sont égaux s'ils sont égaux à un même troisième. La recherche porte sur cet angle intermédiaire dont un angle de chaque triangle est complémentaire. Il y a de plus, pour utiliser cette étape, à faire appel à une transitivité « algébrique » dans la mesure où les mesures des angles ne sont pas données.

Autrement dit, on peut suggérer une autre proximité possible entre le travail des élèves et ce qu'en dit l'enseignant, mettant en jeu l'explicitation de cette méthode générale d'obtention d'égalités d'angles. Elle peut se faire à partir d'angles complémentaires s'il y a des angles droits dans la figure et/ou d'angles inscrits s'il y a des cercles dans la figure. Dans ce cas, ce serait une forme de disponibilité outil qui serait proposée à la réflexion des élèves, reliant les recherches d'égalités d'angles et les connaissances sur les angles complémentaires ou inscrits dans un même arc.

6. Des tâches simples et isolées, ou réduites : proximités manquantes ?

Une autre manifestation possible de la recherche de proximités entre ce que savent les élèves et ce que l'enseignant leur propose est évidemment le choix des tâches : des choix d'applications immédiates du cours, sans aucune adaptation (simples et isolées), ou des choix de tâches plus complexes, finalement réduites à une suite de tâches simples et isolées, peuvent constituer des formes de proximités-en-acte des enseignants. Il s'agit dans les deux cas d'assurer la réussite rapide des élèves.

Cette réussite n'engage peut-être pas cependant de nouvelles acquisitions, ni même un renforcement des connaissances déjà-là, dans la mesure où les activités des élèves sont *in fine* des répétitions d'applications connues de connaissances anciennes et ne mettent en jeu aucune adaptation, aucun élément « nouveau » susceptible de faire avancer les choses.

7. L'exemple des BEL : proximités inutiles ou manquantes dans le choix des tâches

D'autres recherches ont porté sur l'usage des Bases d'Exercices en Ligne (BEL) en classe. Ces outils permettent une forte individualisation de l'activité des élèves par rapport à des séances

d'exercices traditionnelles, et c'est là une autre forme de proximité en acte organisée par les professeurs.

Les observations mettent cependant en évidence que certains élèves, laissés trop longtemps en autonomie, car l'enseignant ne peut pas surveiller correctement l'avancée du travail de tous les élèves, travaillent parfois en deçà de leur ZPD, préférant même continuer à réussir des exercices simples plutôt que d'affronter les exercices plus difficiles (Cazes, Gueudet, Hersant, Vandebrouck 2006). A contrario, les élèves qui sont confrontés à des exercices trop difficiles pour eux peuvent parfois obtenir les résultats attendus par la machine par des biais, même inconsciemment, sans développer l'activité mathématique attendue d'eux. La médiation de la BEL seule est insuffisante pour que l'élève atteigne la connaissance nécessaire à la résolution de la tâche. Une aide doit être opérée par l'enseignant, s'il est présent au bon moment, et cela soulève le problème du travail en totale autonomie avec ces outils dès que l'on veut aborder des tâches un peu complexes.

8. Notre objet d'étude

Plus difficile à repérer sans analyses précises, le travail explicite, déjà signalé, que peut faire l'enseignant à partir de son repérage du travail des élèves, en aval de l'action de ceux-ci, est un élément susceptible de rapprocher des connaissances déjà-là et des connaissances visées (Robert 2008). Différents types d'aides peuvent y contribuer. Dans ce qui suit, nous allons analyser sur quatre exemples précis les liens entre les différentes sous-activités des élèves sur une tâche complexe et ce qu'introduit l'enseignant, la nature du travail qu'il suscite, collectif, individuel, écrit, oral, avec le temps qu'il laisse, et les aides qui précèdent ou concluent ce travail des élèves. Cela nous permettra de discuter des proximités-en-acte correspondantes, avec leurs effets éventuels et leur inscription dans la cohérence de l'enseignant.

LE CADRE THEORIQUE UNIFICATEUR ADOPTE : THEORIE DE L'ACTIVITE ET DOUBLE APPROCHE DES PRATIQUES DES ENSEIGNANTS

Le schéma général que nous avons adopté dans les recherches qui nous intéressent est inspiré de la théorie de l'activité, initiée par Vygotski (1934) puis Leontiev (1984), que nous avons adaptée aux mathématiques et aux situations scolaires (Robert 2008, Robert & Hache 2013, Rogalski 2008, 2013) : très schématiquement, ce sont les activités mathématiques des élèves, sur les tâches proposées par leurs

professeurs, au sens large, associées aux déroulements des exercices en classe et à la maison, aux moments d'exposition des connaissances, aux évaluations, qui contribuent en grande partie aux apprentissages⁸ des élèves sur une notion visée⁹. Ces activités nous y donnent aussi accès. Il s'agit donc de les apprécier, dès lors qu'on s'intéresse aux apprentissages, en interrogeant la manière dont les connaissances mathématiques sont travaillées¹⁰, notamment en classe, et la manière dont elles peuvent « arriver » dans les cahiers (et les têtes) des élèves.

Nous étudions des séances en classes ordinaires, dans une visée de compréhension fine des activités qui s'y déploient, même si à terme, nous pouvons penser à une visée formative. Il y a évidemment là un parti pris qui amène à ces analyses locales, initiales, indispensables, formatées et outillées par le cadre théorique global. Dans un certain nombre de recherches, ces analyses sont recomposées, dans un mouvement du niveau local vers un niveau plus global – lié aux apprentissages et/ou aux pratiques enseignantes étudiés.

Reste que les activités à apprécier pendant les séances de classe, telles qu'elles sont définies dans la théorie, essentielles à la compréhension visée, sont en partie inaccessibles. Elles mettent en effet en jeu des actes ou des paroles extériorisés mais aussi des pensées, des intentions, des hypothèses, des inférences, des décisions, sur ce qui est fait ou non, dit ou non, inabordables directement (Leplat 1997, Clot 1999, Rogalski 2013). Ces activités sont développées par des sujets (élèves mais aussi professeurs) lors de la réalisation de tâches, dans des situations qui, pour nous, sont le plus souvent de classe. Reprécisons que les tâches sont du côté des objets de l'action des sujets. Elles sont attachées à des buts à atteindre par l'activité. Pour les élèves, c'est essentiellement la résolution des exercices et des problèmes, et plus généralement, tout ce qui est proposé en classe par l'enseignant. Même si la « réalité », recherchée, de ce qui est proposé aux élèves dans une séance et de ce qui a été possible, n'est pas entièrement révélée par les analyses de la séance, cela n'empêche pas de chercher à s'en rapprocher.

⁸ Le caractère partiel de ces activités pour caractériser les apprentissages ne nous échappe pas ; mais, dans la mesure où c'est ce qui dépend le plus de l'enseignant, nous en avons fait notre objet d'étude.

⁹ Au sens large, ce peut être un théorème ou des propriétés, un chapitre, un concept, voire un domaine.

¹⁰ On a pu utiliser le mot de fréquentation pour insister sur cet aspect de recherche des activités développées par les élèves.

Dans les paragraphes suivants, nous allons détailler et compléter les éléments théoriques qui vont fonder les analyses que l'on développera plus loin. Nous commençons par quelques aspects théoriques globaux, qui légitiment, du côté des élèves, les indicateurs utilisés. Toutefois, dans les quatre extraits que l'on donnera plus loin, on ne reviendra pas à des analyses « complètes » des activités des élèves, qui donnent pourtant sens aux conclusions globales en référence aux apprentissages. On se limitera à exhiber un certain type d'activités d'élèves en relation avec les proximités recherchées.

1. Quels enjeux entre activités et apprentissages ? En amont des analyses de séances, la conceptualisation visée et le scénario

Pourquoi cela a-t-il un sens d'étudier des caractéristiques, et lesquelles, des activités des élèves ? Dans notre cadre théorique, comme nous l'avons rappelé, les activités contribuent aux apprentissages. Mais ces contributions dépendent à la fois de ce que nous mettons sous le mot « apprentissages » et de la qualité de ces activités. Sont ainsi en jeu la nature mathématique des activités et la qualité du travail des élèves¹¹, modulées par ce que savent les élèves et ce qui est ajouté en classe par l'enseignant et les autres élèves. C'est pour renseigner précisément ces éléments que sont utilisées les analyses de séances, dans lesquelles s'inscrit la recherche présentée.

Nous prenons comme référence pour les apprentissages d'une notion visée (par exemple un concept, un théorème, un domaine...) le niveau de conceptualisation des connaissances attendues pour cette notion. Il est défini par la détermination d'un ensemble de tâches mettant en jeu la notion, conformément aux programmes, par la disponibilité des caractères objets et outils de la notion concernée (Douady 1986) et associés aux mises en fonctionnement attendues sur ces tâches. Cette disponibilité inclut l'organisation des connaissances impliquées, nouvelles et anciennes, en référence à la notion de champ conceptuel (Vergnaud 1991). Le niveau de conceptualisation est ainsi défini à partir des spécificités de la notion mathématique, à partir des programmes, en précisant les cadres et les registres (Duval 1995) à convoquer et le niveau de rigueur attendu¹² (types de raisonnements, formalisme et démonstrations).

¹¹ Autonome ou non, collectif ou non, long ou non.

¹² Nous appelons « relief » sur la notion à étudier la description de ce niveau de conceptualisation, complété par les difficultés connues, répertoriées, des élèves, avec les résultats des études didactiques correspondantes.

Cependant, la conversion par les enseignants de ces objectifs à atteindre¹³, plus ou moins précisés, en un ensemble d'activités pour les élèves n'a rien d'automatique. Elle aboutit à un itinéraire cognitif, associé à un ensemble de tâches et de savoirs, concrétisé par l'élaboration d'un scénario, plus ou moins accessible, ensemble ordonné de cours, d'exercices, d'évaluations. Les manuels aussi donnent des éléments de scénarios.

L'adéquation de ce scénario à l'apprentissage des élèves n'est donc pas transparente et nécessite, à nos yeux, d'aller regarder jusqu'au niveau des réalisations en classe. Les analyses mettent alors en jeu un certain nombre de variables, associées à des hypothèses partielles, issues des travaux de Piaget, de Vygotski et des didacticiens, qui orientent l'élaboration d'indicateurs. Ces variables tiennent à la fois

- à la qualité de l'introduction de la notion visée, compte tenu de la nature de cette notion et en relation avec les connaissances déjà enseignées, la proximité du nouveau et de l'ancien et la prise de sens escomptée pour les élèves ;
- aux dynamiques prévues entre les exercices (et problèmes) proposés aux élèves et les cours (moments d'exposition des connaissances), en relation avec les difficultés connues des élèves,
- à la quantité, la qualité, la variété et l'ordre des tâches précises proposées et à leur robustesse (elles sont plus ou moins déformables par les déroulements),
- enfin à la qualité des déroulements et, finalement, aux activités possibles, si ce n'est effectives, des élèves.

Ainsi pour apprécier les apprentissages, il est nécessaire de développer plusieurs analyses simultanées, qui révèlent chacune des éléments signifiants. C'est dans ce cadre que se place l'étude partielle présentée ici, qui ne porte que sur le dernier point, lié aux activités en classe suite aux déroulements et compte tenu de tâches uniquement complexes, sans mettre en jeu par exemple un autre élément également signifiant, l'ensemble des tâches proposées sur la même chose.

2. Les activités des élèves en classe : les données observables en classe, les analyses locales *a priori* et *a posteriori*

Les activités des élèves sont donc conditionnées par les choix de l'enseignant à divers niveaux, dont encore une fois on ne peut ignorer aucun si l'on veut accéder aux liens enseignement-

¹³ Correspondant au niveau de conceptualisation attendu, référence théorique du chercheur.

apprentissages : tâches précises associées aux énoncés proposés ou aux cours, déroulements des séances, ensemble des tâches sur la notion visée, replacées dans l'histoire de la classe, évaluations prévues... Elles dépendent aussi des élèves et de la classe, qui constituent un « environnement dynamique ouvert », imprévisible et qu'on ne peut ignorer (Rogalski 2003).

Ce sont les analyses *a priori* des tâches, conçues au sein de l'analyse du scénario, qui nous servent à circonscrire ce qui est en jeu sur le plan des mathématiques à utiliser. Elles nous servent aussi à apprécier les déroulements effectifs et les activités possibles, en référence à ce qui est attendu, comparé à ce qui est provoqué. Ces analyses mettent en jeu la détermination précise des connaissances à utiliser par les élèves, supposées disponibles ou non, et les adaptations attendues pour les résolutions demandées (Robert 1998, 2008, Horoks & Robert 2007), que nous reprendrons plus loin. La démarche sous-jacente tient au fait que les déroulements assurent non seulement plus ou moins de proximité entre ce qui est attendu et ce qui a lieu, avec des différences inévitables entre les élèves, mais peuvent aussi contribuer plus ou moins à la transformation attendue des activités en connaissances.

Il s'agit ainsi de déterminer des indicateurs suffisamment fiables, pour traquer et reconstituer quelque chose d'invisible à partir des observables recueillis pendant les séances et pour en organiser les analyses *a posteriori*. On travaille ainsi sur des traces de ces activités, en se basant sur les activités possibles des élèves, en définissant des activités *a minima* ou *a maxima* (on y revient ci-dessous).

En relation avec les dimensions théoriques globales déjà énumérées, associées à la qualité supposée des activités, on repère ainsi, autant que faire se peut, les formes de travail provoquées par l'enseignant (travail collectif ou individuel, recherche, correction...), les échanges qui peuvent s'installer en classe, entre élèves et/ou avec l'enseignant, avec les questions et réponses, le repérage de l'enseignant du travail des élèves et son exploitation, les diverses aides, les commentaires et autres explications...

3. Activités des élèves *a maxima* et *a minima*, un objet d'étude au centre de notre problématique

Nous travaillons sur les activités que les élèves ont pu faire (activités possibles), en relation avec ce qui est attendu sur un exercice donné. Certaines activités sont faites par tous les élèves¹⁴. Nous nous

¹⁴ Dans les analyses, elles seront repérées par « activités pour tous ».

intéressons ici plus particulièrement aux activités qui ne s'inscrivent pas de cette façon dans la réalité de la classe.

De fait, certaines activités ou sous-activités prévues (par le chercheur), associées aux tâches proposées par l'enseignant, sont investies d'emblée par les élèves. Souvent cela concerne les bons élèves. On les a appelées *a maxima* pour indiquer qu'elles sont développées par les élèves rapidement, sans intervention complémentaire de l'enseignant. Il se peut que tous les élèves s'y mettent ; il se peut en revanche que certains élèves ne répondent pas aux questions correspondantes – cela ne veut pas dire qu'ils n'ont pas cherché ou n'ont pas commencé, mais qu'au mieux ils n'ont pas avancé suffisamment, ou n'arrivent pas à dégager et à formuler leurs idées.

Il se peut alors que l'enseignant enchaîne directement sur la suite de la tâche, se contentant du travail réalisé par seulement une partie des élèves, après correction ou non. Mais il se peut au contraire que des activités ou sous-activités complémentaires soient proposées, après les premières, sur les mêmes sous-tâches, investies par les élèves n'ayant pas encore agi suffisamment (on les a appelées *a minima*).

Souvent elles sont réduites par rapport aux précédentes, notamment par des interventions de l'enseignant. Ce dernier peut ainsi réduire la tâche en explicitant la sous-tâche difficile. Il peut aussi donner des indications ou des aides, qui modifient l'activité des élèves, en supprimant ou en facilitant par exemple telle ou telle reconnaissance ou encore en introduisant des étapes. C'est ce que nous appelons des aides à fonction procédurale, directe ou indirecte. Les aides procédurales indirectes consistent par exemple à réduire le questionnement des élèves sans donner complètement l'indication, en leur posant une question du type : est-ce qu'un théorème du cours pourrait s'appliquer ici ? Tout se passe comme si les activités *a minima* développées sur la même sous-tâche que les activités *a maxima* bénéficiaient d'aides supplémentaires. La grande question est de savoir s'il reste un enjeu pour les élèves, si leurs activités *a minima* les amènent à se rapprocher suffisamment des connaissances nouvelles visées afin qu'ils soient en mesure de les acquérir...

Reprenons l'idée déjà esquissée que l'enseignant peut aussi s'appuyer sur le travail des élèves pour l'explicitier, le reformuler, en reprendre ce qui est général ou particulier, en redonner des justifications. C'est cette fois ce que nous appelons des aides à fonction constructive, en référence à l'amorce de la décontextualisation visée, constitutive de la conceptualisation. Les aides constructives peuvent contribuer à faire gagner des connaissances aux élèves en relation avec la tâche attendue. Leur

association avec tel ou tel type d'activités peut mettre sur la voie de différences entre élèves. La grande question est cette fois de savoir si les aides supposées constructives vont bien assurer leur fonction, ce qui ne peut, de fait, vraisemblablement avoir lieu que moyennant une certaine proximité entre ce qui est visé par l'aide constructive et le déjà-là de chacun des élèves (ou d'un maximum d'élèves) : tout se passe comme s'il était favorable que cela se passe « dans la ZPD des élèves », ni au-delà, ni en deçà.

Autrement dit, pour un élève particulier, le développement d'une activité peut être associé à plusieurs types de « rapprochements » entre ses connaissances déjà-là et les connaissances qu'il doit apprendre. Sont en jeu, notamment, la nécessité ou non de faire lui-même des adaptations, la nature de ces adaptations, les formes de travail, les découpages introduits par l'enseignant et ses interventions suite à l'activité de l'élève.

Il y a évidemment de gros biais sur l'identification de l'engagement des élèves dans les types d'activités (*a maxima*, *a minima*, voire *pour tous*) à partir de ce qu'on entend du discours de l'enseignant. Il s'agit de se faire une idée de l'existence ou non, selon la tâche, de ces types d'activités possibles. En effet, le signalement du caractère *a minima* d'une activité ou sous-activité associée à une tâche complexe indique une modification de l'activité attendue correspondante. Cela peut être associé à une prévision optimiste dans l'analyse *a priori* de la tâche, à un déroulement inadéquat pour certains élèves ou à une hétérogénéité grande des élèves. Quoi qu'il en soit, l'évolution correspondante des connaissances des élèves, à partir de leurs activités, en dépend, et l'investissement ou le non investissement d'une activité attendue conditionne sa transformation espérée en connaissances.

Nous allons interroger les extraits analysés en essayant de repérer des proximités-en-acte organisées par les enseignants et ce qui se joue alors de l'ordre des activités *a minima* et *a maxima*. Nous n'aborderons pas en revanche une autre question qui se pose pourtant avec force, celle du rapport entre ce qui peut se jouer dans la classe et ce qui se joue pour chaque élève...

4. Du côté des pratiques des enseignants de mathématiques : relier les proximités-en-acte développées en classe et la cohérence des pratiques

Pour travailler ce qui est proposé aux élèves, en particulier en classe, ce sont les activités des enseignants qui servent d'indicateurs. Elles

sont décodées et étiquetées en relation avec les activités attendues¹⁵ des élèves, à partir de l'ensemble des tâches, analysées globalement (le scénario prévu) et localement (analyses *a priori* des énoncés précis proposées). Ces activités des enseignants donnent accès au travail organisé en classe, pour les élèves, en termes d'activités possibles pour les élèves, modulées par tout ce que l'enseignant y ajoute, notamment par ses discours et ses écrits au tableau (ou sur écran) – cela constitue les analyses *a posteriori* des déroulements.

Mais, et c'est le parti-pris fondamental de la double approche adoptée pour analyser les pratiques des enseignants (Robert 2001, Rogalski 2003, Roditi 2005, Robert & Rogalski 2002, 2005), il est insuffisant de se limiter aux objectifs d'apprentissages des élèves et au travail de l'enseignant pour comprendre et rendre intelligibles les pratiques ordinaires des enseignants, avec leurs retombées sur les activités des élèves, notamment sur un moyen terme. Cela amène à élargir les analyses précédentes, en prenant en compte les déterminants qui pèsent sur le travail des enseignants, institutionnels, sociaux, personnels et donnent sens à leurs choix¹⁶, et aussi en étudiant les régularités et les diversités intra- et interindividuelles.

Rappelons que l'expression « pratiques des enseignants » qualifie, dans nos travaux sur le secondaire¹⁷, l'ensemble des activités de l'enseignant développées avant, pendant, après la classe de mathématiques et hors la classe en relation avec l'enseignement. Nous admettons que ces pratiques sont complexes et cohérentes : de ce fait, quel que soit le découpage qu'on est amené à faire pour les étudier, elles ne se réduiront pas à une juxtaposition de composantes.

Plusieurs idées doivent être prises en compte, de manière imbriquée : l'hypothèse admise de la complexité des pratiques, qui met en jeu à la fois les apprentissages des élèves et l'exercice du métier, l'importance de l'étude de ce qui se passe en classe pour accéder à cette complexité et la nécessité d'inscrire les choix « locaux » ainsi mis en évidence dans une cohérence individuelle qui

¹⁵ Par le chercheur, à partir de l'analyse *a priori* de la tâche

¹⁶ Les contraintes correspondantes influencent en effet trop les choix et décisions pour qu'on puisse les ignorer, et faire comme s'ils étaient pris en vue des seuls apprentissages : par exemple, le nécessaire respect des programmes, les contraintes liées à l'établissement, la spécificité de la classe, à l'origine de certaines habitudes que l'enseignant partage avec la classe, certaines répétitions, certaines récurrences...

¹⁷ Collège et lycée, l'enseignant n'enseigne que les mathématiques (à de rares exceptions près).

étaye la complexité. C'est ce qui donne sens à la recherche des proximités-en-acte, qui interviennent dans les choix locaux des enseignants, et à leur inscription dans la cohérence des pratiques étudiées.

Un certain nombre de travaux menés avec la méthodologie mise au point dans la double approche, en termes de composantes¹⁸ (Robert & Rogalski 2002), et de niveaux d'organisation¹⁹ des pratiques, (Masselot & Robert 2007) permettent de confirmer la complexité et la stabilité des pratiques des expérimentés en régime de croisière, stabilité déjà vérifiée dans d'autres recherches sur les pratiques (Crahay 1989) et dans quelques recherches en didactique des mathématiques (Robert 2007), notamment en ce qui concerne les choix de déroulements et la composante médiative. Les activités des enseignants présentent des régularités intra-individuelles importantes. Pour nous, la cohérence est associée à ces invariants des pratiques, correspondant à des éléments imbriqués des différentes composantes. La cohérence des pratiques joue à la fois pour générer la stabilité et pour la renforcer du même coup. Y participent les routines et automatismes, y compris langagiers, utilisés par l'enseignant, que nous ne cherchons pas dans cet article. Mais y contribuent aussi les choix disciplinaires, fonction des besoins didactiques, pensés en relation avec les choix pédagogiques, à l'origine des activités en classe. La cohérence se traduit ainsi par une certaine invariance dans les activités, même si elle les « dépasse », mettant aussi en jeu une recomposition globale invariante des différentes composantes, sur laquelle l'enseignant s'appuie, qui conforte ses choix.

Et c'est le point important : qui dit stabilité et cohérence des pratiques dit récurrence et, probablement, effets répétés sur les élèves. Ainsi, dans ce que présentons ici, l'association d'activités locales, en classe, supposées récurrentes et importantes pour les apprentissages, à une certaine cohérence, donne accès à une perspective à moyen et long terme, à la fois pour ces apprentissages, à cause des répétitions qui en résultent, et pour des caractéristiques des pratiques.

¹⁸ Cognitive (en lien avec les choix de contenus), médiative (en lien avec les choix de déroulement), institutionnelle et sociale (en lien avec les programmes et autres contraintes), personnelle.

¹⁹ Local, global et micro.

METHODOLOGIES DES ANALYSES DE SEANCES

Nous allons présenter, dans la section suivante, à titre d'exemple de ce que nous interrogeons dans cet article, des analyses locales (limitées) de moments de travail en classe, sur des exercices travaillés ou corrigés dans deux classes de troisième au collège (15 ans) et dans deux classes de seconde au lycée général (16 ans). Dans tous les exemples, il s'agit de tâches complexes. Nous traquons les proximités-en-acte mis en œuvre par les professeurs en relation avec les activités possibles des élèves, plus particulièrement les activités *a maxima* et *a minima* s'il y en a. Rappelons que tout jugement de ces choix est évidemment exclu, il s'agit d'analyses

Plus précisément, nous cherchons à rendre compte, dans nos analyses, de la manière dont la complexité de la tâche prévue est gérée par l'enseignant, en termes d'activités d'élèves, pendant la recherche en classe ou pendant sa correction : il s'agit de dépasser l'étude chronologique des déroulements (par exemple) et de revenir sur la globalité de la tâche, en reconstituant à quoi les différentes sous-activités des élèves ont pu finalement leur donner accès. L'enjeu est ainsi d'apprécier la proximité, organisée en partie par l'enseignant, entre la tâche prévue et l'activité possible (sur la tâche complexe globale) des différents élèves pour mieux comprendre sur quoi leur travail a porté. Cela conduira à discuter ce qu'on peut en attendre en termes d'acquisition, en faisant intervenir les ZPD.

Dans tous les exemples, l'accès aux séances de classe se fait par l'intermédiaire d'une vidéo tournée en classe, la caméra étant posée par l'enseignant au fond de la classe et laissée durant toute la séance. La vidéo est transcrite et nous recueillons éventuellement des documents supplémentaires (entretiens). Dans les séances traditionnelles, cela se fait sans observateur dans la classe tandis que dans les séances TICE²⁰, des binômes d'élèves sont observés directement, complétant ainsi ce qui est recueilli avec la caméra.

Avant de développer les exemples, nous précisons la méthodologie suivie pour nos analyses, dont nous ne montrons ici qu'un aspect, lié à la problématique précise explorée. Cette méthodologie ne s'implémente pas de la même façon dans les différents exemples, en raison des spécificités des séances. En particulier, dans les exemples 3 et 4, les élèves travaillent soit en petits groupes, soit en binômes, et on ne peut pas repérer les activités *a maxima* et *a minima* uniquement à travers l'analyse du déroulement de la séance et notamment à travers

²⁰ Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement.

l'analyse seule du discours du professeur. En outre, dans l'exemple 4, c'est la correction de l'exercice qui est analysée, suite à ce travail en petits groupes, et là encore on ne peut pas rendre compte non plus directement des activités précédentes des élèves.

1. Les différentes sous-activités attendues sur des tâches complexes

En relation avec les connaissances mathématiques en jeu et en lien avec leurs adaptations attendues (Robert 2008), nous distinguons dans les tâches complexes :

- des (sous)-activités de reconnaissance d'outils ou d'objets mathématiques à mettre en fonctionnement : ce sont les théorèmes ou propriétés concernés, supposés disponibles²¹ ou non, ou/et l'identification des modalités d'applications de ces théorèmes ou propriétés à mettre en fonctionnement. Cela peut comprendre des choix de connaissances, forcés ou non, selon les alternatives existantes²². Il y a plusieurs niveaux de disponibilité (objet, outil), selon que l'on considère la reconnaissance du fait que la connaissance doit être utilisée (comme outil) ou que c'est la définition ou une propriété, à adapter au contexte, qui est uniquement en jeu (comme objet),
- des (sous)-activités d'organisation du raisonnement global : il s'agit de repérer les différents raisonnements précis à mener, avec les étapes éventuelles et leur ordre, les reprises de questions précédentes, les interprétations²³.
- des (sous)-activités de traitement interne : il s'agit des constructions de figure, des calculs à effectuer, du travail sur les formules, simple remplacement des données par leurs valeurs ou transformations, équivalences, implications, mais aussi de l'introduction d'intermédiaires, notations ou expressions, des changements de registres ou de points de vue (imposés ou choisis) et des mélanges de cadres éventuels (imposés ou choisis)²⁴.

Cette liste devrait être complétée par des activités transversales de formulation (en particulier à l'oral) et de rédaction (pour l'écrit), non

²¹ Sans indication explicite dans l'énoncé.

²² Cela réfère aux adaptations appelées A1 (reconnaissance des modalités d'application) et A6 (choix, forcé ou non).

²³ Cela réfère aux adaptations appelées A4 (étapes et raisonnements) et A5 (utilisation de questions antérieures).

²⁴ Cela réfère aux adaptations A2, A3 (introduction d'intermédiaires, mélanges de cadres et registres, travail interne).

étudiées ici. Chacun des exemples fait ainsi l'objet d'une analyse en ces termes.

2. Méthodologie d'analyse des déroulements proprement dits

Pour apprécier les sous-activités possibles des élèves, nous repérons, en relation avec les catégories précédentes, les différentes sous-activités attendues. Elles servent de balises pour étudier les déroulements et inférer les activités possibles. D'une part, nous les identifions, et d'autre part nous les complétons, le cas échéant, par d'autres sous-activités introduites par l'enseignant.

En ce qui concerne les déroulements eux-mêmes, nous notons les formes de travail des élèves et leur nature, en complétant par des indications de durée : en effet, un travail oral collectif (recherche ou cours dialogué) ne va pas engendrer les mêmes activités qu'une recherche individuelle, par exemple ; laquelle n'aura pas les mêmes conséquences selon sa durée. Cependant cette dernière indication doit être combinée à d'autres, car une même durée peut engendrer des activités différentes selon les élèves. Les phases d'écrit collectif sont aussi signalées. Un travail oral collectif ne donne pas toujours lieu à des activités où tous les élèves s'engagent suffisamment : cela peut être appréhendé par la durée de l'épisode et par le fait que l'enseignant reprend une première réponse correcte rapidement donnée par un élève, la valide et continue, en engageant les élèves vers d'autres (sous)-activités. En revanche une recherche individuelle longue durant une séance TICE ou un travail en petits groupes peut laisser supposer que beaucoup d'élèves se sont approprié la question posée, voire ont commencé à chercher.

Un certain nombre d'interventions significatives de l'enseignant sont recherchées et associées au déroulement des sous-activités correspondantes, notamment ce qui encadre la sous-activité (début et fin) en termes d'injonctions, de questions, de réponses, d'aides, procédurales et/ou constructives, de validations et ce qui la définit en termes de commentaires et de corrections.

Tout cela permet de donner une idée des (sous)-activités attendues et des activités possibles des élèves, sous forme d'activités *a maxima*, *a minima* ou *pour tous*, en regard du déroulement organisé par l'enseignant, et permet aussi d'y associer ou non des aides de l'enseignant.

LES ANALYSES DES EXEMPLES ET LES RESULTATS

Les quatre exercices dont nous analysons des extraits ici ne sont pas nécessairement récents – mais ils nous semblent révélateurs de

proximités-en-acte qui continuent à exister et qui posent la question des activités possibles des élèves, en relation avec les ZPD correspondantes.

Les deux premiers exercices mettent en jeu le théorème de Thalès en classes de troisième. Ils sont proposés après le cours correspondant (exposition des connaissances) et les tâches ne sont ni simples ni isolées. Elles sont donc complexes selon nos critères : elles demandent des adaptations de ce théorème et mettent en jeu des mélanges avec d'autres connaissances, algébriques en l'occurrence, sur les rapports liés au théorème de Thalès. Les analyses que nous allons présenter s'appuient sur des extraits de vidéo disponibles sur un site internet (celui des Presses Universitaires de Franche Comté) associés à l'ouvrage correspondant, où se trouvent des analyses complètes des séances (Robert & al. 2012). Ces deux premiers exercices sont proposés par deux enseignants différents, le premier se passe dans une classe de troisième d'un collège favorisé et le deuxième est travaillé dans une classe de troisième d'un établissement défavorisé (type ZEP). Deux tableaux présentés en annexe permettent de montrer ensemble tous les éléments qui nous intéressent.

Les deux autres exemples mettent en jeu la notion de fonction dans des problèmes de modélisation en classes de seconde. Ils donnent à voir successivement la recherche par deux binômes d'élèves d'un exercice mettant en jeu un logiciel (Géogébra) et la correction d'un exercice géré dans la classe en petits groupes. Dans les deux cas, les tâches choisies par le professeur sont des tâches complexes. Il faut en particulier reconnaître qu'une ou des fonctions permettent de résoudre le problème qui se pose. Compte tenu des gestions de classes particulières, il est beaucoup plus difficile de décrire en toute généralité les activités des élèves mais des proximités-en-acte que nous pourrions dégager nous renseignent d'une autre façon sur les acquisitions possibles.

1. Le premier extrait : une recherche en classe en troisième dans un collège favorisé

EFG est un triangle tel que $EF=5$ $EG=7$ $FG=9$ (en cm)
 $M \in [EF]$ et on pose $EM = x$
 $N \in [EG]$ et tel que $(MN) \parallel (FG)$
 1) Exprimer EN et MN en fonction de x
 2) Calculer x pour que le périmètre du trapèze MNGF soit égal à 19,8 cm

Figure 1. – Enoncé du premier exercice en classe de troisième favorisé

Une analyse sommaire de la tâche de la première question

Après avoir tracé la figure, on reconnaît une utilisation du théorème de Thalès qu'il faut adapter en remplaçant par x la longueur EM qui intervient dans les rapports.

Une analyse succincte des sous-activités attendues et possibles

Le tableau en annexe résume les éléments permettant ces analyses. Nous le commentons en mettant en regard ce qui est attendu (en résumé) et ce qui se passe.

La première sous-activité attendue relève d'un traitement interne : il s'agit de faire une figure à partir des données - cette première étape n'est pas indiquée explicitement ; la technique de tracé n'est pas précisée, notamment pour les droites parallèles, et les données numériques n'excluent pas une construction en vraie grandeur, sauf pour le point M. Tous les élèves s'y mettent, engagés par l'enseignant (2 minutes).

Une sous-tâche (peu utile ici) est introduite, à savoir indiquer en couleurs hypothèses et conclusion (avec le piège de l'hypothèse cachée dans la dernière question). Seuls quelques élèves semblent y travailler (*a maxima*). Le professeur corrige en encadrant en couleur sur l'énoncé les deux types de phrases.

Suivent, en deux temps, des sous-activités introduites par le professeur de reconnaissance de la situation et de choix de stratégie. Des élèves identifient (activités *a maxima*) un travail géométrique au départ, malgré l'introduction nouvelle de x impliquant un travail algébrique. L'enseignant insiste sur cette nouveauté.

Entre ces deux sous-activités, l'enseignante insère une sous-tâche inutile ici, peut-être pour préparer le travail algébrique : trouver l'intervalle de variation de x . Quelques élèves s'y engagent clairement (*a maxima*?). Leur réponse est reprise très rapidement par l'enseignant, sans commentaire.

Suit la demande de reconnaissance du fait qu'il faut utiliser le théorème de Thalès dans la figure (sous une forme déjà donnée en quatrième), sachant qu'il va falloir l'utiliser en adaptant son énoncé. Le théorème n'est pas indiqué, cependant sa disponibilité ainsi supposée ne semble pas une contrainte très forte car la figure proposée est très emblématique de cette utilisation, déjà revue. Quelques élèves répondent. L'enseignante en interroge un et reprend rapidement la réponse indiquant l'utilisation du théorème de Thalès - là encore on peut supposer que ces activités sont *a maxima*. La seule trace d'aide constructive accompagnant cette sous-activité est la reprise de la réponse à la demande de justification, citant des droites parallèles à

l'appui du choix du théorème de Thalès, reprise que l'enseignant introduit par un « *évidemment* ».

Toutes ces sous-activités *a maxima* ont lieu à l'oral, sans correction écrite. L'ensemble dure 5 minutes. Ces activités de reconnaissance générale de la situation, de ce qui peut être utilisé et de recherche de stratégie – complétées par deux questions complémentaires inutiles dans la résolution strictement dite, sont provoquées immédiatement par l'enseignant (phrase de début), dans une phase d'oral collectif, où quelques élèves sont interrogés. Les activités *a maxima* qui en découlent (c'est notre appréciation) donnent lieu à une rapide validation orale du choix du théorème (phrase de fin). L'enseignant complète les réponses d'élèves (il s'agit d'une situation géométrique « *comme d'habitude, mais M et x variables* », puis on utilise le théorème « *car il y a des droites parallèles* »). Ces activités précises de certains élèves ne sont pas reprises. Il n'y a pas d'aide constructive sur cette extension de l'utilisation du théorème. Il n'y a pas d'activités *a minima* à la suite, il n'y aura pas d'autres corrections. L'enseignant continue la résolution en intégrant ce qui vient d'être proposé à l'oral. Autrement dit, pour les élèves qui ne se sont pas engagés dans les activités *a maxima* précédentes, se pose la question de leur travail de reconnaissance.

En revanche, tout ce qui suit relève de traitements internes, très découpés, cherchés d'abord et corrigés au tableau. Il semble ainsi qu'il y ait à partir de ce moment-là des sous-activités *pour tous*.

Après une recherche individuelle (1 minute 25 secondes), l'écriture du théorème est d'abord corrigée au tableau (par un élève), avec une rapide phrase justificative et en gardant l'écriture littérale des longueurs de segments dans les rapports (2 minutes 10 secondes). Une petite recherche de tous (40 secondes) débute la deuxième sous-activité de traitement interne, qui consiste à remplacer ces longueurs par les données et qui est corrigée au tableau par un élève (2 minutes 40 secondes). Cette sous-activité se place dans le cadre algébrique, avec une transformation algébrique sur des quotients qui font intervenir des nombres et des lettres, ceci deux fois de suite, de manière indépendante. Là encore les calculs sur les fractions en jeu sont familiers aux élèves.

Ainsi les activités d'applications immédiates, ou avec des transformations internes, sont proposées en recherche individuelle, avec un certain temps (au début pour la construction de la figure, suivant le balisage de l'exercice pour le traitement interne associé à l'utilisation du théorème de Thalès). Ces activités *pour tous* sont provoquées par une phrase de l'enseignant. Elles sont corrigées au tableau au fur et à mesure, sous le contrôle strict de l'enseignant. Ce

dernier introduit même une étape dans le traitement interne, en faisant d'abord corriger l'écriture du théorème puis, après une nouvelle petite recherche, en faisant corriger le seul traitement algébrique.

Les commentaires sur les activités de traitement interne sont procéduraux, précédant la sous-activité, comme si l'enseignant voulait absolument que tous les élèves s'y engagent. Un seul commentaire constructif est donné, avant le travail correspondant des élèves, renforçant le point visiblement important pour l'enseignant : « *Donc la nouveauté c'est que justement il faut qu'on fasse un calcul en traînant entre guillemets x* ».

Le travail sur cet exercice participe ainsi de l'apprentissage d'une utilisation non immédiate du théorème de Thalès, dans une tâche comprenant plusieurs adaptations, notamment le mélange des cadres algébrique et géométrique dont l'enseignant indique que c'est la première fois qu'il est demandé aux élèves dans ce contexte. On peut évoquer un travail sur la disponibilité « objet » de ce théorème.

On constate que les élèves développent pour certains des sous-activités *a maxima*, qui ne sont pas reprises, même réduites, et font tous les autres sous-activités. Il n'y a pas de sous-activités *a minima* : une fois identifiés par certains le raisonnement et la stratégie, tous les élèves sont engagés dans la suite – le traitement interne, comme s'ils avaient adopté d'emblée les résultats des activités *a maxima* précédentes. Cependant, toutes les activités sont introduites par l'enseignant, rapidement, au fur et à mesure : toute la complexité correspondante à la globalité de la tâche n'est pas laissée aux élèves.

Proximités-en-acte et cohérence de l'enseignante, confirmées par elle-même

Pourquoi ces choix ? Interrogée sur ses habitudes de déroulement, cette enseignante a confirmé que ce mode de gestion est habituel, et elle a expliqué qu'elle veut notamment que tous les élèves aient rapidement quelque chose à faire ainsi que des traces correctes dans leur cahier (correction modèle) – et qu'elle accorde beaucoup d'importance au calcul algébrique dans ce contexte géométrique (et la référence au brevet le renforce).

L'enseignante concernée, dont nous avons étudié beaucoup de séances au début des années 2000, a développé des logiques d'action que l'on peut déduire de nos analyses de séances et d'un entretien sur ses pratiques, à propos d'une séance filmée (Robert 2007).

En géométrie, comme on l'a vu, elle propose aux élèves des tâches complexes assez rapidement après le cours sur la notion. Mais elle ne laisse jamais chercher d'emblée, ni plus de cinq minutes, ni en petits groupes, redoutant de perdre la main et aussi de faire perdre leur

temps aux élèves qui ne démarrent pas, comme elle l'a explicité après la séance. Elle organise délibérément une recherche collective rapide, orale, en amont du travail individuel des élèves, n'hésitant pas à découper les tâches en sous-tâches explicites au bout d'un certain temps, ce qui l'entraîne à réduire, pour certains, s'il y a lieu, les tâches complexes. Les proximités-en-acte repérables au début tiennent à des propositions de sous-tâches habituelles, même artificielles, comme le repérage des hypothèses ou le domaine de x , et au fait de ne pas laisser certains élèves s'éloigner du travail, quitte à ne pas reprendre avec eux certaines sous-activités, liées à l'organisation du raisonnement. Mais il n'y a pas de discours sur une méthode éventuelle pour démarrer, qui pourraient ainsi contribuer à développer une disponibilité « outil » chez davantage d'élèves. Les corrections écrites au tableau, qui portent essentiellement sur les traitements internes, sont des modèles, qui, et elle le répète, montrent ce qu'il faut produire, et sur lesquels elle compte pour que les élèves plus lents se rattrapent (autre forme de proximité-en-acte « différée ») ; elle insiste aussi beaucoup sur les formats de rédaction à respecter, ne reculant pas devant l'évocation des futurs contrôles pour motiver l'écoute des élèves. Tout se passe comme si l'enseignant « rapprochait » tous les élèves d'une certaine disponibilité du caractère objet des notions (théorème de Thalès, grâce à des arguments à la fois externes (évaluation) et internes en les laissant développer et en corrigeant leurs activités de traitement. En revanche la disponibilité outil de ces mêmes notions, qu'on peut supposer associée à des activités de reconnaissance et d'organisation, serait seulement réservée à une partie des élèves, plus rapides, avec des sous-activités *a maxima* non reprises.

On retrouve que ces choix ne dépendent pas seulement des stricts objectifs d'apprentissage – ce serait d'ailleurs bien difficile à définir compte tenu de l'hétérogénéité des classes. Ils traduisent aussi la prise en compte des déterminants liés au métier : des contraintes de programme qui rendent certains exercices incontournables, des habitudes de gestion qui deviennent des appuis pour l'enseignante, la nécessité de faire travailler ensemble des élèves rapides et d'autres qui le sont moins, des élèves qui travaillent chez eux et d'autres qui travaillent surtout en classe, engendrant les proximités-en-acte esquissées ci-dessus. Tout cela s'élabore à moyen terme, et assure la récurrence des réalisations à chaque séance, à court terme.

2. Le deuxième extrait : une recherche en collège ZEP (zone d'éducation prioritaire), toujours en classe de troisième

Voici l'énoncé de l'exercice, dont nous ne présentons que le début de la résolution. Comme pour l'extrait 1, un tableau est en annexe.

Le point B appartient au segment [AC], le point D au segment [AE] et les droites (BD) et (CE) sont parallèles. Les longueurs sont exprimées en centimètres.

On donne $AB=x$; $BC=4,5$; $CE=8$ et $BD=5$. Calculer x .

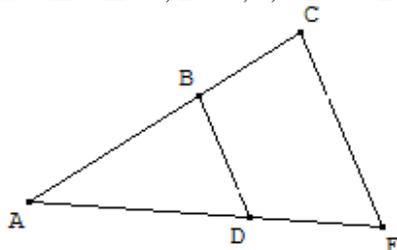


Figure 2. – Énoncé du second exercice en classe de troisième ZEP

La figure est donnée avec l'énoncé.

Une analyse sommaire du début de la tâche

Après avoir reconnu l'utilisation du théorème de Thalès, il faut l'adapter au contexte de l'exercice en remplaçant la longueur AC par $x + 4,5$ puis, dans la partie que nous n'étudions pas ici, résoudre une équation « quotient » qui se ramène à une équation du premier degré.

Une analyse succincte des sous-activités des élèves (pour le début de l'exercice)

La première sous-activité attendue est, comme dans le premier extrait, une activité de reconnaissance et d'organisation du raisonnement (passer de la géométrie à l'algèbre) : il s'agit de reconnaître que le point de départ est géométrique et qu'il faut utiliser le théorème de Thalès dans la figure, en adaptant l'énoncé (donné là aussi en classe de quatrième). Il faut en effet, dans les rapports, remplacer la longueur AC par l'expression $4,5 + x$, ce qui constitue un calcul intermédiaire et une étape, tandis qu'il faut remplacer les autres longueurs par les données numériques.

Le théorème n'est pas indiqué, cependant comme dans le premier extrait sa disponibilité ne semble pas une contrainte très forte, la figure proposée étant familière et le théorème ayant déjà été revu dans la classe. Notons toutefois que le cours actuel porte sur la résolution des équations « quotients » et donc que, contrairement au contexte du premier extrait, l'exercice ne se situe pas dans la directe continuité du cours sur le théorème de Thalès. Ce travail peut contribuer à installer une disponibilité « outil » du théorème de

Thalès. Cet aspect ne sera pas dégagé par l'enseignant, vu la place que prendra le traitement interne.

Dans cet extrait, l'enseignant organise essentiellement une recherche individuelle (12 minutes), qu'il ponctue de moments collectifs, improvisés. Cela lui permet de mettre au point l'avancée du travail, avec des corrections partielles – la tâche reste complexe, tellement qu'on note un allongement des durées de chaque sous-activité par rapport au déroulement précédent (premier exercice). Toutes les sous-activités sont permises *pour tous*, mais pour beaucoup d'élèves, il faut attendre l'intervention procédurale explicite de l'enseignant pour s'y lancer, ou pour passer à la suite, même si quelques-uns vont plus vite. Il y a peu de réflexion globale, d'ordre stratégique, l'hétérogénéité des avancées des élèves y contribuant.

Ainsi les activités *a minima* permises par les interventions de l'enseignant semblent encore « trop loin » pour certains de ce qu'ils peuvent aborder. Même si on peut se demander quel effet ont des sous-activités si peu réussies, il faut souligner que les élèves ont tout de même cherché avant que l'enseignant intervienne. Il reste que l'expression de la longueur AC ($x + 4,5$) n'est pas possible, au moins pour une grande partie des élèves, sans l'aide de l'enseignant. On peut remarquer à ce sujet que l'enseignant introduit cette intervention sur AC par « *qu'est-ce qui est compliqué ?* », après un travail infructueux des élèves. L'enseignante précédente avait dit, avant le travail correspondant des élèves, « *Qu'est-ce qui est nouveau ? Quelle est la seule nouveauté ?* ». Ainsi l'enseignant de ZEP s'appuie sur une difficulté ressentie pour aider à la surmonter, mais de manière contextualisée, sans généralisation, en reprenant une valeur numérique d'abord pour x et en faisant jouer l'analogie, alors que l'autre enseignante anticipe un peu, comme pour préparer les élèves à ne pas être désarçonnés par l'introduction de x , avec une certaine portée générale dans son propos. Aide procédurale peu constructive dans le premier cas, mais efficace vu l'intérêt des élèves ? Aide constructive mais très précoce, avant même que les élèves aient rencontré le problème, dans le deuxième cas ? Les activités de transformations internes ultérieures à l'obtention de AC vont ensuite se développer plus facilement et c'est ainsi la disponibilité « objet » du théorème de Thalès qui sera le plus travaillée.

On trouve dans cette classe des proximités-en-acte adaptées aux élèves, révélant la cohérence des pratiques de cet enseignant : il y a une grande part d'encouragements tous azimuts, beaucoup de temps laissé, la reprise et la mise en discussion de tout ce qui est proposé par les élèves. Cependant, au final, il y a peu de réflexion globale sur la stratégie précise et surtout des aides procédurales qui ne permettent le

développement d'activités *a minima* efficaces que sur une partie du traitement interne inclus dans la tâche complexe, assez tardivement. La question de faire accéder davantage tous les élèves à toutes les sous-activités nécessaires à la résolution de la tâche complexe reste ouverte. Peut-être y a-t-il lieu de prendre en compte différents niveaux d'activités d'élèves, imbriqués, pas seulement locaux (au niveau de la classe) pour apprécier ce qui relève de postures globales vis-à-vis du savoir et ce qui peut relever des pratiques quotidiennes de l'enseignant, susceptibles de faire bouger ces postures (cf. Robert & al. Partie 3, Chapitre 3, 2012)

3. Le troisième extrait : une recherche par binômes sur Géogébra

Dans cet exemple, nous nous intéressons à une séance TICE au niveau seconde, afin de faire travailler chez les élèves la disponibilité de la notion de fonction, comme « outil » dans un problème de modélisation. Les élèves ont déjà étudié les fonctions, notamment sous leurs aspects objets. Dans cette séance, ils sont amenés à utiliser le logiciel Géogébra avec lequel ils sont familiers. La tâche porte sur la figure ci-dessous, qui est fournie aux élèves avec des questions sur une fiche élève distribuée par l'enseignant. Deux binômes sont particulièrement observés, un binôme faible Aurélien et Arnaud et un binôme d'élèves plus fortes Lolita et Fara.

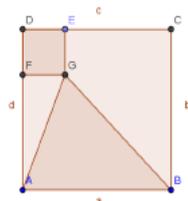


Figure 3. – Figure Géogébra correspondante à l'extrait 3

Une analyse sommaire de la tâche complexe

La tâche complexe est de déterminer la position du point E sur le segment [DC] afin que la mesure des deux surfaces DEFG et GBA soit minimale. La tâche est divisée en trois sous-tâches, déclinées chacune en questions de la fiche élève : reconstituer la figure sur Géogébra avec des positions et des cotes données (en particulier A à l'origine du repère de Géogébra et $AB=4$), conjecturer grâce à la figure dynamique la position du point E répondant à la question (et conforter la conjecture à l'aide du logiciel) et enfin démontrer algébriquement le résultat. L'analyse est développée dans Vandebrouck (2011).

C'est dans la troisième sous-tâche qu'il s'agit d'introduire explicitement une fonction, en l'occurrence la fonction somme des aires $DEFG + GBA$, dépendant de la variable indépendante $DE=x$, introduite explicitement dans la fiche. Il faut que les élèves déterminent son expression algébrique, reconnaissent la forme d'une fonction du second degré avec un minimum, mobilisent les outils adéquats en classe de seconde pour le trouver et reviennent au cadre géométrique pour conclure.

L'analyse des sous-activités des deux binômes d'élèves

On comprend que l'activité des élèves n'est pas la même en séance machine que si la tâche complexe avait été traitée en séance traditionnelle. En effet, mis à part si l'enseignant avait utilisé un vidéoprojecteur branché sur un ordinateur (ou un tableau blanc interactif), les élèves n'auraient pas eu accès à une figure dynamique et à la possibilité de conjecturer le résultat avant de le démontrer. En ce sens le potentiel d'activité possible à partir de la tâche complexe est augmenté, donnant peut-être plus de sens à la globalité de la tâche pour les élèves et favorisant peut-être ainsi la disponibilité « outil » de la notion de fonction (Gueudet & Vandebrouck 2011).

Durant la séance, il y a très peu d'interventions collectives de l'enseignant sauf au début de la séance afin de mettre en activité les élèves et à l'approche de la fin de la séance afin de faire une synthèse de l'activité des élèves. *A contrario*, l'enseignant apporte beaucoup d'aides individuelles aux binômes d'élèves, surtout à ceux qui le sollicitent.

Le binôme faible Aurélien et Arnaud passe beaucoup de temps pour construire la figure sous Géogébra et la termine avec l'aide de l'enseignant (après 30 minutes). Les élèves ont ensuite des difficultés pour faire la conjecture du minimum mais y arrivent, encore avec l'aide de l'enseignant, en observant les variations numériques de la somme des aires dans la fenêtre algèbre de GéoGébra. Les élèves passent ensuite directement à la démonstration algébrique et sont très vite en difficulté pour exprimer les aires en fonction de x . L'introduction de la variable x dans l'énoncé de la fiche élève reste en fait très artificielle pour eux. L'un des deux élèves pense que « dépendre de x » signifie qu'il faut rajouter x après les valeurs numériques. Les interactions entre les deux élèves et les rétroactions du logiciel, même si elles entretiennent leurs réflexions, ne leur permettent pas de trouver la bonne formule algébrique pour l'aire du triangle.

C'est le professeur qui vient les aider une nouvelle fois mais les élèves n'ont plus assez de temps pour accéder à la formule algébrique.

La fin de la séance approchant, le professeur passe au tableau pour expliquer la mise sous forme canonique de l'expression algébrique. Les élèves recopient. Même s'ils ont eu du temps de travail, ils n'ont pas du tout eu d'activité sur la sous-tâche corrigée par l'enseignant au tableau.

L'autre exemple concerne les élèves Lolita et Fara, de bonnes élèves. Bien des difficultés observées au moment du passage à l'algèbre chez le binôme faible n'existent plus. Cependant, de nouvelles difficultés apparaissent, plus fines. Les élèves ont tout d'abord bien réalisé leur figure, bien expérimenté numériquement la covariation et bien conjecturé numériquement la valeur du minimum. Elles ne comprennent pas l'une des questions de l'énoncé « *Quelle fonctionnalité du logiciel peut-on utiliser pour conforter cette conjecture ?* » et elles appellent le professeur. L'objet de la question du professeur est de faire utiliser la fonctionnalité de trace sur GéoGébra puis faire émerger par ce biais le concept de fonction comme outil pour prouver le résultat conjecturé numériquement.

« Trouvez-moi quelque chose qu'on a déjà utilisé dans le cours, ou... je sais pas, qui fait apparaître un minimum... Parce que là ce que vous m'expliquez vous, vous avez déplacé votre curseur, vous avez regardé / s / s la somme et puis manuellement vous avez vu tiens c'est minimum à 7, OK... »

Finalement l'intervention du professeur se situe au niveau procédural. Le professeur donne les instructions aux élèves afin de construire un point M d'abscisse DE et d'ordonnée la mesure des deux aires. Mais lorsque, en déplaçant E, la trace de M apparaît à l'écran, les élèves mettent spontanément en relation la forme de cette trace avec les variations numériques et elles confirment leur conjecture graphiquement. Cependant, elles ont des difficultés à reconnaître ici la représentation graphique de la fonction qu'elles manipulent déjà numériquement. A l'occasion du tracé (aidé par l'enseignant), les élèves relèvent que « *ce n'est pas une courbe* » « *les minimums et les maximums, on a vu quand on a fait les courbes ... Donc excuse moi mais...* ». En outre, si l'exploration numérique n'était pas acceptée par Lolita et Fara comme une preuve mathématique pour la valeur du minimum, l'exploration graphique de la trace semble par contre bien acceptée. Les élèves travaillent alors volontiers dans la partie algébrique mais leur travail est déconnecté des conjectures numériques et graphiques. Elles n'en comprennent pas l'enjeu. Elles obtiennent l'expression algébrique cherchée mais n'arrivent pas à l'exploiter pour retrouver le minimum. Elles bénéficient alors de l'aide de l'enseignant au tableau pour mettre l'expression sous forme canonique et l'interpréter. Le lien n'est cependant pas fait avec les

valeurs numériques conjecturées, qui pourraient guider la mise sous forme canonique, ni avec la représentation graphique qu'elles avaient tracée. Pour ces élèves, la démarche algébrique reste donc artificielle par rapport à tout leur travail en amont, de conjecture et de représentation graphique de la courbe via la trace de M.

Quelles activités, quelles proximités-en-acte, quelle cohérence ?

Une telle séance s'avère trop riche et trop ambitieuse à traiter en une heure avec les élèves. Il y a en outre une grande hétérogénéité entre les binômes. Le cadrage de l'activité potentielle des élèves par la structuration en trois sous-tâches explicitées par l'énoncé est une façon pour l'enseignant de minimiser cette hétérogénéité et permet de gagner du temps sur cette tâche (très) complexe. Cependant, ce cadrage jalonne les activités des élèves de sorte qu'aucun ne peut développer d'activités *a maxima* sur la tâche dans sa globalité. Les activités de reconnaissance d'outils et d'objets mathématiques à mettre en fonctionnement ainsi que les activités d'organisation du raisonnement global sont prises en charge par l'énoncé proposé aux élèves. Par exemple, le choix du paramètre générique $AB = 4$ est imposé aux élèves alors que le résultat (E est au quart de [DC]) ne dépend pas de AB. Cela n'est pas réinterrogé à la fin du problème, faute de temps. Les choix de construction (A à l'origine, ordre des sommets lié à la figure de l'énoncé) sont autant de paramètres qui ne sont pas à la charge des élèves mais qui participent pourtant du processus de modélisation. Surtout, l'introduction de la variable x , emblématique du passage au cadre fonctionnel, est suggérée par l'énoncé, ce qui ne favorise pas la disponibilité « outil » de la fonction. De fait, la fonction sous sa forme algébrique est traitée comme un objet par les élèves.

Au final, du côté du binôme faible, les difficultés algébriques et leur méconnaissance de ce qu'est une fonction comme « objet » ne permettent pas d'approcher la connaissance visée, la fonction comme « outil » de résolution du problème. Il semble qu'il n'y a même pas de possibilité d'organiser une quelconque proximité-en-acte de la part du professeur. Du côté du binôme fort, l'activité algébrique, même si elle est bien menée, n'est pas rapprochée par le professeur des activités de conjecture et de représentation graphique. La proximité-en-acte organisée au tableau porte sur la mise sous forme canonique. Il s'agit d'une aide procédurale à destination d'un maximum de binômes qui sont bloqués à cette étape. Pour le binôme fort, la proximité effective qui pourrait les aider à relier leur conjecture, leur graphe et l'expression algébrique n'est ainsi pas présente.

En fait, la contrainte de mener une séance TICE en une heure oblige l'enseignante à effectuer un tel découpage en trois sous tâches. C'est un découpage qu'elle a réalisé en accord avec les chercheurs et qui correspond à sa pratique habituelle lorsqu'elle met en œuvre des séances TICE. Cela lui permet de minimiser l'hétérogénéité des binômes en balisant un parcours via la fiche élèves. L'introduction dans l'énoncé de la variable x peut être vue comme un proximité-en-acte afin qu'un maximum d'élève s'engage plus facilement et de façon plus autonome dans le travail algébrique. L'idée de l'enseignante est que le parcours passant par la conjecture sur la figure, la représentation de la trace du point M avant d'entrer dans la démarche algébrique doit permettre aux élèves de combler le déficit d'activité lié à l'introduction par l'énoncé de la variable indépendante x . Dans les faits, avec le binôme fort, on voit que c'est insuffisant et qu'une aide constructive supplémentaire de l'enseignante serait nécessaire. Mais comme elle ne serait profitable vraisemblablement qu'à ces élèves-là, elle n'est pas organisée. On saisit toute la complexité d'organiser des proximités-en-acte lors de telles séances.

4. Un quatrième extrait : une correction après une recherche en petits groupes

Il s'agit cette fois d'un exercice cherché en classe de seconde en 2013 dans une classe d'un lycée favorisé. Pendant une heure les élèves cherchent en petits groupes, puis l'enseignant fait un bilan (filmé). C'est à cette phase de correction que nous nous intéressons. Voici l'énoncé de l'exercice.

Sur l'autoroute, une voiture se trouve juste derrière un camion au moment où elle décide de s'arrêter sur une aire de repos. Le conducteur prend une pause de 10 minutes puis repart et règle son régulateur de vitesse sur 110 km/h. Le camion, quant à lui, roule à une vitesse constante de 90 km/h tout au long de son trajet. Au bout de combien de temps (et de combien de kilomètres) la voiture rattrapera-t-elle le camion ?

Figure 4. – Énoncé de l'exercice pour le troisième extrait

Une analyse a priori de la tâche

On admet que la voiture roule tout de suite à la vitesse 110 km/h et que les vitesses restent vraiment constantes. Il y a en fait plusieurs démarches possibles pour les élèves et une seule met réellement en jeu les fonctions comme outils. Il se trouve que toutes les autres méthodes sont beaucoup plus faciles. Les élèves peuvent donc faire un choix (en

ce qui concerne la reconnaissance des connaissances à mettre en fonctionnement) si plusieurs de ces méthodes leurs sont disponibles mais ils peuvent simplement s'engager sur la méthode la plus proche de leurs connaissances déjà-là.

Nous détaillons ces méthodes, en partant des plus simples jusqu'à la plus experte – au sens où c'est elle qui se généraliserait le mieux dans d'autres contextes, avec d'autres variables didactiques.

a) une première méthode est la recherche numérique des distances parcourues (indépendamment) par les deux véhicules en fonction du temps, avec des comparaisons (point de vue du dépassement du camion par la voiture). Lorsque la distance parcourue par la voiture dépasse celle du camion, à un moment donné, et à partir de la même origine des distances, cela signifie qu'il y a eu dépassement du camion par la voiture. Les élèves qui raisonnent ainsi peuvent en déduire un encadrement du temps recherché avec les distances correspondantes. Cette méthode peut s'organiser de différentes façons. On peut utiliser ou non un tableur et, par exemple, calculer les distances parcourues toutes les 10 minutes, après la minute 10.

Les connaissances mises en fonctionnement ne relèvent pas de la classe de seconde : il s'agit essentiellement de calculs de distances quand on a les vitesses (application de la formule avec comme seule adaptation la conversion de km/h en km/minute), des comparaisons et des encadrements. Un tableur suffit sans qu'aucune autre connaissance ne soit mise en fonctionnement. Il n'y a que du traitement interne. Implicitement, il y a le théorème des valeurs intermédiaires, hors programme, d'autant plus implicite que la valeur cherchée est exacte.

b) Une deuxième méthode est encore purement numérique. Elle relève d'un point de vue « poursuite », comme dans le paradoxe de Zénon dans le champ de l'Analyse. Quand la voiture démarre, elle parcourt les 15 km d'avance du camion, ceci en 8,18... minutes car elle roule à 110 km en 60 minutes. Pendant ce même temps, le camion a avancé, d'une distance égale à 12,27 km. Cette méthode met en jeu de la proportionnalité. Les activités correspondantes relèvent de la reconnaissance d'une situation de proportionnalité comme outil, sans adaptations. Il n'y a plus non plus vraiment d'étape de raisonnement, seulement du traitement interne. Il y a cependant implicitement des connaissances hors programme sur la convergence de suites numériques. Le processus ne s'arrête pas *a priori* et l'élève doit décider d'arrêter à un certain degré de précision.

c) Une troisième méthode, toujours numérique, relève d'un point de vue de rattrapage par annulation de la différence de distance. Les deux véhicules ont 15 km d'écart et des vitesses constantes. La

différence entre les deux vitesses est de 20 km/h. Tout se passe comme si le camion était immobile et si la voiture avançait à 20 km/h. On se place en fait dans le référentiel du camion. Pour rattraper 15 km, il faut que la voiture roule pendant 45 minutes.

d) Une quatrième méthode numérique est enfin plus complexe et relève cette fois d'une modélisation mathématique dans le cadre graphique : les élèves doivent en effet se poser la question de modéliser par des droites. Il y a reconnaissance et adaptations de deux situations de proportionnalité ainsi qu'une étape.

Les connaissances mises en fonctionnement relèvent donc essentiellement d'adaptation de la proportionnalité et les fonctions ne sont pas explicitement présentes ; mais il y a des reconnaissances d'outils mathématiques à utiliser (les droites), des choix (les origines), des adaptations (liées aux changements de registre numérique / graphique) et une étape : on modélise dans un premier temps les distances parcourues par les deux véhicules avec des demi-droites, puis dans un second temps on fait une lecture graphique de l'intersection des demi-droites. Cette méthode peut s'articuler avec la première méthode mais on doit s'interroger sur le fait qu'on a des droites.

e) Une cinquième méthode met cette fois directement en jeu les fonctions – connaissance visée par l'enseignant - avec une traduction du problème dans le cadre algébrique. Les élèves modélisent le problème en donnant les positions ou les distances parcourues du camion et de la voiture en fonction du temps.

Cette méthode, quelle que soit sa mise en œuvre, met en fonctionnement l'établissement des formules algébriques donnant des distances en fonction du temps, connaissant des vitesses, avec des choix de repères difficiles, puis une résolution d'équation algébrique. Les activités correspondantes sont des activités de reconnaissance des formules à utiliser, d'organisation du raisonnement (une étape comme dans la quatrième méthode) et de traitement interne (calculs intermédiaires, adaptations des formules, résolution d'une équation...).

Les propriétés des objets mathématiques utilisés n'ont pas d'interprétation physique, ce qui peut expliquer la difficulté de cette modélisation algébrique. Il y a aussi des changements de point de vue difficiles, d'une part entre distances et positions, mais aussi entre temps et durée, au moment du passage des fonctions $C(t)$ et $V(t)$ à la résolution de $C(t) = V(t)$ où l'on cherche une durée.

Déroulement de la correction (chronique)

Le professeur commence par donner des généralités sur ce type de situation (poursuite) dont un exemple a déjà été rencontré. Il enclenche le travail des élèves avec un rappel : il dit qu'on a affaire à un problème de variations, de distances en fonctions de temps, espérant susciter un travail avec des fonctions. Il reprend des données du problème, évoque dès le début les problèmes de méthodes. Il fait à la fin un bilan de satisfaction (seule ombre : les élèves ne sont pas assez rapides pour rédiger...). Puis il corrige en deux phases, une synthèse des travaux de groupes et un bilan.

Pour ce problème, il est *a priori* difficile de savoir ce qui doit être institutionnalisé : on peut le résoudre sans utiliser de mathématiques (avec le tableur notamment et c'est nettement le plus facile) ou en cherchant à introduire les fonctions qui donnent les distances parcourues par chaque véhicule en fonction du temps. Dans ce dernier cas, plusieurs difficultés guettent les élèves : le choix d'origine (origine de temps mais aussi origine d'espace), l'établissement de la fonction pour la distance parcourue par la voiture, l'interprétation du problème en terme de résolution d'équation (qui impose le choix d'origines communes). Ce qui est délicat pour le professeur est que toutes les méthodes présentées plus haut sont présentes dans la classe mais que chaque groupe n'en a suivie qu'une.

Le professeur va alors choisir de présenter deux de ces méthodes – successivement la première solution en utilisant un tableur puis la solution algébrique attendue (fonctions). Le tableur permet d'introduire l'idée d'encadrement et de graphe, ce qui amène à se poser *a posteriori* la question des fonctions représentant la distance en fonction du temps. La présentation de la résolution algébrique amène aussi au tracé des courbes, ce qui permet de la relier à la première solution.

Le professeur reprend, en citant ce que tout le monde a fait (conversion de la vitesse en km/minute, approchée ou non pour la voiture, calcul des distances). D'une certaine manière il y a là une forme de proximité-en-acte, contribuant à une certaine reprise d'une homogénéité pour la classe. Mais cela n'est pas nécessairement très utile sur le plan cognitif. Il valide ensuite la réflexion d'un élève : c'est le fait que les vitesses sont constantes qui autorise l'écriture fonctionnelle (pas de paliers). Puis il fait reprendre à partir du travail d'un groupe, le tableur : tous les élèves doivent reprendre et compléter (jusqu'à 60 pour le temps) – de 10 en 10 ou même de 5 en 5. Le professeur insiste sur le fait qu'il y a différentes méthodes pour faire ça, et sur le fait que le groupe au tableau a utilisé une méthode additive – le double de temps associé au double de distance (basée sur

la linéarité de la proportionnalité) - alors que souvent on utilise une méthode multiplicative 1,8 fois... (basée aussi sur la proportionnalité, mais écrite *a fois x*). Il légitime le fait de ne pas passer aux fonctions : « *ce n'est pas grave car le passage à l'algébrique est difficile...* ». Tout se passe comme si l'enseignant essayait, à partir des activités *a maxima* du groupe ayant choisi la méthode, de faire développer des activités *a minima* pour tous les autres élèves sur cette démarche.

Ensuite il corrige (quand même) la démarche fonctionnelle (avec la question : « *comment faire sans tableur ni graphique ?* »). Le calcul à partir de la résolution de l'équation obtenue en égalant les deux expressions algébriques des distances en fonction du temps est mené jusqu'au bout. L'enseignant insiste beaucoup sur la difficulté technique de ce calcul, à cause de la fraction et de la réduction nécessaire au même dénominateur. Il reprend pas à pas la résolution de l'équation, avec des aides procédurales (le fait d'isoler $x...$) et constructives (le statut des nombres...) etc... Là encore tout se passe comme si l'association des élèves à la correction détaillée, lente, leur permettait de développer des activités *a minima* mais cette fois-ci seulement sur la partie « traitement interne », ne reprenant pas la globalité de la tâche complexe (laissant de côté reconnaissance et organisation).

L'enseignant se doit de reconnaître le travail de chaque groupe. Du coup, pendant la correction, il ordonne les prises de parole, de manière à reprendre les derniers qui ont parlé et à continuer sur la piste fonctions. Mais il ne peut pas « forcer » les élèves à cette démarche, déclarée plus difficile, ce qui réduit la portée de son bilan, qui finalement ne porte que sur les aspects techniques de la résolution attendue. Tout se passe comme si il y avait là un prétexte à faire revoir aux élèves ce type de calcul algébrique, presque indépendamment du problème initial.

Quelles cohérences sont en jeu ?

Dans une autre recherche, nous avons dégagé des éléments de logique d'action de cet enseignant, au collège. Même s'il est au lycée, on peut réfléchir à ce qui est constaté en relation avec ces éléments.

Par exemple, on retrouve le fait qu'il ne se restreint pas à proposer des tâches simples et isolées (applications immédiates) – les élèves ont à utiliser des adaptations de leurs connaissances, et même plusieurs adaptations à la suite, avec des connaissances anciennes, supposées disponibles (non indiquées), et d'autres en cours d'acquisition. Cela s'accompagnait au collège de moments de recherche initiale toujours assez longs (une dizaine de minutes en classe, où à la maison...). Du coup, c'était aussi par la réflexion régulière, collective, sur une

stratégie pour chercher le problème après une première recherche individuelle des élèves et avant qu'ils se lancent « *dans les calculs* », avec une explicitation des méthodes.

Mais dans le cas du camion en seconde, la pluralité des stratégies affaiblit cette forme de proximité-en-acte « cognitive » que nous associons à un souci de faire réussir beaucoup d'élèves, en leur donnant des indications toujours analogues de méthodes. En effet ici rien ne peut être dit sur les raisons de tel ou tel choix, alors qu'au collège on peut dire, par exemple, que dès qu'on connaît toutes les mesures des côtés d'un triangle on peut se demander s'il est ou non rectangle. Ainsi la recherche de ce problème, même si elle dure une heure, peut ne pas servir à renforcer une connaissance mathématique visée précise, notamment pour ceux qui ont choisi le tableur dont il est visible que c'est la méthode la plus simple

Voici une réaction à chaud de cet enseignant qui renforce ce qui vient d'être écrit : « *Le retour sur investissement (côté élève) paraît encore difficile à mesurer dans les activités testées cette année. Par contre les scénarii profs deviennent très difficiles à construire avec toutes ces contraintes et je manque de temps pour faire des vrais bilans a posteriori (travail d'urgence vraiment pénible...)* »

On peut aussi remarquer qu'*a contrario*, cet enseignant « ne dit pas tout » : au collège il n'explicité pas les changements de points de vue (entre points alignés, angle plat, angles droits, droites perpendiculaires et triangles rectangles, Chappet-Paries & Robert 2011) ; au lycée, il n'intervient pas sur le problème du choix de repère lorsqu'on modélise les parcours avec des fonctions, qui pourrait faire intervenir différents points de vue. Dans les deux cas, on peut se demander, en caricaturant un peu, si la mise en actes prioritaire, très stabilisée, de proximités avec le travail des élèves ne faisait pas passer au second plan des éléments très naturalisés de ses pratiques mathématiques, qu'il finit par ne plus voir ni chercher, dans la mesure où cela pourrait brouiller les pistes pour certains (trop loin, ou trop évident... selon les élèves).

Y aurait-il dans le cas de ce type de travail en seconde d'autres formes de cohérence et de proximités-en-acte à mettre au point ?

5. Un bilan, une discussion

Finalement, on arrive au constat clinique suivant : sur une tâche complexe (comportant diverses adaptations de diverses connaissances), travaillée en classe, tous les types de sous-activités à développer, afférents à la complexité, peuvent ne pas être réalisés de la même manière par les élèves compte tenu des déroulements organisés par l'enseignant. Certaines sont investies par tous les élèves

alors que d'autres restent le fait de certains élèves seulement (activités *a maxima*) objet ou non de correction écrite, reprises ou non par tous avec une réduction (*a minima*). Ainsi, pour une tâche complexe donnée, selon les déroulements, le temps laissé, le fait que c'est dans un moment d'oral collectif, les sous-activités associées à des reconnaissances de connaissances à utiliser ou à l'organisation des raisonnements peuvent être réalisées seulement *a maxima*, pas par tous les élèves, alors que celles associées à des traitements internes (applications de formules ou de théorèmes, calculs, mises en jeu d'un changement de cadres indiqué, etc.) sont davantage travaillées par tous et corrigées au tableau (écrites). Certains élèves seraient « privés » des sous-activités sans calcul, sans nécessairement d'aides explicites à ce sujet, comme si ce travail était facultatif, réservé.

Ces élèves, peut-être toujours les mêmes au long de l'année, sont ainsi privés de l'ensemble des sous-activités associées à la globalité de la tâche complexe. Mais il y a une autre cause de ces différences entre sous-activités d'élèves révélée dans l'exemple du camion : c'est la dispersion des (bonnes) démarches mises en œuvre dans une situation ouverte qui peut empêcher l'ensemble des élèves de s'approprier les connaissances visées à partir de la seule correction de l'enseignant, trop éloignée de ce qui a pu être fait par certains.

S'inspirant du modèle de la ZPD, on peut traduire ce qui précède en termes de proximité pour les élèves. Ainsi est-il possible que les activités *a maxima* non investies dans un premier temps par certains élèves, puis abandonnées ou au contraire reprécisées pour devenir des activités *a minima*, soient associées à des connaissances nouvelles à utiliser qui ne seraient pas assez « proches » de celles de ces élèves pour contribuer à leur acquisition. Le fait d'être corrigées, ou d'être développées dans des activités *a minima*, réduites, bénéficiant d'une forme d'aide de l'enseignant, permettrait à ces connaissances nouvelles d'être tout de même « rapprochées » de celles des élèves concernés. Mais alors on peut se demander quelles connaissances ainsi « rapprochées » peuvent être appropriées, dans la mesure où des adaptations ont été supprimées du travail des élèves. On trouve aussi une idée de seuil déjà évoquée dans nos travaux à propos des BEL : il est possible que même les activités *a minima* ne suffisent pas à faire entrer les connaissances visées dans la ZPD de certains élèves.

En extrapolant un peu, les aides constructives, qui pourraient jouer comme un intermédiaire dans les acquisitions, s'appuyant sur le travail des élèves, sont assez peu nombreuses et surtout, par définition même, ne peuvent être développées à partir de sous-activités non suffisamment travaillées effectivement par les élèves. Au vu des exemples ci-dessus, il semblerait ainsi que, dans la mesure où les

sous-activités de reconnaissance et d'organisation sont nettement moins abordées par tous, que ce soit à cause du déroulement et/ou à cause de l'ouverture de la tâche, c'est le caractère outil des notions qui serait moins rendu accessible à certains élèves, restant « éloigné » de leurs sous-activités, de ce qu'ils ont mobilisé seuls, et donc difficile à rapprocher par des aides, même appropriées. Les repérages et ajustements correspondants, qui font partie des proximités-en-acte, ne fonctionneraient pas dans ce cas. En revanche, le traitement interne des sous-tâches isolées, incluses dans la tâche et relevant du caractère objet des propriétés en jeu, associées par exemple à la manière d'utiliser un théorème pour lui-même, est de fait plus travaillé par tous, plus corrigé, et sans doute les acquisitions partielles correspondantes peuvent-elles être davantage facilitées par les aides appropriées. Mais jusqu'où de telles acquisitions partielles suffisent-elles à la conceptualisation visée, qui doit mettre en jeu aussi le caractère outil des notions et l'organisation des connaissances ? On vérifie aussi que les choix correspondants des enseignants ne sont pas aléatoires. Relevant d'un aspect de leur cohérence, ils sont associés à d'autres choix plus généraux sur la nature du travail que l'enseignant veut (peut) faire réaliser à ses élèves pendant le temps de la classe, compte tenu des contraintes intériorisées liées au temps, aux programmes, à la nécessité que la classe tourne. Les variables imbriquées sur lesquelles les enseignants jouent (dans le cas d'une tâche complexe) et qui nous semblent significatives pour notre propos, sont les durées du travail des élèves sur les différentes sous-tâches, la nature de ce travail (collectif ou individuel, avec des alternances variables, oral ou écrit), ce qui provoque ce travail (l'enseignant ou non) et ce qui le clôt (correction ou non), la nature et le moment des aides dispensées – avant le travail des élèves, pendant et/ou après, avec une fonction procédurale ou constructive, directes ou indirectes. Selon les séances, la place de « la technique », des traitements internes, est souvent la plus importante en termes de travail effectif des élèves suivi de corrections, au détriment de ce qui concerne la structuration de la résolution et la reconnaissance des connaissances en jeu. Les explicitations et autres commentaires varient aussi, avec là encore une appréhension de l'enseignant de la capacité de réception des élèves, surtout dès lors qu'ils ne sont pas directement concernés.

Une discussion

On peut introduire ici une discussion en référence à d'autres travaux didactiques français. Cela met en jeu une appréciation de la distance entre les connaissances à mettre en œuvre et à adapter pour travailler sur les tâches complexes proposées et les activités possibles

développées par les élèves en classe, et le fait de s'appuyer ou non sur la référence aux ZPD des élèves.

Par exemple l'effet Jourdain (et Brousseau, 1998, lui-même engage à la prudence) amène à souligner l'inefficacité d'interventions qui ne seraient pas assez proches de l'activité réalisée par le sujet pour qu'il se fasse le lien entre la connaissance visée par l'intervention de l'enseignant (notion, méthode, etc.) et ce qu'il a fait. Cette connaissance est peut-être même absente chez les élèves, l'enseignant ayant sur-interprété leurs propos, peut-être parce que cela servait son intention d'institutionnalisation. Or les aides constructives sont attachées à des interventions qui contribuent, justement, à ce qu'un lien se fasse entre l'activité effectuée par l'élève (les élèves) et le nouveau (visé). Tout se passe comme si, dans nos termes, s'il y a effet Jourdain, l'aide constructive correspondante n'est pas inscrite dans la ZPD... Alors le dilemme devient : rater l'occasion d'une aide constructive ou risquer un effet Jourdain ?

Cette question met évidemment en jeu l'importance du repérage par l'enseignant du travail des élèves mais elle met aussi en évidence un des paris inhérents aux décisions des enseignants en classe. Plusieurs éléments, non indépendants, y contribuent. La qualité du travail collectif et des échanges entre les élèves entraîne une plus ou moins grande familiarisation de la classe avec ce qui est en jeu. Certaines interventions de l'enseignant peuvent avoir des fonctions différentes selon le travail des élèves, mais rester utiles pour tous.

On peut de la même façon réfléchir aux aides procédurales et aux effets Topaze (Soury-Lavergne 2003) : l'intervention d'autrui sert à engager l'élève dans l'action – elle peut faciliter les adaptations attendues et rapprocher les élèves de la connaissance visée – sauf si elle empêche ce rapprochement en privant les élèves de toute dévolution.

Tout se passe comme si les pratiques des enseignants sur les dimensions dégagées étaient caractérisées par un curseur, placé entre des pôles bien identifiés (portant notamment sur l'autonomie laissée aux élèves et sur les aides apportées par l'enseignant), avec des seuils, inconnus, permettant d'associer à telle ou telle pratique ce qui peut se passer à un de ces pôles.

CONCLUSION : PORTEE ET PERSPECTIVES DE CE TYPE DE RECHERCHES

Les limites du travail tiennent au petit nombre d'exemples que nous avons analysés et à l'absence de travail sur des alternatives.

Cela dit, s'intéresser, même sur peu d'exemples, à ce qui peut fabriquer la cohérence, comme facteur de lien entre le quotidien et le long terme, fait travailler une des questions cruciales, qui se posent à nos yeux au didacticien, sans réponses directes possibles : de quelle manière ce qui se passe en classe de mathématiques, étant donné ce que chaque enseignant propose quotidiennement, peut (ou non) se transformer en apprentissages individuels de ses élèves, à court, moyen et même long terme ? La même insistance sur la cohérence des pratiques individuelles et les récurrences que cela peut engendrer se trouve dans les travaux des sociologues travaillant sur des différenciations apparaissant dans des séances de classe, dont ils suggèrent les relations avec certaines inégalités d'apprentissage (Rochex et Crinon 2011).

L'étude de la séance sur le camion révèle une autre question nouvelle, qui dépasse l'enseignant en question. Cela tient à une difficulté très actuelle liée à la mise en œuvre de séances sur des tâches complexes très ouvertes dont une gestion efficace relève d'une logique encore à trouver. De nouvelles cohérences individuelles apparaissent, mais cela prend du temps, à la fois parce qu'il y a une modification d'un régime stable et parce que ce n'est pas facile d'élaborer une cohérence face à de telles difficultés.

Cette question dépasse même les logiques individuelles, mettant en jeu la cohérence collective et des proximités-en-acte « partagées ». Ainsi, au niveau de leur scolarité, les élèves rencontrent plusieurs enseignants au collège puis au lycée : quelles cohérences entre les différents styles ? Si la cohérence est un problème individuel, résolu par chaque enseignant, qui est amené à « faire son marché » dans les instructions imposées et la multitude des ressources à disposition, notamment sur internet, cela pose aussi un problème collectif, lié à l'identité professionnelle collective, comme le développent avec la notion de groupes professionnels Butlen & Robert (2012). Une recomposition des groupes professionnels à partir de choix suffisamment partagés est en jeu et il ne faudrait pas que des diversités trop importantes perdurent, par génération ou par goûts ! Ces problèmes, liés au système scolaire et à son éventuelle inadaptation actuelle, sont discutés beaucoup plus largement par d'autres didacticiens à une échelle encore plus globale²⁵ (Chevallard 2012a, 2012b). Cela peut aussi rejoindre le lien global encore à faire entre des évaluations externes, nationales notamment, et les enseignements individuels. Les formations et le développement de ces cohérences sont évidemment directement concernés par ces questions.

²⁵ Et dans d'autres pays, déclinés différemment selon les cultures.

REFERENCES

- BRIDOUX S. (2012). Notions de topologie: élaboration de leviers didactiques à intégrer dans un enseignement pour favoriser les apprentissages des étudiants. *Actes du Colloque EMF 2012, Enseignement des mathématiques et contrat social, Enjeux et défis pour le 21ème siècle.*
- BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.
- BRUNER J. (1983) *Savoir faire, savoir dire*. Paris : PUF.
- BUTLEN D., ROBERT A. (2012) Interroger la profession en didactique des mathématiques, un filtre pour apprécier les activités possibles des élèves et des enseignants – et interroger la didactique ! In Bronner et al. (Eds) *Actes de la XVIème école d'été de didactique des mathématiques*, Carcassonne.
- CAZES C., GUEUDET G., HERSANT M., VANDEBROUCK F. (2006) Using E-Exercise Bases in mathematics: case studies at university, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11(3) 327-350.
- CHAPPET-PARIES M., ROBERT A. (2011) Séances de formation d'enseignants de mathématiques (collège et lycée) utilisant des vidéos-exemples. *Petit x* 86 45-77.
- CHEVALLARD Y. (2012a) Des programmes, oui. Mais pour quoi faire ? Vers une réforme fondamentale de l'enseignement. Intervention à la Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques, IFÉ (ENS-Lyon) 13 mars 2012.
- CHEVALLARD Y. (2012b) Éléments pour une instruction publique nouvelle. Intervention à la Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques, IFÉ (ENS-Lyon) 13 mars 2012.
- CLOT Y. (1999) *La fonction psychologique du travail*. Paris : PUF.
- CRAHAY M. (1989) Contraintes de situation et interactions maître-élève. Changer sa façon d'enseigner, est-ce possible? *Revue française de pédagogie* 88 67-94.
- DORIER J.L. (ed) (1997) *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question*. Grenoble : La pensée sauvage.
- DOUADY R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7(2) 5-31.
- DUVAL R. (1995) *Semiosis et pensée humaine*. Berne : Peter Lang.
- GUEUDET G., VANDEBROUCK F. (2011) Technologies et évolution des pratiques enseignantes : études de cas et éclairages théoriques, *Recherche en Didactique des Mathématiques* 31(3) 271-313.
- HACHE C. (2000) L'univers mathématique proposé par le professeur en classe. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21(1-2) 81-98.

- HOROKS J., ROBERT A. (2007) Tasks designed to highlight task-activity relationships. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10 279-287.
- LEONTIEV A. (1984) *Activité Conscience Personnalité* Moscou : Editions du Progrès (1ère édition, 1975, en russe).
- LEPLAT J. (1997) *Contribution à la psychologie ergonomique* Paris : PUF.
- MARIN B. (2011) La reformulation en classe, un discours équivoque. In J.Y. Rochex & J. Crinon, *La construction des inégalités scolaires* (pp. 77-88). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- MASSELOT P., ROBERT A. (2007) Le rôle des organisateurs dans nos analyses didactiques de professeurs enseignant les mathématiques. *Recherche et formation* 56 15-32.
- MONTMOLLIN (DE) M. (1984) *L'intelligence de la tâche*. Berne : Peter Lang.
- PARIES M. (2010) Circulation du savoir en classe de mathématiques. Quelles variabilités dans les pratiques enseignantes ? *Annales de didactique et de sciences cognitives* 15 9-44.
- ROBERT A. (1998) Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 18(2) 139-190.
- ROBERT A. (2001) Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21(1.2) 57- 80.
- ROBERT A. (2007) Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré) : une hypothèse des inférences en formation. *Recherches en didactique des mathématiques* 27(3) 271 - 312.
- ROBERT A. (2008) La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques et une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. In F. Vandebrouck (Éd.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 45-68). Toulouse : Octarès.
- ROBERT A., HACHE C. (2013) Why and how to understand what is at stake in a mathematics class? In F. Vandebrouck. (Ed.) (2013) *Students' Activities and Teachers' Practices* (pp. 23-73). Rotterdam : Sense Publishers.
- ROBERT A., PENNINGCKX J., LATTUATI M. (2012) *Une caméra au fond de la classe de mathématiques, (se) former au métier d'enseignant du secondaire à partir d'analyses de vidéos*. Besançon : Presses Universitaires de Franche-Comté.

- ROBERT A., ROGALSKI J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies* 2(4) 505-528.
- ROBERT A., ROGALSKI J. (2005). A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class. *Educational studies in mathematics* 59 269-298.
- ROCHEX J.Y., CRINON J. (Eds) (2011) *La construction des inégalités scolaires*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes
- RODITI E. (2005) *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*. Paris : L'harmattan.
- ROGALSKI J. (2003) Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques* 23(3) 343-388.
- ROGALSKI J. (2008) Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. Des compléments sur les théories de l'activité et du développement, pour l'analyse des pratiques des enseignants et des apprentissages des élèves. In F. VANDEBROUCK (Éd.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp 23-30 & pp 429-459). Toulouse : Octarès.
- ROGALSKI J. (2013) Theory of Activity and Developmental Frameworks for an Analysis of Teachers' Practices and Students' Learning. In F. Vandebrouck (Ed.) (2013) *Students' Activities and Teachers' Practices* (pp. 3-20). Rotterdam : Sense Publishers.
- SOURY-LAVERGNE S. (2003) De l'étayage à l'effet Topaze, Regard sur la négociation dans la relation didactique. *Recherches en didactique des mathématiques* 23(1) 9-40.
- VANDEBROUCK F. (ed) (2008) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Octarès.
- VANDEBROUCK F. (2011) *Des technologies pour l'enseignement et l'apprentissage des fonctions du lycée à l'université : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Note de synthèse d'habilitation à diriger des recherches, Université Paris Diderot.
- VANDEBROUCK F. (Ed.) (2013) *Mathematics classrooms – students' activities and teachers' practices*. Rotterdam : Sense Publishers.
- VERGNAUD G. (1991) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques* 10(2.3) 133-170.
- VYGOTSKI L. (1934/1997) *Pensée et langage*. Paris : La dispute.

ANNEXE 1 : LE TABLEAU D'ANALYSE DU PREMIER EXTRAIT

Extrait 1 (début de la première question) Sous-tâches attendues	Forme du travail en classe avec les durées			Indications sur le déroulement Discours du professeur sur chaque sous-tâche	Activités des élèves <i>a maxima</i> , <i>a minima</i> , pour tous
	Indications sur la manière dont ça commence et ça finit	OC 5'35	RI 4'05	EC 4'50	
Construction explicite de la figure (demandée). Fin		X (2')		« <i>Vous faites une figure</i> » L'enseignante corrige seule quelques minutes après	© Pour tous
Inattendu (demande d'élève) : vraie grandeur ? Inattendu (professeur) marquer hypothèses et conclusions - ajout d'une sous-tâche (inutile ?)	+			Réponse du professeur à une question sur la figure ; Le professeur entoure en couleurs	@ <i>A maxima</i>
Reconnaissance explicite de la situation (demandée) (géométrie). Fin	+			« <i>Ca fait penser à quelle situation ?</i> » (réponses d'élèves) « <i>c'est comme d'habitude, mais M et x variables</i> »	@ <i>A maxima</i>

Proximités en acte mises en jeu en classe de mathématiques 47

Inattendu : variations de x (demandé par le professeur) Traitement interne Fin	+			« x est une variable, Il va varier de quoi à quoi ? » réponses d'élèves orales validées (reprises telles quelles par l'enseignante)	@ <i>A maxima</i>
Organisation (stratégie) explicite (demandée) et reconnaissance implicite propriété à utiliser Fin	+			« Comment on va procéder ? » (des élèves : Thalès) validé par l'enseignante avec une justification brève – droites parallèles... (constructif ?)	@ <i>A maxima</i>
Question d'élève sur la place de M				Réponse du professeur	
Traitements internes : Demandée explicitement : l'écriture des rapports de longueurs fin (rédaction partielle par élève au tableau) puis travail algébrique sur les 2 rapports qui servent : écriture et traitement demandés fin (rédaction un élève au tableau)		+	1'25	« Bon alors vous démarrez, allez-y ... on applique son théorème de Thalès en le rédigeant comme on l'a fait ... » (aide procédurale) Écriture collective rédigée au tableau du théorème de Thalès	© Pour tous
		+	40	Surveillance et encadre l'élève au tableau, guide la rédaction « Alors on y va. On écrit EN en fonction de x et on écrit MN en fonction de x » (aide procédurale)..... « Donc la nouveauté c'est que justement il faut qu'on fasse un calcul en traînant entre guillemets x » (aide constructive ?)	© tous
			+	2'40	Surveillance et encadre l'élève au tableau. Correction

Figure 5. – Tableau d'analyse du premier extrait

ANNEXE 2 : LE TABLEAU D'ANALYSE DU DEUXIEME EXTRAIT

Extrait I Sous-tâches attendues Indications	Forme du travail de classe avec les durées			Indications sur le déroulement Discours du professeur sur chaque sous-tâche	Activités <i>a maxima</i> , <i>a minima</i> , pour tous
	OC	RI	EC	Début, pendant, fin Aides	
Introduction		X (1')		« Je vous donne un exercice ... c'est lié avec de la géométrie comme ça ... ça permet de faire d'une pierre deux coups on fait les deux mélangés. Cherchez »	© Tous
Recherche sur l'exercice, (Reconnaissance du démarrage, de la situation proposée) Ajout (oubli au tableau) : les droites sont parallèles Quel point de départ ? (inattendu) Fin		X (5')		« La figure vous l'avez. L'exercice c'est calculer x . Débrouillez-vous... Vous avez le droit à tout ce que vous voulez du moment que ça marche » Recherche individuelle avec interventions collectives (5') « Qu'est-ce que ça vous donne comme point de départ ? Dites-vous si j'avais pas x , qu'est-ce que je ferais ? » Reprise d'un élève et validation : c'est un point de départ géométrique	© Tous
Retour sur les deux points de départ		X (6')		Reprise du point de départ géométrique : le point de départ numérique ne marche pas.	© Tous

Reconnaissance du théorème à utiliser Fin	X (1') X (1')			« Vous êtes partis sur quel théorème ? » Le professeur valide la réponse d'un élève (Thalès) – Demande de justification et reprise de la justification d'un élève	
Traitement interne : première étape - avec les rapports de longueurs Première rédaction Fin			X (4')	Demande : écriture de la formule avec les rapports de longueurs sans s'occuper de ce qu'on demande, comme d'habitude (un élève au tableau) Justification de la formule rappel sur la rédaction et anticipation d'une erreur d'écriture des longueurs à faire intervenir : il faut des côtés de triangles	© Tous
Traitement interne numérico-algébrique Identification du problème de AC Échec Détour avec l'enseignant par des cas plus simples pour trouver AC Fin	X (4')	(X)		L'enseignant remplace par les données connues dans les deux rapports « <i>Qu'est-ce qui est compliqué ?</i> » Aide procédurale indirecte (constructive ?) « <i>Pour trouver AC : on donne des valeurs numériques à x</i> » Les élèves indiquent l'addition L'enseignant dit que c'est pareil avec x et écrit la réponse pour AC au tableau	© tous

Figure 6. – Tableau d'analyse du deuxième extrait

Légende : © désigne une sous-activité investie par tous les élèves ; @ une activité supposées *a maxima* ou *a minima* (c'est précisé). OC signifie « Oral collectif » ; RI signifie « Recherche Individuelle » et EC signifie « Écrit Collectif au tableau ».