



HAL
open science

Optimisation de tournée de véhicule dans un environnement portuaire

Nicolas Danloup, Benoît Trouillet, Thomas Bourdeaud'huy, Armand Toguyéni

► **To cite this version:**

Nicolas Danloup, Benoît Trouillet, Thomas Bourdeaud'huy, Armand Toguyéni. Optimisation de tournée de véhicule dans un environnement portuaire. GOL 2018 - International Conference on Logistics Operations Management, Apr 2018, Le Havre, France. pp.1-7. hal-01728605v2

HAL Id: hal-01728605

<https://hal.science/hal-01728605v2>

Submitted on 27 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Optimisation de tournée de véhicule dans un environnement portuaire

1st Danloup Nicolas

CRISAL

Université de Lille 1

Cité Scientifique 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France

ndanloup@hotmail.fr

2nd Trouillet Benoît

CRISAL

Université de Lille 1

Cité Scientifique 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France

benoit.trouillet@ec-lille.fr

3rd Bourdeaud'huy Thomas

CRISAL

Université de Lille 1

Cité Scientifique 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France

thomas.bourdeaud_huy@centralelille.fr

4th Toguyéni Armand

CRISAL

Université de Lille 1

Cité Scientifique 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France

armand.toguyeni@ec-lille.fr

Abstract—Dans un contexte portuaire, le but du projet de recherche est de prouver l'efficacité d'un système complètement automatisé avec guidage sans infrastructure pour le transfert de conteneurs dans les terminaux portuaires. Le moyen de transfert utilisé est une flotte d'AGV (pour Automotated Guided Vehicles). Le but est l'automatisation des ports, qui est devenue une priorité pour les plus grands acteurs du secteur portuaire contraints de s'adapter à la croissance du volume de containers transportés liée à la globalisation de l'économie mondiale et aux capacités des nouvelles générations de bateaux. La concurrence entre terminaux et la nécessité de réduire les délais de chargement et déchargement des bateaux nécessitent de la part des opérateurs portuaires une augmentation de la productivité globale, une réduction des coûts d'exploitation tout en garantissant une sécurité maximale. Cet article concerne le verrou scientifique de la gestion automatique et optimisée de la flotte d'AGV. Il s'agit de proposer un routage de la flotte d'AGVs sans blocages qui permette de réaliser des missions soumises régulièrement.

Index Terms—Optimisation, Cplex, AGV.

I. INTRODUCTION

Durant les dernières décennies, le commerce à distance s'est très fortement développé. La réduction des coûts de transport, liée à la massification des biens transportés, a engendré une forte augmentation des volumes transportés. En effet, c'est un moyen de transfert adapté aux matières de poids transportées sur de longues distances par des gros navires. Le transport maritime est un moyen de transport à moindre frais ; il est trente fois moins cher que le transport terrestre. L'augmentation du volume à transporter à vue l'augmentation de la taille des navires et, en conséquence, des capacités d'accueil des lieux portuaires pour l'amarrage des navires mais aussi en terme de chargement et/ou déchargement.

L'idée actuelle est de proposer des solutions automatisées de chargement/déchargement des cargos. Ce qui est motivé par le développement de véhicule automatisé sur le marché : les AGV (pour Automotated Intelligent Vehicles) et des conteneurs de taille standard (équivalents 20 ou 40 pieds). Le but est de minimiser le temps opérationnel et de garantir une

efficacité de fonctionnement. Ainsi, l'automatisation vise à permettre l'accélération du transfert des conteneurs du navire vers les clients et inversement.

L'article est organisé suivant trois parties. Nous commencerons par décrire le problème étudié. Dans la partie suivante, le problème est formalisé vers une abstraction mathématique. Il en découle les premiers résultats dans la quatrième section. La partie finale est dédiée à la conclusion de cet étude.

II. DESCRIPTION DU PROBLÈME

Les problèmes de gestion des opérations dans les terminaux à conteneurs est une thématique très importante dans la littérature scientifique en recherche opérationnelle et logistique. Il existe des synthèses de résultats dans les articles suivants : [1]–[4]. Il existe de nombreux problèmes au sein des activités portuaires. On trouve, par exemple, des études d'allocation de quai aux bateaux, d'ordonnement des grues de quai, celui de l'allocation de stockage aux conteneurs... Notre étude porte sur la problématique de routage des AGV dans une zone portuaire. L'environnement est constitué de bateaux à décharger, les grues de quai sont en place. L'opérateur d'exploitation du port (*Terminal Operating System*) donne des ordres de déchargement au fil de l'eau. L'exécution est confiée à un prestataire qui est chargé d'envoyer un véhicule pour transporter les conteneurs de la grue de quai vers un emplacement de stockage et inversement. Nous devons donc gérer une flotte d'AGV pour honorer les ordres reçus. Plus précisément, il faut affecter un AGV à chaque mission et lui trouver une route qui permette l'exécution de la mission dans le temps imparti.

III. FORMALISATION DU PROBLÈME

A. Moteur d'affectation

Cette couche se base sur un algorithme d'affectation de type glouton, c'est à dire que l'on procède par itérations en faisant

des choix localement optimaux, ce qui ne garantit toutefois pas l'optimalité globale de la solution.

Elle fait l'hypothèse que le nombre d'AGVs disponibles en circulation est supérieur ou égal au nombre de missions à réaliser. Si ce n'est pas le cas, la couche agrégation devra limiter le nombre de missions à traiter par la couche macro.

Son principe est le suivant.

Soit M l'ensemble des missions à affecter.

- 1) Pour chaque mission $m \in M$, identifier l'AGV a étant le plus proche de la localisation (départ ou arrivée) de cette mission et sauvegarder le triplet (m, a, d) dans une liste L , où d est la distance de l'AGV à la localisation de la mission.
- 2) Sélectionner dans L le triplet (m, a, d) correspondant à la plus petite distance d parmi toutes les paires sauvegardées à l'étape précédente.
- 3) Eliminer la mission m qui vient d'être choisie de la liste M .
- 4) Recommencer les étapes précédentes à partir de l'étape 1 jusqu'à ce que l'ensemble M soit vide.

B. Moteur de routage

Cette section décrit le modèle mathématique proposé pour traiter la problématique de routage des AGV vers les emplacements correspondants aux missions auxquelles ils ont été affectés.

1) *Topologie*: Les AGV peuvent se déplacer en suivant un réseau de transport virtuel, inspiré de l'organisation ferroviaire, défini par des cantons et des carrefours, qui permettent de représenter un *graphe* dans lequel les AGV évolueront.

a) *Cantons (blocks b_i, b_j)*: On dénote par $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \dots, b_B\} = \{b_i\}_{i \in [1, B]}$ l'ensemble des cantons du système étudié. On note B son cardinal.

D'après nos hypothèses, chaque canton $b_i \in \mathcal{B}$ est associé à une durée de parcours *nominale* moyenne dénotée par $d_i^b \in \mathbb{N}^+$, et une durée moyenne de sortie dénotée par $t_i^b \in \mathbb{N}^+$ exprimées en secondes. De plus, chaque paire de cantons $(b_i, b_j) \in \mathcal{B} \times {}^A\mathcal{B}_i$ est associé à la durée de parcours *nominale* de j lorsque l'AGV vient de i dénotée par $d_{ij}^b \in \mathbb{N}^+$, et une durée de sortie de j dénotée par $t_{ij}^b \in \mathbb{N}^+$ exprimées en secondes.

L'ensemble \mathcal{B} est partitionné en cantons *courts* \mathcal{B}^c et *longs* \mathcal{B}^l tels que $\mathcal{B} = \mathcal{B}^c \cup \mathcal{B}^l$. On dénote B^c et B^l leurs cardinaux respectifs.

b) *Carrefours (crossroads c_p)*: On dénote par $\mathcal{C} = \{c_1, c_2, \dots, c_C\} = \{c_p\}_{p \in [1, C]}$ l'ensemble des carrefours du système étudié. On note C son cardinal.

D'après nos hypothèses, pour chaque paire de cantons $(b_i, b_j) \in \mathcal{B} \times {}^A\mathcal{B}_i$, une durée de parcours dénotée $d_{ij}^c \in \mathbb{N}^+$, et une durée de sortie dénotée $t_{ij}^c \in \mathbb{N}^+$, exprimées en secondes, sont associées à la traversée du carrefour lorsque l'AGV va du canton b_i au canton b_j .

c) *Relations entre cantons et carrefours*: La topologie considérée correspond à un enchaînement de cantons et carrefours, sous la forme d'un graphe *biparti*¹.

Pour tout canton $b_i \in \mathcal{B}$, on dénote par \mathcal{C}_i l'ensemble des carrefours accessibles² depuis b_i .

Pour tout canton $b_i \in \mathcal{B}$, on dénote par ${}^A\mathcal{B}_i$ l'ensemble des cantons accessibles depuis b_i .

d) *Note*: Il pourrait être intéressant de définir également l'ensemble ${}^{\overleftarrow{A}}\mathcal{B}_j$ caractérisant les cantons depuis lesquels un AGV peut venir lorsqu'il entre dans le canton b_j .

Pour tout canton $b_i \in \mathcal{B}$, et tout carrefour $c_p \in \mathcal{C}_i$ accessible depuis ce canton, on dénote par ${}^A\mathcal{B}_i^p$ l'ensemble des cantons accessibles depuis b_i en passant par le carrefour c_p , et ${}^{\overleftarrow{A}}\mathcal{B}_j^p$ l'ensemble des cantons depuis lesquels un AGV peut venir lorsqu'il entre dans b_j en passant par le carrefour p .

La topologie est telle qu'il ne peut y avoir qu'un unique carrefour entre deux cantons accessibles entre-eux. Autrement dit, on ne peut passer d'un canton à un autre que par au plus un seul carrefour.

Formellement, pour tout canton $b_i \in \mathcal{B}$, et tout canton $b_j \in {}^A\mathcal{B}_i$, il existe un unique carrefour c_p tel que $b_j \in {}^A\mathcal{B}_i^p$. On dénote cet unique carrefour entre les cantons b_i et b_j par l'expression ${}^i c^j$.

Il faut noter que l'existence d'un carrefour ${}^i c^j$ n'implique pas obligatoirement l'existence d'un carrefour ${}^j c^i$ dans l'autre sens, compte-tenu de notre remarque précédente, puisque certains cantons ne peuvent être parcourus que dans un seul sens.

e) *Missions (AGV a_m, a_n)*: Nous faisons l'hypothèse que le moteur d'affectation a affecté à chaque mission un AGV. Nous *unifions* donc dans notre modélisation les vocabulaires de mission et d'AGV.

On dénote par $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_A\} = \{a_m\}_{m \in [1, A]}$ l'ensemble des AGV du système étudié. On note A son cardinal.

Les AGV qui ne sont affectés à aucune mission ne font pas partie de cet ensemble. Leurs positions (dans des cantons longs, puisqu'ils sont stationnés) seront toutefois transmises par le moteur d'affectation au moteur de routage, afin que ce dernier puisse interdire l'utilisation des cantons correspondants. On dénote par \mathcal{B}^f (*forbidden*)³ l'ensemble des cantons qui ne peuvent être utilisés dans la résolution courante.

Chaque mission est donc associée à un lieu de départ correspondant à la position courante de l'AGV au moment où cette mission est transmise. Chaque mission est également associée à un lieu d'arrivée, en fonction de son type (grues de quai ou grues de stock pour les missions de type 1 et 2, cantons pour les missions de type 3). Ces lieux doivent nécessairement être des cantons longs. Dans la topologie générale proposée dans

¹Il ne peut y avoir deux cantons successifs qui ne soient pas reliés par un carrefour et inversement.

²Si l'on considère un canton b_i qui ne puisse être parcouru que dans un seul sens, le carrefour en amont de ce canton ne sera pas considéré comme accessible.

³Non utilisé dans le modèle pour le moment

la figure ??, comme nous ne considérons pas les missions de type 3 dans cette étude, il s'agira donc des cantons représentés sur fond vert.

Pour chaque AGV $a_m \in \mathcal{A}$, on dénotera par $s_m \in \mathcal{B}^l$ son canton de départ (*source*) et par $t_m \in \mathcal{B}^l$ son canton d'arrivée.

2) *Variables de décision*: De manière à pouvoir proposer une formulation linéaire du problème considéré, on introduit un certain nombre de constantes et variables en plus des termes introduits dans la formalisation précédente.

- R est une constante suffisamment grande.
- ω est une constante suffisamment petite.
- $X_m^{i,j} \in \mathbb{B}$ identifie le passage de l'AGV a_m du canton b_i au canton b_j dans cet ordre. $X_m^{i,j} = \delta(a_m \text{ passe de } b_i \text{ à } b_j)$ où la fonction $\delta(C)$ est l'indicateur $\delta(C) = 1$ si la condition C est vérifiée, 0 sinon.
- $Y_m^i \in \mathbb{B}$ identifie le passage de l'AGV a_m par le canton b_i . $Y_m^i = \delta(a_m \text{ passe par } b_i)$.
- $Z_m^p \in \mathbb{B}$ identifie le passage de l'AGV a_m par le carrefour c_p . $Z_m^p = \delta(a_m \text{ passe par } c_p)$.
- $\alpha_m^i \in \mathbb{N}$ dénote la date d'arrivée de l'avant de l'AGV a_m dans le canton b_i .
- $\beta_m^i \in \mathbb{N}$ dénote la date de sortie de l'avant de l'AGV a_m du canton b_i .
- $\gamma_m^i \in \mathbb{N}$ dénote la date de sortie de l'arrière de l'AGV a_m du canton b_i .
- $\phi_m^p \in \mathbb{N}$ dénote la date d'arrivée de l'avant de l'AGV a_m dans le carrefour c_p .
- $\psi_m^p \in \mathbb{N}$ dénote la date de sortie de l'avant de l'AGV a_m du carrefour c_p .
- $\delta_m^p \in \mathbb{N}$ dénote la date de sortie de l'arrière de l'AGV a_m du carrefour c_p .
- $\varepsilon_m^i \in \mathbb{N}$ dénote la durée de stationnement de l'AGV a_m dans le canton long $b_i \in \mathcal{B}^l$.
- $B_{m,n}^i \in \mathbb{B}$ caractérise l'ordre chronologique de deux AGV s'ils utilisent le même canton $b_i \in \mathcal{B}$. $B_{m,n}^i = \delta(a_m \text{ entre dans } b_i \text{ avant } a_n)$.
- $C_{m,n}^p \in \mathbb{B}$ caractérise l'ordre chronologique de deux AGV s'ils utilisent le même carrefour $c_p \in \mathcal{C}$. $C_{m,n}^p = \delta(a_m \text{ entre dans } c_p \text{ avant } a_n)$.

a) *Notes*: Utiliser une seule variable pour dénoter la présence d'un AGV dans un canton, ainsi que l'intervalle horaire de sa présence dans celui-ci, implique implicitement qu'un AGV ne pourra pas passer deux fois par le même canton sur son chemin entre son origine et sa destination. Cette particularité est classique pour les types de problèmes apparentés au *voyageur de commerce*.

Puisque nous utilisons également une seule variable pour dénoter la présence d'un AGV dans un carrefour, ainsi que l'intervalle horaire de sa présence dans celui-ci, un AGV ne pourra pas non plus effectuer de *demi-tour* pour s'écarter par exemple de la trajectoire d'un autre AGV dont il barrerait la route avant de reprendre son chemin.

3) *Contraintes de routage*: Cette section détaille les contraintes régissant le déplacement des AGV de leur origine à

leur destination. Elle ne permet pas de garantir les contraintes de sécurité qui seront présentées dans la section suivante.

a) *Pré-calculs*: Les variables de décision $X_m^{i,j}$ doivent être nulles si les cantons i et j ne sont pas accessibles entre eux. Les variables $X_m^{i,i}$ sont trivialement nulles également.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \forall b_j \notin {}^A\mathcal{B}_i, X_m^{i,j} = 0 \quad (1)$$

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, X_m^{i,i} = 0 \quad (2)$$

b) *Origine et Destination*: Chaque AGV doit sortir de son canton de départ. On contraint donc que parmi les variables $X_m^{i,j}$ dénotant la sortie de l'AGV a_m du canton s_m , une et une seule soit non nulle.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \sum_{b_j \in {}^A\mathcal{B}_{s_m}} X_m^{s_m,j} = 1 \quad (3)$$

Par ailleurs, l'AGV considéré ne doit pas revenir dans son canton d'origine.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \sum_{b_i \in \mathcal{B}} X_m^{i,s_m} = 0 \quad (4)$$

De manière réciproque, chaque AGV doit entrer dans son canton de destination, et ne plus en ressortir.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \sum_{b_i \in \mathcal{B}} X_m^{i,t_m} = 1 \quad (5)$$

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \sum_{b_j \in {}^A\mathcal{B}_{t_m}} X_m^{t_m,j} = 0 \quad (6)$$

c) *Note*: On pourrait utiliser dans l'équation (5) l'ensemble ${}^A\mathcal{B}_j$ proposé dans la note en page 2.

d) *Respect de la topologie*: Depuis un canton b_i , un AGV a_m ne peut se déplacer que vers un seul autre canton b_j , à condition que ce dernier soit accessible depuis b_i .

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \sum_{b_j \in {}^A\mathcal{B}_i} X_m^{i,j} \leq 1 \quad (7)$$

L'opérateur d'inégalité permet d'autoriser la somme à être nulle. En effet, si l'AGV a_m n'entre pas dans le canton b_i considéré, toutes les variables $X_m^{i,j}$ devront être nulles, ce que permet l'inégalité.

Au contraire, si la somme est égale à 1, c'est que l'AGV a_m quitte le canton b_i pour se rendre vers un seul autre canton b_j .

e) *Connexité des parcours des AGVs*: Si un AGV a_m entre dans un canton b_j (sauf le canton de destination t_m), il doit en sortir. Inversement, si cet AGV sort du canton b_i (sauf le canton de départ s_m), il doit y être entré.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_j \in \mathcal{B} - \{s_m, t_m\}, \sum_{b_i \in \mathcal{B}} X_m^{i,j} = \sum_{b_k \in \mathcal{B}} X_m^{j,k} \quad (8)$$

La première somme permet de caractériser si l'AGV a_m entre dans le canton b_j . En effet, lorsque cette somme vaut 1,

c'est qu'il existe un canton b_i pour lequel $X_m^{i,j} = 1$: l'AGV passe de b_i à b_j . La seconde somme indique que l'AGV a_m sort de b_j .

La contrainte d'égalité permet d'imposer le comportement souhaité.

Au contraire, si l'une des sommes vaut 0, c'est que l'AGV ne passe pas par le canton b_j : il ne doit ni y entrer, ni en sortir.

f) *Interdiction des demi-tours*: Un AGV ne doit pas pouvoir effectuer de *demi-tour*.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \forall b_j \in {}^A\mathcal{B}_i, X_m^{i,j} + X_m^{j,i} \leq 1 \quad (9)$$

g) *Note*: Cette contrainte agit comme une coupe, et n'est pas nécessaire pour assurer la correction des solutions renvoyées par le solveur dans la mesure où les contraintes de temps interdisent déjà ce phénomène. Cependant, cette équation est susceptible de *guider* le solveur dans sa résolution de manière plus efficace. Des jeux d'essais devront être menés pour en mesurer l'impact.

4) *Variables auxiliaires Y et Z*: Afin de pouvoir formuler plus facilement les contraintes de sécurité, nous définissons un ensemble de variables auxiliaires permettant d'en simplifier l'expression.

a) *Origine et destination*: Les AGV doivent respecter les cantons de départ et d'arrivée qui leur sont affectés.

$$\forall m \in \mathcal{A}, Y_m^{s_m} = 1 \quad (10)$$

$$\forall m \in \mathcal{A}, Y_m^{t_m} = 1 \quad (11)$$

b) *Note*: Ces contraintes sont redondantes puisqu'elles découlent des équations (3) et (5) et de celles du paragraphe suivant. En effet, l'AGV est toujours sur son parcours dans un canton de départ ou d'arrivée. Ainsi, il est toujours utile de fixer les variables dont on connaît a priori la valeur dans un modèle mathématique.

c) *Parcours des cantons*: De manière évidente, lorsqu'un AGV a_m sort du canton b_i pour entrer dans le canton b_j (c'est-à-dire lorsque $X_m^{i,j} = 1$), il passe par b_i et b_j . Inversement, si l'AGV a_m passe par b_i , il doit y entrer et en sortir.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B} - \{t_m\}, \sum_{b_j \in {}^A\mathcal{B}_i} X_m^{i,j} = Y_m^i \quad (12)$$

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_j \in \mathcal{B} - \{s_m\}, \sum_{b_i \in \mathcal{B}} X_m^{i,j} = Y_m^j \quad (13)$$

d) *Note*: On pourrait utiliser dans l'équation (13) l'ensemble ${}^A\mathcal{B}_j$ proposé dans la note en page 2.

e) *Parcours des carrefours*: Lorsqu'un AGV passe du canton b_i au canton b_j , il utilise l'unique carrefour ${}^i c^j$ qui les relie.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \forall b_j \in {}^A\mathcal{B}_i, X_m^{i,j} \leq Z_m^{i c^j} \quad (14)$$

L'inégalité est importante : elle permet d'imposer la valeur de la variable $Z_m^{i c^j}$ lorsque $X_m^{i,j}$ vaut 1, mais de ne pas imposer

réciroquement le passage du canton b_i au canton b_j lorsque $Z_m^{i c^j}$ vaut 1. En effet, le carrefour ${}^i c^j$ peut également être un point de raccordement entre deux autres cantons b_k et b_l différents de b_i et b_j , dans le cas de structures de carrefours en *étoile* par exemple. Dans ce cas, ${}^i c^j$ représente le même carrefour que ${}^k c^l$.

5) *Intervalles horaires d'occupation des cantons et carrefours*: Nous introduisons dans cette section des contraintes permettant de définir les intervalles horaires de présence des AGV dans chacun de ces emplacements. Une fois ces intervalles de temps connu, il sera possible d'imposer les contraintes de sécurité permettant d'interdire à deux AGV de se trouver dans le même canton ou carrefour au même moment.

a) *Intervalle horaire d'occupation d'un canton*: On rappelle que l'intervalle horaire d'occupation d'un canton b_i par un AGV a_m est dénoté par $[\alpha_m^i, \gamma_m^i]$, où les bornes temporelles sont exprimées en secondes, à partir du temps zéro correspondant à la date de réception des missions par la couche macro. Celles-ci sont contraintes par la durée de traversée nominale d_{ij}^b et la durée de sortie du canton considéré en fonction du canton traversé précédemment.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \forall b_j \in {}^A\mathcal{B}_j - \{s_m\}, (X_m^{i,j} = 1) \Rightarrow \beta_m^j = \alpha_m^j + \varepsilon_m^j + d_{ij}^b \quad (15)$$

$$(X_m^{i,j} = 1) \Rightarrow \gamma_m^j = \beta_m^j + t_{ij}^b \quad (16)$$

Pour linéariser ces relations, nous utilisons cette fois un *double encadrement*.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \forall b_j \in {}^A\mathcal{B}_j - \{s_m\}, \begin{cases} \beta_m^j - \alpha_m^j - \varepsilon_m^j - d_{ij}^b \leq R \cdot (1 - X_m^{ij}) \\ \alpha_m^j + \varepsilon_m^j + d_{ij}^b - \beta_m^j \leq R \cdot (1 - X_m^{ij}) \end{cases} \quad (17)$$

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \forall b_j \in {}^A\mathcal{B}_j - \{s_m\}, \begin{cases} \gamma_m^j - \beta_m^j - t_{ij}^b \leq R \cdot (1 - X_m^{ij}) \\ \beta_m^j + t_{ij}^b - \gamma_m^j \leq R \cdot (1 - X_m^{ij}) \end{cases} \quad (18)$$

Pour les cantons d'origine, qui n'ont donc pas de canton qui les précède, nous utilisons la durée moyenne de traversée.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \beta_m^{s_m} = \alpha_m^{s_m} + \varepsilon_m^{s_m} + d_{s_m}^b \quad (19)$$

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \delta_m^{s_m} = \beta_m^{s_m} + t_{s_m}^b \quad (20)$$

b) *Origine*: Les AGVs occupent leur canton d'origine dès le temps zéro. Le début de l'intervalle d'occupation de ces cantons doit donc être initialisé à zéro.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \alpha_m^{s_m} = 0 \quad (21)$$

c) *Succession de cantons*: Lorsqu'un AGV a_m passe d'un canton b_i à un canton b_j , les intervalles horaires d'occupation des cantons b_i et b_j doivent se succéder, en prenant en compte la durée d_{ij}^c de traversée du carrefour ${}^i c^j$. Nous cherchons à imposer la relation :

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \forall b_j \in {}^A\mathcal{B}_i, (X_m^{i,j} = 1) \Rightarrow \alpha_m^j = \beta_m^i + d_{ij}^c \quad (22)$$

Pour linéariser cette relation, nous utilisons un *double encadrement*.

$$\begin{aligned} & \forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \forall b_j \in {}^A\mathcal{B}_i, \\ & \begin{cases} \alpha_m^j - \beta_m^i - d_{ij}^c \leq R \cdot (1 - X_m^{i,j}) \\ \beta_m^i + d_{ij}^c - \alpha_m^j \leq R \cdot (1 - X_m^{i,j}) \end{cases} \quad (23) \end{aligned}$$

Lorsque $X_m^{i,j} = 1$, le double encadrement par 0 permet d'assurer la contrainte de séquençement recherchée. Au contraire, lorsque $X_m^{i,j} = 0$, les inégalités de l'équation (23) sont toujours vérifiées.

d) *Intervalle horaires des cantons non utilisés*: Les AGV ne passant pas par un canton b_i voient leurs intervalles de temps être *calés* au temps zéro, afin de diminuer le nombre de variables non affectées du modèle mathématique à résoudre. Ainsi, il existe une relation entre les variables Y_m^i et les intervalles horaires d'occupation des cantons. Nous cherchons à imposer les relations :

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}^c, \quad (Y_m^i = 0) \Rightarrow \alpha_m^i = 0 \quad (24)$$

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}^l, \quad (Y_m^i = 0) \Rightarrow \begin{cases} \alpha_m^i = 0 \\ \varepsilon_m^i = 0 \end{cases} \quad (25)$$

Pour cela, nous devons *linéariser* l'opérateur d'implication afin d'exprimer la relation dans un format compatible avec le solveur utilisé. Les variables α_m^i et ε_m^i étant positives, il suffit d'imposer une simple inégalité pour les forcer à la valeur nulle.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}^c, \quad \alpha_m^i \leq R \cdot Y_m^i \quad (26)$$

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}^l, \quad \begin{cases} \alpha_m^i \leq R \cdot Y_m^i \\ \varepsilon_m^i \leq R \cdot Y_m^i \end{cases} \quad (27)$$

Dans les contraintes précédentes, R est une constante suffisamment grande, ce qui assure que les inégalités (26) et (27) sont toujours vérifiées lorsque $Y_m^i = 1$. Au contraire, lorsque $Y_m^i = 0$, les variables α_m^i et ε_m^i sont contraintes à devenir nulles par un double encadrement par 0.

e) *Note*: Il devrait être possible de relâcher les contraintes (26) et (27) car elles ne sont pas nécessaires pour assurer la correction des solutions renvoyées par le solveur. Des jeux d'essais devront être menés pour en mesurer l'impact.

f) *Intervalle horaire d'occupation d'un carrefour*: On rappelle que l'intervalle horaire d'occupation d'un carrefour c_p par un AGV a_m est dénoté par $[\phi_m^p, \delta_m^p]$, où les bornes temporelles sont exprimées en secondes, à partir du temps zéro correspondant à la date de réception des missions par la couche macro. Celles-ci sont contraintes par la durée de traversée nominale d_{ij}^c et par la durée de sortie t_{ij}^c du carrefour ${}^{i,c^j}$ considéré en fonction du canton traversé précédemment et du canton de destination.

$$\begin{aligned} & \forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \forall b_j \in {}^A\mathcal{B}_i, \\ & (X_m^{i,j} = 1) \Rightarrow \psi_m^{i,c^j} = \phi_m^{i,c^j} + d_{ij}^c \quad (28) \end{aligned}$$

$$(X_m^{i,j} = 1) \Rightarrow \delta_m^{i,c^j} = \psi_m^{i,c^j} + t_{ij}^c \quad (29)$$

Pour linéariser ces relations, nous utilisons un *double encadrement*.

$$\begin{aligned} & \forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \forall b_j \in {}^A\mathcal{B}_i, \\ & \begin{cases} \psi_m^{i,c^j} - \phi_m^{i,c^j} - d_{ij}^c \leq R \cdot (1 - X_m^{i,j}) \\ \phi_m^{i,c^j} + d_{ij}^c - \psi_m^{i,c^j} \leq R \cdot (1 - X_m^{i,j}) \end{cases} \quad (30) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \delta_m^{i,c^j} - \psi_m^{i,c^j} - t_{ij}^c \leq R \cdot (1 - X_m^{i,j}) \\ \psi_m^{i,c^j} + t_{ij}^c - \delta_m^{i,c^j} \leq R \cdot (1 - X_m^{i,j}) \end{cases} \quad (31)$$

g) *Traversée des carrefours*: Lors du passage d'un canton b_i à un canton b_j , l'AGV a_m traverse le carrefour ${}^{i,c^j}$. L'intervalle horaire correspondant à la traversée de ce carrefour dépend de sa date de sortie du canton b_i . Nous souhaitons imposer la relation suivante :

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \forall b_j \in {}^A\mathcal{B}_i, (X_m^{i,j} = 1) \Rightarrow \phi_m^{i,c^j} = \beta_m^i \quad (32)$$

Pour linéariser cette relation, nous utilisons un *double encadrement*.

$$\begin{aligned} & \forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \forall b_j \in {}^A\mathcal{B}_i, \\ & \begin{cases} \phi_m^{i,c^j} - \beta_m^i \leq R \cdot (1 - X_m^{i,j}) \\ \beta_m^i - \phi_m^{i,c^j} \leq R \cdot (1 - X_m^{i,j}) \end{cases} \quad (33) \end{aligned}$$

h) *Intervalle horaire des carrefours non utilisés*: Les AGV ne passant pas par un carrefour c_p voient leurs intervalles de temps être *calés* au temps zéro, afin de diminuer le nombre de variables non affectées du modèle mathématique à résoudre. Ainsi, il existe une relation entre les variables Z_m^p et les intervalles horaires d'occupation des carrefours. Nous cherchons à imposer la relation :

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall c_p \in \mathcal{C}, \quad (Z_m^p = 0) \Rightarrow \phi_m^p = 0 \quad (34)$$

Pour cela, nous devons *linéariser* l'opérateur d'implication afin d'exprimer la relation dans un format compatible avec le solveur utilisé. La variable ϕ_m^p étant positive, il suffit d'imposer une simple inégalité pour la forcer à la valeur nulle.

$$\forall a_m \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}^c, \quad \phi_m^p \leq R \cdot Z_m^p \quad (35)$$

i) *Note*: Il devrait être possible de relâcher la contrainte (35) car elle n'est pas nécessaire pour assurer la correction des solutions renvoyées par le solveur. Des jeux d'essais devront être menés pour en mesurer l'impact.

b) *Contraintes de sécurité*: Les contraintes de sécurité permettent d'interdire à deux AGV d'être présents au même moment dans le même canton ou le même carrefour. Pour les exprimer, nous utilisons les intervalles horaires définis précédemment, ainsi que des variables de séquençement permettant d'indiquer dans quel ordre deux AGV empruntant la même ressource doivent la réserver.

a) *Ordre d'occupation des cantons:* L'ordre d'occupation du canton b_i par les AGV a_m et a_n est caractérisé par les variables $B_{m,n}^i$ (qui vaut 1 lorsque a_m se présente avant a_n) et $B_{n,m}^i$ (inversement). Un des AGV doit obligatoirement être ordonnancé avant l'autre, ce qui s'exprime par la contrainte suivante :

$$\forall a_m \neq a_n \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, B_{m,n}^i + B_{n,m}^i = 1 \quad (36)$$

b) *Note:* Lorsque les AGV considérés n'empruntent pas le canton b_i , les variables $B_{m,n}^i$ et $B_{n,m}^i$ peuvent prendre des valeurs arbitraires sans que cela impacte la correction de la solution générée par le solveur.

c) *Occupation des cantons:* Si les deux AGV considérés passent par le canton b_i , on impose qu'ils utilisent cette ressource à des instants différents à l'aide de la contrainte suivante :

$$\begin{aligned} \forall a_m \neq a_n \in \mathcal{A}, \forall b_i \in \mathcal{B}, \forall c_p \in \mathcal{C}^i \\ \gamma_m^i + \omega \sum_{j \in \overleftarrow{\mathcal{A}} \mathcal{B}_i^p} X_n^{j,i} \leq \alpha_n^i + \\ R \cdot \left(4 - Y_m^i - Y_n^i - B_{m,n}^i - \sum_{j \in \overleftarrow{\mathcal{A}} \mathcal{B}_i^p} X_m^{i,j} \right) \end{aligned} \quad (37)$$

L'équation (36) implique que si deux AGV a_m et a_n sont affectés au même canton b_i , et que l'AGV a_m se dirige vers le carrefour c_p , le terme $4 - Y_m^i - Y_n^i - B_{m,n}^i - \sum_{j \in \overleftarrow{\mathcal{A}} \mathcal{B}_i^p} X_m^{i,j}$ est nul. Dans le cas où l'AGV a_n se dirige également vers le carrefour c_p , l'équation (37) implique ainsi que $\gamma_m^i \leq \alpha_n^i$ et donc que l'AGV a_m quitte le canton b_i avant l'arrivée de l'AGV a_n dans ce même canton. Dans le cas où l'AGV a_n ne se dirige pas vers le carrefour c_p , l'équation (37) implique que $\gamma_m^i < \alpha_n^i$. L'ingélaté stricte dans ce cas empêche deux AGV de se croiser entre un carrefour et un canton (ce qui n'est pas possible). Si le terme est strictement positif (parce que l'un ou l'autre des AGV ne passe pas par le canton b_i , ou parce que a_m est séquencé après a_n quand $B_{m,n}^i = 0$), la contrainte (37) est trivialement vérifiée compte tenu de la grande valeur de la constante R .

d) *Note:* Il est connu que la valeur de R a un impact sur les performances du solveur utilisé. Des jeux d'essais devront être menés pour le mesurer. La valeur de ω a également un impact sur les performances du solveur. Une valeur trop petite peut fournir des solutions non réalisables, tandis qu'une valeur trop grande peut amener le solveur à écarter des bonnes solutions.

e) *Ordre d'occupation des carrefours:* L'ordre d'occupation du carrefour c_p par les AGV a_m et a_n est caractérisé par les variables $C_{m,n}^p$ (qui vaut 1 lorsque a_m se présente avant a_n) et $C_{n,m}^p$ (inversement). Un des AGV doit obligatoirement être ordonnancé avant l'autre, ce qui s'exprime par la contrainte suivante :

$$\forall a_m \neq a_n \in \mathcal{A}, \forall c_p \in \mathcal{C}, C_{m,n}^p + C_{n,m}^p = 1 \quad (38)$$

f) *Note:* Lorsque les AGV considérés n'empruntent pas le carrefour c_p , les variables $C_{m,n}^p$ et $C_{n,m}^p$ peuvent prendre des valeurs arbitraires sans que cela impacte la correction de la solution générée par le solveur.

g) *Occupation des carrefours:* Les mêmes considérations que précédemment sont utilisées pour interdire la présence de deux AGV différents dans un même carrefour.

$$\begin{aligned} \forall a_m \neq a_n \in \mathcal{A}, \forall c_p \in \mathcal{C}, \\ \delta_m^p \leq \phi_n^p + R \cdot (3 - Z_m^p - Z_n^p - C_{m,n}^p) \end{aligned} \quad (39)$$

IV. RÉSULTATS

Différents jeux d'essai ont été créés pour tester la modélisation et vérifier que les contraintes du système sont respectées. Pour cela, deux réseaux simples qui illustrent des problématiques particulières à résoudre ont été créés. Le premier réseau est illustré par la figure 1. Il contient une grue de quai et une grue de stockage. Ce réseau est utilisé par trois jeux d'essai :

- jeu1 : une mission est gérée par un AGV. La mission est un transfert de la grue de quai (haut de la figure) vers la grue de stock (bas de la figure). Il permet de vérifier la capacité du modèle mathématique à fournir des solutions à la problématique du routage.
- jeu2a : deux missions sont gérées par deux AGVs. La première mission est un transfert de la grue de quai vers la grue de stock. La deuxième mission est un transfert de la grue de stock vers la grue de quai. Il permet de vérifier la gestion de carrefour et des circulations verticales.
- jeu2b : deux missions sont gérées par deux AGVs. Les deux missions sont un transfert de la grue de quai vers la grue de stock.

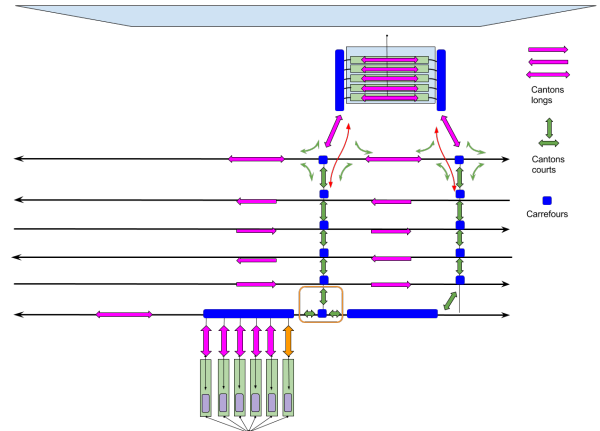


Fig. 1. Topologie du premier réseau

Le deuxième réseau est illustré par la figure 2. Il contient deux grues de quai et trois grues de stocks. Ce réseau est utilisé par un seul jeu d'essai (jeu3). Dans ce jeu, quatre missions sont gérées par quatre AGVs. Les détails des missions sont décrites

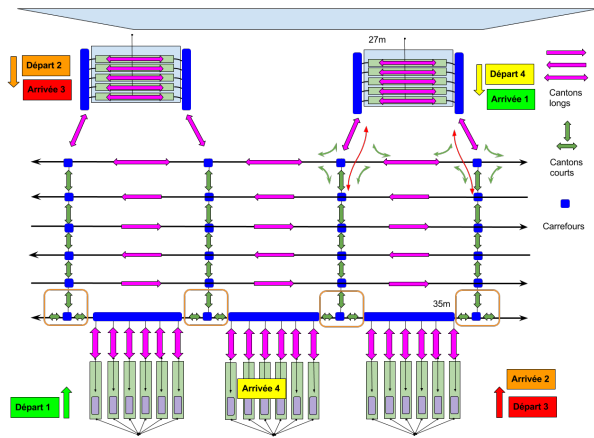


Fig. 2. Topologie du deuxième réseau

dans la figure 2. Il permet de vérifier la gestion de circulations horizontales et du phénomène de blocage.

Le modèle a été résolu à l'aide du solveur CPLEX sur un PC disposant d'un processeur cadencé à 2,7GHz et de 8Go de RAM. Un temps limite de 1h a été imposé au solveur. Les résultats sont résumés dans le tableau I. La colonne "Coût" représente le coût de la fonction objectif, la colonne "Temps" représente le temps d'exécution du solveur en secondes et la colonne "gap" représente la différence entre la solution trouvée par le solveur et la borne inférieure. Un gap égal à 0 indique que la solution optimale a été trouvée.

Ces résultats permettent de voir que les contraintes physiques du système sont bien respectées, notamment au niveau des contraintes de sécurité. En effet, il est important que plusieurs AGVs ne peuvent pas se trouver dans le même canton ou carrefour au même moment. Ils permettent également de mettre en évidence la limite de résolution optimale rapidement atteinte par le solveur. A partir de quatre AGVs, le solveur n'est plus en mesure de trouver la solution optimale. Il faut cependant noter qu'une solution (non optimale) est tout de même trouvée par celui-ci en moins d'une seconde par le jeu3.

Jeu	Coût	Temps (s)	Gap (%)
jeu1	122	< 1	0
jeu2a	254	< 1	0
jeu2b	285	< 1	0
jeu2	328	3600	30

TABLE I

RÉSULTATS DES DIFFÉRENTS JEUX D'ESSAI

V. CONCLUSION

Cet article concerne la gestion d'une flotte d'AGV dans un environnement portuaire. Lorsqu'un ordre de transport arrive des autorités portuaires (TOS), il convient de trouver une solution pour transporter le conteneur de son origine vers son lieu de stockage. C'est un problème classique de routage d'une flotte de véhicule. Il constitue un problème complexe et ouvert s'incriminant dans les problèmes d'optimisation combinatoire. Il

s'agit de trouver les routes pour chaque mission et de respecter les contraintes horaires proposées. Le modèle proposé résout et optimise le flux de véhicule à partir d'une position initiale quelconque.

Malheureusement, le constat est que ce modèle souffre du passage à l'échelle. Les travaux à venir visent à contourner ce problème. Deux pistes sont poursuivies actuellement. La première consiste à proposer des heuristiques spécifiques ; l'intérêt réside dans l'obtention rapide d'une solution. Une autre piste consiste à affiner le modèle mathématique pour tenter de faire chuter la combinatoire.

REFERENCES

- [1] D. Steenken, S. Voß et R. Stahlbock. Container terminal operation and operations research - a classification and literature review. In : OR Spectrum 26.1 (2004), p. 3–49.
- [2] R. Stahlbock et S. Voß. Operations research at container terminals : a literature update. In : OR Spectrum 30.1 (2008), p. 1–52.
- [3] H. J. Carlo, I. F. Vis et K. J. Roodbergen. Transport operations in container terminals : Literature overview, trends, research directions and classification scheme. In : European Journal of Operational Research 236.1 (2014), p. 1 –13.
- [4] Vis, I. F. A., de Koster, R. Transshipment of containers at a container terminal : An overview. European journal of operational research, vol. 147, n 1, pages 1–16, 2003.