



HAL
open science

Modélisation non-locale : influence de la morphologie de défauts sur les gradients de propriétés au sein d'un matériau métallique

Sami Ben Elhaj Salah, Azdine Nail-Ali, Mikaël Gueguen, Carole Nadot-Martin

► To cite this version:

Sami Ben Elhaj Salah, Azdine Nail-Ali, Mikaël Gueguen, Carole Nadot-Martin. Modélisation non-locale : influence de la morphologie de défauts sur les gradients de propriétés au sein d'un matériau métallique. *Mecamat*, Jan 2018, Aussois, France. hal-01742412

HAL Id: hal-01742412

<https://hal.science/hal-01742412>

Submitted on 24 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation non-locale : influence de la morphologie de défauts sur les gradients de propriétés au sein d'un matériau métallique.

Sami Ben Elhaj Salah^{1*}, Azdine Nail-Ali¹, Mikael Gueguen¹, Carole Nadot-Martin¹

1. Institut Pprime, Département Physique et Mécanique des Matériaux, ISAE-ENSMA, 1 avenue Clément Ader, BP 40109, 86961 Futuroscope, Chasseneuil, France.

*sami.ben-elhaj-haj-salah@ensma.fr

Contexte

L'homogénéisation, aussi appelée changement d'échelles ou passage micro-macro ou upscaling..., désigne la procédure qui consiste à déterminer la modélisation homogène d'un milieu hétérogène. Le bénéfice est évident puisqu'il ne sera plus nécessaire de prendre en compte le détail des hétérogénéités dans les calculs analytiques ou numériques du milieu. La méthode utilisée dans ce travail a été développée dans le cadre de l'approche statistique des matériaux aléatoires a mis en évidence des contributions non locales [1].

Objectifs :

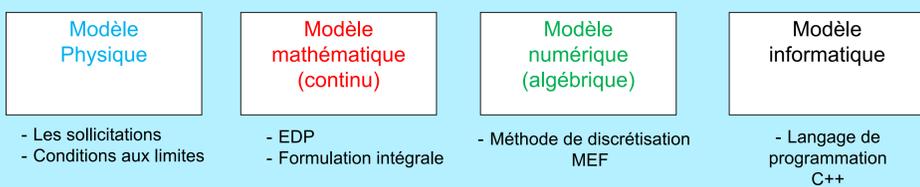
- ⇒ Fournir un modèle mathématique avec une mise en œuvre numérique d'un matériau poreux .
- ⇒ Effectuer une étude asymptotique
- ⇒ Retrouver le formalisme non-local
- ⇒ Comparer notre modèle aux méthodes d'estimations classiques (Voigt, Reuss et Hashin Shtrikman)

Méthode

- Approche basée sur des développements asymptotiques dans le cadre aléatoire.
- La méthode d'expansion asymptotique tire partie de la séparation d'échelles, elle a d'abord été développée dans le cadre de l'approche statistique des matériaux aléatoires.
- Forme intégrale des lois de comportement non locales obtenues
- Approximations avec gradients d'ordre supérieur du champs de déplacement [2].

Pour améliorer notre compréhension actuelle dans ce domaine, des simulations de type éléments finis ont été réalisées

Démarches de la modélisation



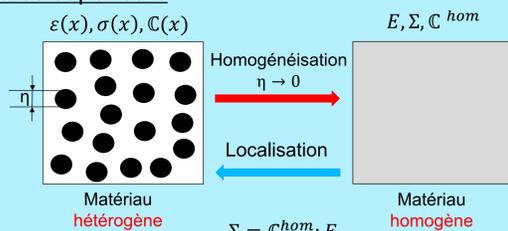
Développement mathématique: Approche variationnelle

Développements asymptotiques aux ordres supérieurs

❖ Présentation
Matériau homogène à l'échelle macroscopique

Méthodes d'homogénéisation

Matériau hétérogène à une échelle plus fine



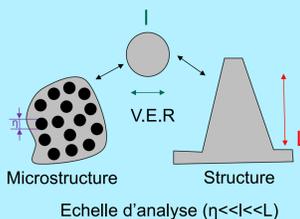
❖ Méthodologie d'homogénéisation en élasticité linéaire
Longueurs caractéristiques de notre milieu aléatoire

L: Longueur caractéristique de la taille de la structure hétérogène

l: Longueur caractéristique V.E.R

η: Longueur caractéristique des hétérogénéités (pores).

N'est pas une simple moyenne



- ❖ Hypothèses : en HPP les champs u, ϵ, σ sont :
- Deux variables x (macro) et y (micro).
 - Distribution aléatoire ω

$$y = \frac{x}{\eta}$$

❖ Champs u, σ :

La méthode des développements asymptotiques par échelles multiples [3] :

$$u^\eta = u^0(x, y) + \eta u^1(x, y) + \eta^2 u^2(x, y) + \eta^3 u^3(x, y) + \dots$$

$$\sigma^\eta(x) = \sigma^0(x, y) + \eta \sigma^1(x, y) + \eta^2 \sigma^2(x, y) + \eta^3 \sigma^3(x, y) + \dots$$

❖ Opérations différentielles

$$f^\eta(x) = f(x, y); \quad \frac{d}{dx} f^\eta = \nabla_x f + \frac{1}{\eta} \nabla_y$$

variation lente variation rapide

$$\epsilon(u^\eta)\left(x, \frac{x}{\eta}\right) = \frac{1}{\eta} \epsilon_y(u^0) + \sum_{n=0}^{\infty} \eta^n [\epsilon_x(u^n) + \epsilon_y(u^{n+1})]$$

$$\text{div}(\sigma^\eta)\left(x, \frac{x}{\eta}\right) = \frac{1}{\eta} \text{div}_y(\sigma^0) + \sum_{n=0}^{\infty} \eta^n [\text{div}_x(\sigma^n) + \text{div}_y(\sigma^{n+1})]$$

Trouver une fonction U^η , qui minimise la fonction de l'énergie $w^\eta(u^\eta)$ sur l'ensemble des fonctions u^η admissibles:

$$w^\eta(U^\eta) = \min \int_{\Omega} \frac{1}{2} (\epsilon : \mathbb{C}(x, \omega) : \epsilon) dx \quad (1)$$

ω : variable stochastique

En substituant le tenseur des déformations dans la fonction de l'énergie (1) et regroupant les termes de même puissance en η , nous obtenons:

$$w^\eta(U^\eta) = w(w^0, w^1, w^2, \dots) = \frac{1}{\eta^2} w^{(-2)} + \frac{1}{\eta} w^{(-1)} + w^{(0)} + \eta w^{(1)} + \eta^2 w^{(2)}$$

$$w^\eta(U^\eta) = w(w^0, w^1, w^2, \dots) = \int_{\Omega} \left(\frac{1}{2} E^0 : A^{(0,0)}(x, \omega) : E^0 \right) dx + \eta \int_{\Omega} \left(E^1 : B^{(0,1)}(x, \omega) : E^1 \right) dx + \eta \int_{\Omega} \left(E^1 : C^{(0,0)}(x, \omega) : \nabla_x E^0 \right) dx + \eta \int_{\Omega} \left(E^0 : D^{(0,0)}(x, \omega) : \nabla_x E^0 \right) dx$$

Avec:

w^η : Energie élastique totale
 U^η : Champ de déplacement
 $\nabla_x E^0$: Premier gradient des tenseurs des déformations

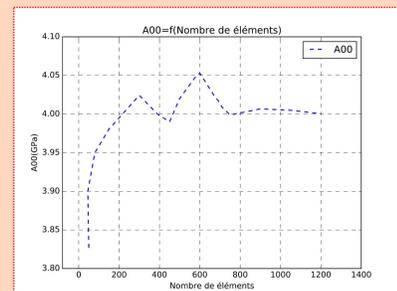
Ω : Volume total de la structure
 $A^{(0,0)}, B^{(0,1)}$: Tenseurs des contraintes simples ou classiques
 $C^{(0,0)}, D^{(0,1)}$: Tenseurs des contraintes supérieures ou doubles contraintes

Simulations Numériques

- Etude de convergence

Pour une même fraction surfacique de fibre, une convergence a été atteinte. La convergence était celle de la moyenne des modules d'élasticité effectifs des différents tirages pour une même fraction surfacique de la fibre.

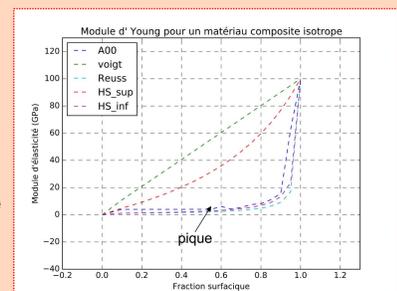
→ convergence du module d'élasticité effectif.



- Validation du module d'élasticité effectif

Module de Young effectif en accord avec les résultats numériques donnés par les modèles théoriques classiques.

→ Le pique est dû à la présence de forts gradients de propriétés au sein du matériau lors de cette tirage



Conclusion :

- Développer une stratégie de modélisation
 - ↳ Combinaison de la méthode variationnelle et des développements asymptotiques
 - ↳ Etablir des résultats mathématiques d'existence et d'unicité
 - ↳ La formulation obtenue est le point de départ de la résolution par éléments finis

Perspective :

- construire des modèles d'endommagement régularisés pour les milieux poreux à cavité sphérique ou des milieux fissurés

References

- [1] A. Nait-Ali. Nonlocal modeling of a randomly distributed and aligned long-fiber composite material. *Comptes Rendus Mécanique*, 345(3), 192-207 (2017).
- [2] S. Forest, JM. Cardona and R. Sievert. Thermoelasticity of second-grade media. *Continuum Thermomechanics*, 163-176 (2000). [3] W.G. Hoover, *Phys. Rev. A* 31, 1695 (1985).
- [3] G. Francfort. Homogenization and linear thermoelasticity. *SIAM J Math Anal*, 14(4), 696-708 (1983).
- [4] Zvi Hashin and Shmuel Shtrikman. A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials. *Journal of applied Physics*, 33(10) :3125-3131, 1962.
- [5] A. Nait-ali Volumic model from variational sum of 2D discrete model. *Comptes Rendus Mécanique*, vol.342, issue 12 p.726-731, (2014).
- [6] A. Nait-ali, G. Michaille; S. Pagano. Two-dimensional deterministic model of a thin body with micro high stiffness fibers randomly distributed. *Appl Math Res Express* (2013).

Remerciements : Les calculs ont été effectués sur le calculateur du Méso-centre de calcul de Poitou Charentes.