



Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2

Frédéric Tempier

► To cite this version:

Frédéric Tempier. Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. Grand N, Revue de mathématiques, de sciences et technologie pour les maîtres de l'enseignement primaire, 2010, 86, pp.59 - 90. hal-01724726

HAL Id: hal-01724726

<https://hal.science/hal-01724726>

Submitted on 6 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNE ÉTUDE DES PROGRAMMES ET MANUELS SUR LA NUMÉRATION DÉCIMALE AU CE2

Frédéric TEMPIER

IUFM Université de Poitiers, Site de la Charente

Doctorant au LDAR, Université Paris 7

Notre système de numération écrit est un objet très naturalisé chez les adultes. Son enseignement semble susciter des difficultés pour les enseignants. Cela a été rapporté par certains chercheurs. En 1984 déjà, dans cette même revue (numéros 33 et 34), dans une recherche québécoise de cinq années sur la numération de position au primaire, Bednarz et Janvier ont mis en évidence certaines difficultés liées à son enseignement :

« les résultats et les observations nous révèlent le peu de soutien qu'apporte l'enseignement courant de la numération. Axé sur l'écriture conventionnelle, cet enseignement met davantage l'accent sur le bagage symbolique et le vocabulaire technique que sur le sens que l'enfant doit accorder à l'écriture. En effet, celui-ci interprète l'écriture en termes de découpage, d'ordre, de position sans donner à la position une signification véritable en termes de groupements. » (Bednarz & Janvier, 1984, p. 30)

On retrouve un phénomène assez proche cette fois concernant des enseignants américains, dans le travail de Liping Ma (1999). Elle constate, lors d'entretiens, que chez beaucoup d'enseignants américains, les connaissances de numération ne sont pas mobilisées par certains enseignants, par exemple pour justifier ou expliquer les techniques posées de soustraction ou de multiplication. Elle explique alors que, même si ces enseignants utilisent dans leurs explications le terme « place value » (valeur des chiffres en fonction de leur position), ce n'est pas avec la même signification (nous traduisons) : ce que ces enseignants

« voulaient dire par « place value » était seulement la première moitié de cette expression, « place » - la position des nombres [...]. Quand des enseignants [...] parlaient de la « colonne des dizaines » (« tens column ») ou de la « colonne des centaines » ils ne se concentraient pas sur la valeur des chiffres dans ces colonnes. Ils utilisaient les termes « dizaines » et « centaines » comme des étiquettes pour les colonnes ». (Liping Ma, 1999, p. 29)

Dans une recherche plus récente, en France, Parouty (2005) a demandé à des enseignants ce qu'ils pensaient du problème suivant pour des élèves de CE2 :

« Pour carreler une pièce, il faut 8564 carreaux. Les carreaux sont vendus par paquets de 100. Combien de paquets faut-il commander ? ».

En grande majorité, ceux-ci ont répondu « *qu'il s'agissait d'une situation d'apprentissage de la division et d'ajouter que c'était impossible de demander cela à des CE2* ». Étant surprise de cette réponse, elle leur a alors « *demandé s'ils faisaient eux-mêmes une division pour trouver la réponse* » et, bien évidemment, ils ont tous répondu qu'ils « *lisaient* » le nombre de centaines, directement ». Elle poursuit :

« Je n'avais pas imaginé en préparant cette situation dite « des carrelages » que les enseignants donneraient cette interprétation. Ce qui m'étonne, c'est que la situation change d'intérêt selon qu'ils la situent dans un contexte scolaire, ou dans un contexte quotidien, social. Ils attendent de leurs élèves des stratégies qu'ils ne mobilisent pas eux-mêmes. »

Nous sommes bien devant un phénomène qui ne relève donc pas d'un manque de connaissance des enseignants interrogés, mais qui est plus général et qui doit être interprété en lien avec la façon dont l'institution prend en charge ce type de problème en CE2. On peut en effet penser que, si les enseignants n'évoquent pas leurs propres stratégies de résolution, c'est bien qu'ils n'ont pas identifié ces stratégies comme légitimes à ce niveau de scolarité. Cette légitimité est portée principalement par les attentes institutionnelles pour l'enseignement de la numération.

De manière plus générale, pour mieux comprendre les difficultés dans l'enseignement de la numération pointées par les recherches citées ci-dessus, il nous semble nécessaire de regarder comment est pris en charge cet enseignement d'un point de vue institutionnel, c'est-à-dire à travers ce que l'on peut en voir dans les programmes officiels, les évaluations nationales et les manuels. Pour les maîtres, ce sont, en effet, ces ressources qui influencent de manière essentielle leur façon de penser leur enseignement des notions mathématiques.

Avant de nous engager dans cette étude nous allons rappeler les deux aspects de notre système de numération écrit.

Les savoirs de la numération décimale de position

Aspect position de la numération

Commençons par regarder la production de Théo, élève de CE2, pour un exercice de recomposition de nombres. Il s'agit ici de passer d'une écriture en unités de numération (unités, dizaines, centaines, milliers) à l'écriture en chiffres.

Cet élève juxtapose les chiffres dans l'ordre dans lequel ils sont donnés.

3. Complète

- a. 8 dizaines + 5 unités = 85.....
- b. 1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = 193....
- c. 6 centaines + 9 unités = 69.....
- d. 7 unités + 2 dizaines + 4 centaines = 724....
- e. 3 dizaines + 6 centaines = 36.....

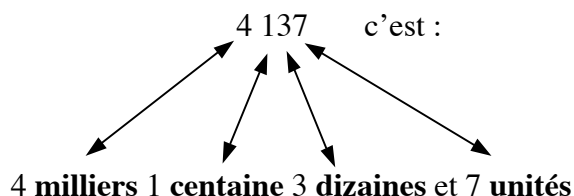
Théo, CE2

Il a compris qu'il y avait un lien entre le nombre d'unités de chaque ordre et les chiffres composant le nombre mais ne sait pas comment associer les deux.

En fait, il s'agit ici d'associer chaque unité de numération (unités, dizaines, centaines) à un rang dans l'écriture du nombre. Le rang des unités est le 1^{er} rang (en partant de la droite), le rang des dizaines est le 2^{ème} rang, etc.

Le savoir en jeu est donc le suivant (exposé ici pour les nombres à quatre chiffres) :

Aspect position de la numération : dans l'écriture d'un nombre, la valeur des chiffres dépend de leur position.



Ce que l'on écrit souvent dans un tableau de numération :

M	C	D	U
4	1	3	7

Le chiffre 0 sert à marquer la position des chiffres quand une unité est absente.

Aspect décimal de la numération

Voici la production d'Élisa, une autre élève de CE2, avec un nouvel exercice :

3. Complète a. 8 dizaines + 5 unités = <u>85</u>..... b. 1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = <u>193</u>..... c. 6 centaines + 9 unités = <u>609</u>..... d. 7 unités + 2 dizaines + 4 centaines = <u>427</u>..... e. 3 dizaines + 6 centaines = <u>630</u>.....	5. Complète a. 2 dizaines + 15 unités = <u>35</u>..... b. 4 centaines + 10 dizaines = <u>410</u>..... c. 5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = <u>519</u>..... d. 6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = <u>635</u>.....
---	--

Élisa, CE2

Même si l'aspect position de la numération semble compris par Élisa (réussite à l'exercice 3), cela ne semble pas suffire, pour réussir l'exercice 5.

Si on considère par exemple « 5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = ... », pour réussir cette tâche il faut non seulement savoir associer chaque unité à son rang (aspect position de la numération), mais aussi savoir que 10 dizaines = 1 centaine, et donc que 12 dizaines = 1 centaine + 2 dizaines. Ainsi, en ajoutant cette centaine aux 5 centaines de départ, on obtient 6 centaines + 2 dizaines + 3 unités que l'on peut écrire 623. L'autre savoir en jeu concerne donc les relations entre les unités de numération¹ (en particulier, ici, 10 dizaines = 1 centaine).

¹ Ce savoir se prolonge ensuite naturellement pour les décimaux avec des fractionnements successifs de l'unité par 10 : 1 unité c'est 10 dixièmes, 1 dixième c'est 10 centièmes, donc 1 unité c'est 100 centièmes, etc.

Aspect décimal de la numération (ou relations entre unités) : 10 unités d'un certain rang sont égales à une unité du rang supérieur.

1 dizaine = 10 unités,

1 centaine = 10 dizaines, donc 1 centaine = 100 unités

1 millier = 10 centaines, donc 1 millier = 100 dizaines et 1 millier = 1000 unités.

Pour évoquer cela, on parle souvent de « groupements » ou d'« échanges » ce qui permet de faire le lien avec les activités réalisées avec un matériel de numération. Par exemple, avec des allumettes, on peut faire un groupement par dizaine en entourant 10 allumettes avec un élastique, puis grouper 10 dizaines d'allumettes dans 1 sachet (donc 1 centaine d'allumettes), et ainsi de suite (récursivité des groupements). Avec de la monnaie, on réalise des échanges : 10 pièces de 1 euro s'échangent contre 1 billet de 10 euros et, à leur tour, 10 billets de 10 euros s'échangent contre 1 billet de 100 euros.

Quand on regarde juste l'écriture d'un nombre (en chiffres) on ne voit pas apparaître cette notion de groupements successifs par 10 : les différentes unités, ainsi que leurs liens, sont invisibles dans cette écriture. D'un point de vue épistémologique, Serfati (2005), parlant de l'interprétation d'un nombre écrit en chiffres, explique :

« Si immédiate qu'elle nous paraisse aujourd'hui, cette interprétation aura cependant requis deux aspects distincts et liés, position et décimalité, dont la conjonction signifiante n'était nullement allée de soi des siècles durant ». (p. 66-67)

Une spécificité de notre système de numération tient donc au fait que la « concaténation » (Serfati, 2005) de chiffres cache le fait que ces chiffres n'ont pas tous la même valeur et surtout le lien (décimal) entre les valeurs de ces chiffres. L'apprentissage de notre système de numération écrit consiste donc bien pour les élèves à comprendre ce que cache cette écriture en chiffres.

Importance pour les techniques opératoires

Les deux aspects de la numération sont en jeu dans toutes les techniques opératoires. En particulier, l'aspect décimal intervient dans les retenues pour les techniques usuelles de l'addition, de la soustraction et de la multiplication.

L'addition et la soustraction posées

Dans le cas de **l'addition posée**, quand on ajoute 345 à 593 (voir ci-contre), au rang des dizaines on ajoute 4 dizaines à 9 dizaines, on obtient 13 dizaines qu'il faut ensuite convertir en 1 centaine et 3 dizaines. C'est donc la relation 10 dizaines = 1 centaine qui est ici en jeu (aspect décimal), mais aussi la position occupée par les centaines : le 3^{ème} rang (aspect position).

$$\begin{array}{r} 1 \\ 593 \\ + 345 \\ \hline 938 \end{array}$$

Pour **la soustraction posée**, les deux techniques présentées ci-après utilisent aussi les égalités entre 1 dizaine et 10 unités, 1 centaine et 10 dizaines, etc.

Par exemple, il s'agit de soustraire 392 de 527.

Technique dite « par emprunt » : au rang des dizaines, on ne peut soustraire 2 dizaines de 9 dizaines, donc on échange 1 centaine contre 10 dizaines. On peut maintenant soustraire 9 dizaines de 12 dizaines : cela fait 3 dizaines. Il reste alors 4 centaines ...

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \ 12 \ 7 \\ - 3 \ 9 \ 2 \\ \hline 1 \ 3 \ 5 \end{array}$$

Technique traditionnelle française : au rang des dizaines, on ne peut soustraire 2 dizaines de 9 dizaines. On ajoute alors 10 dizaines à 527. Pour ne pas modifier la différence, il faut aussi ajouter 10 dizaines à 392. Comme 1 centaine est égale à 10 dizaines, on ajoute alors 1 centaine à 392. On peut maintenant soustraire 9 dizaines de 12 dizaines : cela fait 3 dizaines. Il reste alors à soustraire 4 centaines de 5 centaines.

$$\begin{array}{r} 5 \ 12 \ 7 \\ - 3 \ 9 \ 2 \\ \hline 1 \\ 1 \ 3 \ 5 \end{array}$$

La multiplication et la division posées

Pour la **multiplication posée** (usuelle française), nous allons commencer par regarder le cas de la multiplication par un nombre **à un chiffre**, sur l'exemple 543×6 .

On utilise une décomposition de 543 en :

5 centaines + 4 dizaines + 3 unités

et on multiplie par 6 chacun des trois termes (distributivité de la multiplication par rapport à l'addition). Cela fait alors intervenir les relations entre les unités au niveau des retenues (non écrites ici) comme on le voit dans les détails des calculs ci-contre.

$$\begin{array}{r} 5 \ 4 \ 3 \\ \times \quad 6 \\ \hline 3 \ 2 \ 5 \ 8 \end{array}$$

$6 \times 3u = 18u = 1d + 8u$
 $6 \times 4d + 1d = 25d = 2c + 5d$
 $6 \times 5c + 2c = 32c = 3m + 2c$

Remarque : pour la multiplication en ligne par 10, 100, etc. les deux aspects de la numération sont également en jeu pour expliquer et justifier la règle utilisée (la « règle des zéros »). En effet, pourquoi dit-on que pour calculer $32 \times 100 = 3 \ 200$ « on ajoute les deux zéros de 100 à droite de 32 » ? En fait, 32×100 c'est 32 centaines, et 32 centaines c'est 3 milliers et 2 centaines (car 10 centaines = 1 millier), cela s'écrit donc 3 200 (car 3 milliers et 2 centaines, c'est un 3 au rang des milliers et un 2 au rang des centaines).

Pour la multiplication par un nombre **à plusieurs chiffres**, nous allons considérer l'exemple de 543×26 .

On utilise une décomposition de 26 (multiplicateur) en 2 dizaines + 6 unités.

On a alors $543 \times 26 = 543 \times (2 \text{ dizaines} + 6 \text{ unités})$, soit $543 \times (2 \text{ dizaines}) + 543 \times (6 \text{ unités})$ c'est-à-dire (543×2) dizaines + (543×6) unités. On retrouve donc deux multiplications par des nombres à un chiffre : 543×6 et 543×2 (dans cet ordre).

$$\begin{array}{r} 5 \ 4 \ 3 \\ \times \quad 2 \ 6 \\ \hline 3 \ 2 \ 5 \ 8 \quad \leftarrow 543 \times 6 \text{ unités} \\ 1 \ 0 \ 8 \ 6 \ 0 \quad \leftarrow 543 \times 2 \text{ dizaines} \\ \hline 1 \ 4 \ 1 \ 1 \ 8 \quad \leftarrow 543 \times (6u + 2d) \end{array}$$

Mais comme la deuxième multiplication donne un nombre de dizaines, on écrit un 0 à droite de ce nombre² pour le convertir en unités (ce qui se justifie comme dans le cas de la multiplication par 10, 100 ... avec les deux aspects de la numération). On termine en calculant la somme de ces deux multiplications par une addition posée.

Enfin, les savoirs de la numération nous permettent également, dans le cas de la **division posée** (usuelle française), de comprendre les différentes étapes mais aussi de déterminer le nombre de chiffres du quotient.

Par exemple, dans la division de 1 234 par 5, on commence par faire la division de 12 centaines par 5. Or, ce 12 de 1 234 correspond à 12 centaines (car 1 millier et 2 centaines), et dans 12 centaines, il y a 5 fois 2 centaines (et il reste 2 centaines). Le premier chiffre du quotient de la division est donc un 2 au rang des centaines. Le quotient de la division sera donc un nombre à trois chiffres.

Ensuite, « on abaisse » le 3. En effet, il faut maintenant diviser les 2 centaines qui restent ajoutées aux 3 dizaines de 1 234, soit 23 dizaines à diviser par 5. Le fait d'« abaisser » le 3 permet de faire apparaître ces 23 dizaines. En fait, pour diviser 1 234 par 5, on utilise une décomposition de 1 234 en 12 centaines + 3 dizaines + 4 unités. Voici comment nous pouvons écrire en ligne les différentes étapes du calcul (nous encadrons les chiffres du quotient obtenus successivement) :

12 centaines = $5 \times \boxed{2}$ centaines + 2 centaines

2 centaines + 3 dizaines = 23 dizaines (car 1 centaine = 10 dizaines)

23 dizaines = $5 \times \boxed{4}$ dizaines + 3 dizaines

3 dizaines + 4 unités = 34 unités (car 1 dizaine = 10 unités)

34 unités = $5 \times \boxed{6}$ unités + 4 unités

$$\begin{array}{r|l} \widehat{1\ 234} & 5 \\ \hline & 246 \\ & 23 \\ & 34 \\ & 4 \end{array}$$

Finalement, 1 234 unités = $5 \times (2 \text{ centaines} + 4 \text{ dizaines} + 6 \text{ unités}) + 4 \text{ unités}$ soit $5 \times 246 \text{ unités} + 4 \text{ unités}$.

Ce petit détour par l'étude des techniques opératoires usuelles nous a donc permis de voir que les savoirs de la numération (aspect position, aspect décimal) permettent d'expliquer et de justifier ces techniques³. Il s'agit donc bien de savoirs essentiels dans les mathématiques de l'école élémentaire.

Problématique, cadre théorique et méthodologie

La problématique

La mise en évidence des deux aspects de la numération nous amène à voir les constats faits par Bednarz et Janvier (1984) comme montrant que les activités observées dans les classes amènent les élèves à une compréhension de la numération uniquement sous son aspect position.

² On peut aussi ne pas écrire le « 0 » (voire même le remplacer par un point) : on fait un « décalage » d'un rang en laissant un blanc au rang des unités, mais cela se justifie de la même manière.

³ Ces techniques opératoires s'appuient également sur d'autres savoirs mathématiques, mais nous nous sommes centrés sur ceux qui concernent la numération pour mieux servir notre propos.

Par exemple, elles constatent que dans les exercices proposés aux élèves « *toute représentation du nombre apparaît selon un alignement reprenant l'ordre de l'écriture conventionnelle du nombre* ». En voici un exemple (il faut retrouver le nombre correspondant à cette collection) :



Elles concluent alors qu'« *imposer prématurément une présentation ordonnée conduit nécessairement l'enfant à une interprétation de l'écriture en termes de découpage, d'ordre, de position, et écarte toute signification véritable accordée à cette position en termes de groupements* ».

L'aspect décimal de la numération apparaît alors comme une source de difficultés importante chez les élèves. Voici ce qu'elles ont relevé :

- « *difficulté à voir les groupements et leur rôle dans l'écriture conventionnelle malgré la place prépondérante que le travail sur cette écriture occupe dans l'enseignement ;*
- *difficulté à voir la pertinence de ces groupements, même si les exercices dans l'enseignement ont amené les enfants à faire des regroupements ;*
- *difficulté à opérer avec ces groupements, les faire et les défaire ;*
- *difficulté à travailler simultanément avec deux groupements différents ;*
- *difficulté à interpréter les procédures de calcul relatives aux opérations (addition, soustraction, multiplication, division) en termes de groupements, qui conduit à des erreurs classiques sur les opérations. »*

Vingt-six ans après, où en est-on ? Peut-on observer dans les classes les mêmes types de difficultés chez les élèves ? Les activités proposées par les enseignants prennent-elles davantage en compte les deux aspects de la numération ?

Pour permettre de mieux comprendre les choix qu'un enseignant peut effectuer dans sa préparation et sa gestion des activités portant sur la numération décimale, nous allons étudier la façon dont les programmes, les évaluations nationales et les manuels prennent en compte l'étude de ces savoirs.

Quelles sont alors **les contraintes institutionnelles portées par les programmes, évaluations et manuels pour l'enseignement de la numération au CE2** (pour les nombres à quatre chiffres) qui peuvent influencer les pratiques des enseignants ? Quelles sont les **marges de manœuvre** que ceux-ci pourront investir ?

Le cadre théorique

En théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999), on regarde l'activité mathématique dans le cadre d'une *Organisation Mathématique* (OM). Celle-ci s'organise autour d'un (ou plusieurs) *type(s) de tâches*. Pour effectuer un type de tâche T, on dispose d'au moins une certaine *technique* τ . Ce bloc [T, τ] constitue le *bloc des savoirs-faire*. Les techniques peuvent être expliquées, justifiées et produites par l'utilisation d'un savoir (ou technologie) qui lui-même s'insère dans une théorie T. Le bloc constitué des technologies et théorie constitue le *bloc des savoirs*.

Par exemple, s'il s'agit de dénombrer (type de tâche T) la collection représentée ci-contre (matériel de numération classique), une première technique τ_1 est l'utilisation d'un comptage oral de mille en mille, cent en cent, dix en dix et un en un : on obtient alors « trois mille deux cent quarante-cinq », que l'on écrit ensuite 3 245. Les savoirs (ou technologies) qui permettent d'expliquer et de justifier cette technique sont :

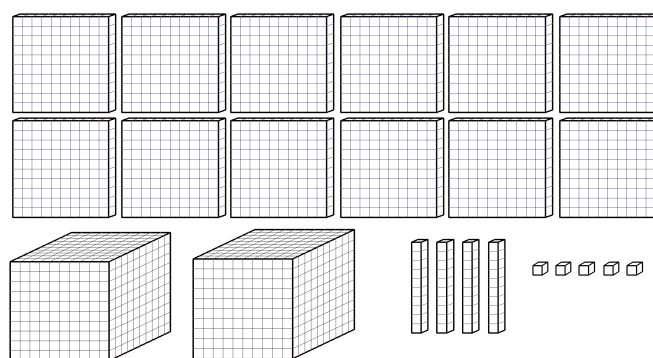


Figure 1 : Collection à dénombrer

- la suite orale des nombres de un en un, dix en dix, cent en cent, mille en mille.
- la relation entre la numération écrite et la numération parlée. Par exemple, « trois mille » c'est 3 milliers, donc un 3 au 4^{ème} rang en partant de la droite, etc. (il y a des irrégularités). Cela met en particulier en jeu l'aspect position de la numération.

Une deuxième technique τ_2 est le groupement de 10 centaines en 1 millier. On obtient 3 milliers, 2 centaines, 4 dizaines et 5 unités. On associe alors directement le nombre d'unités de chaque ordre à sa position dans l'écriture en chiffres, ici 3 245. Les savoirs (ou technologies) en jeu sont cette fois :

- aspect décimal de la numération (pour justifier le groupement)
- aspect position de la numération (pour justifier l'association unité/position)

Les organisations mathématiques de la numération à l'école primaire ne sont pas les mêmes que celles que l'on peut rencontrer dans un traité universitaire par exemple. Le concept de transposition didactique (Chevallard, 1991) permet d'étudier les modifications que subit un objet de savoir « savant » quand il est d'abord désigné comme étant objet « à enseigner » puis quand il devient objet « enseigné ». Ces transformations se font à l'intérieur de différentes institutions (notées I_n), qui jouent toutes un rôle différent dans ce processus, lui-même résumé par la figure suivante (Bosch & Gascon, 2005) :

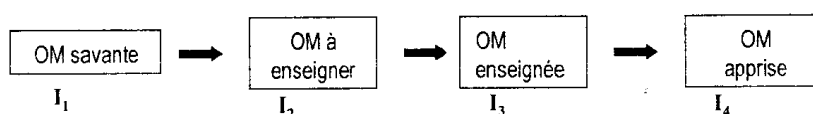


Figure 2 : Schéma de la transposition didactique

Bosch et Gascon précisent alors : « la TAD postule qu'il n'est pas possible d'expliquer les caractéristiques du « savoir appris » [...] sans prendre en considération toutes les étapes de la transposition ». Dans le cadre de cet article, nous nous intéresserons seulement à l'OM à enseigner (celle que l'on étudie à partir des manuels et des programmes). Dans l'étude de cette OM à enseigner, nous allons nous centrer sur les possibilités d'apparition de l'aspect décimal de la numération. Pour cela nous pointerons, dans les ressources étudiées, les types de tâches qui permettent de mettre en jeu ce savoir. Par souci de concision, nous ne parlerons pas des techniques. Cependant, les techniques

interviennent dans ce lien entre type de tâche et savoir comme nous l'avons dans l'exemple précédent du dénombrement d'une collection.

Cette centration sur l'aspect décimal de la numération, nous amènera également à ne pas trop nous attacher aux types de tâches qui concernent :

- le type de tâche que nous appellerons *comparer* (pour simplifier) et qui concerne l'ordre sur les nombres (comparer, ranger, encadrer, écrire des nombres sur une droite graduée) puisqu'il s'agit plutôt d'utiliser l'algorithme de la suite écrite des nombres,
- mais aussi le type de tâche que nous appellerons *lire/écrire* qui concerne l'association entre la désignation orale et la désignation écrite (en chiffres) des nombres : celui-ci met en jeu la position comme nous l'avons vu dans l'exemple du dénombrement ci-dessus, mais aussi l'association entre les milliers et le mot « mille » (avec une exception : un millier se dit « mille » et non « un mille »), entre les centaines et le mot « cent » (avec une exception : une centaine se dit « cent » et non « un cent ») et entre l'écriture en chiffres des nombres inférieurs à cent et leur écriture en lettres (ce qui comporte de nombreuses irrégularités ...)

La méthodologie

Tout d'abord, concernant le choix des nombres à quatre chiffres pour cette étude, celui-ci est principalement guidé par notre objectif qui est de regarder particulièrement l'aspect décimal de la numération. En effet, pour ces nombres, l'itération des groupements par 10 est plus riche que pour les nombres à trois chiffres (où on a seulement $10u = 1d$ et $10d = 1c$). Cela a aussi pour conséquence de faire intervenir toutes les relations qui découlent de ces groupements itérés par 10 : les relations entre milliers et dizaines, milliers et unités et entre centaines et unités ($1m = 100d$, $1m = 1000u$ et $1c = 100u$). Notre choix s'est donc porté sur la classe de CE2 (élèves de 8-9 ans).

Pour étudier l'OM à enseigner (et en particulier comment y intervient l'aspect décimal de la numération) nous avons choisi de prendre en compte :

- a) Les derniers programmes (2007, 2008), ainsi que ceux de 2002 qui ont encore une influence sur les pratiques des enseignants et qui étaient accompagnés de documents d'application apportant des précisions sur l'organisation mathématique en jeu, et permettant ainsi d'en faciliter l'étude. Pour chacun de ces programmes, nous compléterons ces analyses par un regard sur les évaluations nationales qui leur sont associées (CE2 et sixième de 2005 pour les IO de 2002 et CM2 de 2009 pour les IO de 2008).
- b) Trois manuels de CE2 dont les auteurs sont influencés par les travaux de didactique des mathématiques et qui compte des formateurs d'IUFM parmi leurs auteurs (ce qui leur donne une certaine légitimité institutionnelle). Un des auteurs⁴ a participé au groupe de travail chargé de l'élaboration des programmes de 2002. De plus, deux de ces manuels (« *J'apprends les maths* » et « *Cap Maths* ») sont largement utilisés dans les classes. Les éditions consultées datent respectivement de 2003 et de 2007 (plus précisément de mars 2007, soit avant la parution des programmes de 2007).

⁴ Roland Charnay, directeur de la collection Cap Maths, Hatier.

Pour le troisième manuel (« *La tribu des maths* »), nous avons consulté une édition récente (2008) qui prend donc en compte les derniers programmes (cela est d'ailleurs attesté sur la couverture : « *conforme aux nouveaux programmes 2008* »).

Enfin, pour limiter notre étude, nous avons fait le choix de ne pas prendre en compte ce qui a été fait en début d'année pour les nombres à trois chiffres dans les manuels étudiés, et de nous centrer sur les séances de numération, même si nous savons que la numération peut aussi être travaillée dans d'autres domaines, en particulier dans le calcul posé, comme nous l'avons vu précédemment.

Étude des contraintes et libertés institutionnelles

Étude du programme de 2002 et des évaluations nationales correspondantes

Le programme 2002

Voici les compétences du programme de 2002, dans le domaine « Connaissance des nombres entiers », qui permettraient a priori de mettre en jeu l'aspect décimal de la numération décimale :

- « Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position ;
- Donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100, 1000, etc.
- Retrouver rapidement l'écriture chiffrée d'un nombre à partir d'une décomposition utilisant 10, 100, 1000, etc. »

Les commentaires du document d'application de ces programmes nous permettent de voir que derrière la première de ces compétences se cache en fait le type de tâche que nous appellerons *nombre de* :

« Les mots dizaines, centaines, milliers... sont employés comme synonymes et reformulés sous la forme de « paquets » de 10, de 100, de 1000... [...] Les formulations du type « Combien y a-t-il de paquets de 10 dans 8 926 ? » accompagnent celles comme « Quel est le nombre de dizaines dans 8 926 ? » » (c'est nous qui soulignons).

Les deuxième et troisième compétences correspondent au type de tâche *décomposer / recomposer*. Là encore, les commentaires nous éclairent un peu plus :

« Ces décompositions peuvent être du type suivant :

$$5324 = (5 \times 1000) + (3 \times 100) + (2 \times 10) + 4$$

$$5324 = (53 \times 100) + 24.$$

Mais aussi :

$$(3 \times 100) + (5 \times 1\,000) + (6 \times 10) = 5\,360$$

$$(3 \times 100) + (12 \times 10) + 8 + (5 \times 1000) = 5\,428.$$

De telles égalités sont produites en référence à la valeur des chiffres en fonction de leur position. »

Dans ces exemples de décomposition/recomposition, l'aspect décimal est parfois en jeu lorsqu'il y a des groupements à effectuer : c'est le cas quand il y a plusieurs chiffres devant une unité, comme par exemple pour 12×10 (qu'il faut transformer à $1 \times 100 + 2 \times 10$ pour ajouter ensuite les 3×100). Cependant, les différences entre ces types de décomposition (un ou deux chiffres devant une unité) ne sont pas explicitées : il n'apparaît pas que certaines mettent en jeu un autre savoir que la seule position. Ces exemples du document d'application nous montrent également que ce type de tâche est uniquement associé aux écritures avec les puissances de 10 (10, 100, 1000). Des décompositions utilisant les unités de numération, du type $5\,324 = 5 \text{ milliers} + 3 \text{ centaines} + 2 \text{ dizaines} + 4 \text{ unités}$ n'apparaissent pas. Elles étaient pourtant largement utilisées dans l'enseignement au cours du XX^{ème} siècle (voir Chambris, 2008, qui a fait une étude de l'évolution de l'enseignement de la numération au cours de ce siècle), mais il semble qu'après la réforme des mathématiques modernes, elles aient quasiment disparu. Depuis cette période, les unités de numération semblent apparaître principalement pour désigner le nom des rangs dans l'écriture en chiffres d'un nombre. Cette réforme a amené l'institution à dévaloriser le mélange du registre de la langue naturelle (les mots « unités », « dizaines », ...) et de celui des écritures arithmétiques (avec les signes + et =).

Cela n'est pas sans conséquence sur l'utilisation des savoirs de la numération. En effet, il semble que du coup, l'aspect décimal soit principalement pris en charge par des règles de calcul (notamment la règle des zéros). Pour comprendre cela, considérons l'exemple donné dans les commentaires du programme : « *Dans 8 926, il y a 89 paquets de 100* ». Voici deux techniques (et technologies) possibles :

- $8\,926 = 8\,900 + 26 = 89 \times 100 + 26$ car : « multiplier par 100 revient à ajouter deux zéros à droite » (règle de calcul) ;
- $8\,926 = 8 \text{ milliers} + 9 \text{ centaines} + 2 \text{ dizaines} + 6 \text{ unités}$
 $= 80 \text{ centaines} + 9 \text{ centaines} + 2 \text{ dizaines} + 6 \text{ unités}$
 $= 89 \text{ centaines} + 2 \text{ dizaines} + 6 \text{ unités}$ car 80 centaines = 8 milliers (savoirs de la numération).

L'aspect décimal intervient uniquement dans ce dernier cas (10 centaines = 1 millier). Certes, la première technique est plus rapide, mais utiliser uniquement la règle de calcul rend invisibles les savoirs de la numération décimale. Les enfants ne peuvent alors pas avoir accès à l'idée de groupements successifs par dix que sous-tend notre écriture des nombres.

Pourtant, il y a une référence à l'aspect décimal (qui n'est pas donnée explicitement en termes de relations entre unités) dans un commentaire du document d'application : « *La valeur des chiffres doit être constamment envisagée en relation avec les activités de groupements et d'échanges qui la sous-tendent* ». On peut alors noter l'absence du type de tâche *dénombrer* (qui apparaît dans le programme de cycle 2), car le dénombrement de grandes collections (entre 1 000 et 10 000 par exemple) peut pourtant permettre de travailler l'aspect décimal si on amène les élèves à faire des groupements successifs par 10. On peut penser que c'est la taille des nombres étudiés au cycle 3 qui est la cause de cette absence.

Face à ce constat, nous avons dépassé un peu le cadre fixé par notre étude en allant voir le lien entre les savoirs de la numération et les autres notions du programme : nous avons alors vu dans les programmes ou commentaires quelques références plus ou moins

implicites à l'aspect décimal de la numération. Tout d'abord, dans les commentaires du document d'application de cycle 2, concernant l'addition posée, on peut lire : *« La technique utilisée doit être justifiée (notamment le principe de la retenue) en référence aux connaissances sur la numération »*. Dans les commentaires pour le cycle 3, cela est moins explicite : *« Pour chacune des autres opérations (soustraction, multiplication et division euclidienne), une technique doit être mise en place au cycle 3 en s'attachant en priorité à assurer la compréhension de son fonctionnement »* : on ne précise plus le lien avec les connaissances de numération. Il nous semble cependant qu'il y ait bien une volonté de justifier ces techniques opératoires en s'appuyant sur l'aspect décimal (notamment pour le principe des retenues). L'aspect décimal apparaît aussi, cette fois plus explicitement, dans les commentaires du document d'application de cycle 3 sur les nombres décimaux. En effet, pour la compétence « Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant une écriture à virgule en fonction de sa position », on peut lire : *« La valeur d'un chiffre est dix fois plus petite que celle du chiffre écrit immédiatement à sa gauche et dix fois plus grande que celle du chiffre qui est écrit immédiatement à sa droite (ce qui est vrai aussi bien pour la partie entière que pour la partie décimale) »*.

Les évaluations CE2 et 6^{ème} de 2005

Il s'agit d'un moment où le programme de 2002 est en application à tous les niveaux de l'école. On peut lire dans les documents d'application des programmes de cycle 3 que le niveau de CE2 est un moment où il y a encore un besoin de construire et de structurer le travail sur la numération dans le champ des entiers. Tout ce travail de construction ne fait pas l'objet de l'évaluation de 6^{ème} qui porte plutôt sur des compétences de fin de cycle sur les nombres décimaux et se limite pour les entiers à la désignation par écrit.

Cependant, on peut remarquer, que même dans les évaluations nationales de début de CE2 (qui portent sur la fin du cycle 2 où le travail de construction de la numération est déjà bien commencé), les types de tâches qui relèvent plutôt de la construction de la numération (*dénombrer, nombre de*) ne sont pas évalués. Cela semble en contradiction avec l'importance accordée à « la valeur des chiffres en fonction de leur position » que l'on a pu constater à travers les commentaires du document d'application du programme.

On peut donc en déduire une importance institutionnelle accordée aux types de tâche *lire/écrire* et *comparer* et par voie de conséquence uniquement à l'aspect position de la numération au niveau des savoirs. Quelle évolution avec les programmes et évaluations suivants ?

Étude des programmes de 2007 et 2008 et des évaluations nationales correspondantes

Le programme 2007

On y retrouve le même découpage qu'en 2002 : « Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels » et « Ordre sur les nombres entiers naturels » à l'intérieur du même domaine : « Connaissance des nombres entiers naturels ».

Dans la phrase d'introduction, on retrouve mot pour mot une phrase du texte de 2002 : *« Ils doivent comprendre les principes de la numération décimale, en particulier que la valeur des chiffres dépend de leur position dans l'écriture des nombres, en relation avec les activités de groupements et d'échanges qui la sous-tendent »*. Cela est une référence

aux deux aspects de la numération et en particulier à l'aspect décimal à travers les « Activités de groupements et d'échanges ». On y retrouve également les mêmes types de tâches dont les formulations ont été elles aussi reprises mot pour mot sur celles de 2002.

Ces programmes servent à faire des ajustements pour mettre en cohérence et adapter les programmes au socle commun. Il y a ainsi une distinction qui est faite entre les « capacités » et les « connaissances » que l'on peut rapprocher de la distinction savoir-faire/savoir de la TAD. On peut alors noter que le savoir « connaître la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position » qui apparaissait en 2002 comme un type de tâche fait ici partie des « connaissances ».

Connaissances et capacités travaillées et attendues en fin de cycle 3	
Connaissance des nombres entiers naturels	
CONNAISSANCES	CAPACITÉS
2.1 Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels - connaître la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position.	- donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100, 1000..., et retrouver l'écriture d'un nombre à partir d'une telle décomposition ; - produire des suites orales et écrites de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100, à partir de n'importe quel nombre ; - associer la désignation orale et la désignation écrite (en chiffres) pour des nombres jusqu'à la classe des millions.

Tableau 1 : Extrait du programme 2007

Mais on peut alors se demander ce que devient le type de tâche *nombre de* qui y était associé. Si on ne regarde que les capacités attendues, on peut l'interpréter comme une disparition de ce type de tâche. Cela n'est pas anodin, car pour le programme 2002, il s'agissait du principal type de tâche pour lequel on pouvait rencontrer l'aspect décimal de la numération. Pour les décompositions/recompositions, il faudrait deux chiffres devant une unité, comme nous l'avons vu pour les exemples du document d'application de 2002. Sans ces exemples, l'aspect décimal semble ne plus avoir de type de tâche qui permettrait de le faire émerger. On peut alors se demander comment les élèves peuvent rencontrer ces activités de « groupements et d'échanges ».

On peut également noter que seules les écritures avec les puissances de 10 apparaissent. En fait, dans le programme précédent les unités de numération n'apparaissent que dans les commentaires du document d'application. Avec la disparition de ce document, on assiste donc à la disparition, dans le texte du programme, de ce type d'écriture des nombres.

Le programme 2008

C'est un texte qui, dans son ensemble, est nettement raccourci par rapport aux textes précédents. L'étude du système de numération se fait toujours dans le domaine intitulé « Les nombres entiers naturels ». On n'a plus le découpage en deux sous-domaines comme dans les textes précédents, ni la dissociation connaissances/capacités du programme 2007.

Les compétences attendues en fin de cycle sont :

- « principes de la numération décimale de position : valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres ;
- désignation orale et écriture en chiffres et en lettres ;
- comparaison et rangement de nombres, repérage sur une droite graduée, utilisation des signes $>$ et $<$; »

Ce sont des compétences que l'on avait déjà dans les IO précédentes, avec les mêmes formulations. Cependant, on ne retrouve plus de trace des décompositions/recompositions qui ont peut-être été intégrées à cette formulation plus globale « principes de la numération décimale de position ... ». Ainsi, les écritures utilisant les puissances de 10 n'apparaissent plus.

On peut se demander à quel type de tâche correspond désormais l'expression « valeur des chiffres en fonction de leur position ». Si on se réfère aux IO de 2002 cela pourrait faire référence au type de tâche *nombre de*. Elle pourrait également faire référence aux décompositions/recompositions qui ont disparu ... Tout cela nous fait penser que l'aspect décimal est un savoir qui est minoré dans ces derniers programmes.

Voilà ce qu'on peut lire dans le tableau de progression qui est proposé à la fin du programme, pour la classe de CE2 pour « *Les nombres entiers jusqu'au million* ».

	Cours élémentaire deuxième année	Cours moyen première année	Cours moyen deuxième année
Nombres et calcul	<i>Les nombres entiers jusqu'au million</i> - Connaître, savoir écrire et nommer les nombres entiers jusqu'au million. - Comparer, ranger, encadrer ces nombres.	<i>Les nombres entiers jusqu'au milliard</i> - Connaître, savoir écrire et nommer les nombres entiers jusqu'au milliard. - Comparer, ranger, encadrer ces nombres.	<i>Les nombres entiers</i>

Tableau 2 : Extrait du tableau de progression par niveaux (CE2, CM1, CM2), IO 2008

Le « principe de la numération décimale de position : valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres » se résume donc ici à « *connaître [...] les nombres entiers jusqu'au million* ». On peut même se demander si « connaître » ce n'est pas finalement « savoir écrire et nommer ». D'ailleurs, cela est le cas au CP ou au CE1 où on peut lire : « Connaître (savoir écrire et nommer) les nombres entiers ».

Cela est confirmé par les compétences du socle commun qui sont évaluées dans le livret scolaire⁵ :

- palier 1 (CE1) : « *Écrire, nommer, comparer, ranger les nombres entiers naturels inférieurs à 1 000* » ;
- palier 2 (CM2) : « *Écrire, nommer, comparer et utiliser les nombres entiers* ».

Les évaluations nationales CM2 de 2009

Concernant les nombres entiers, on trouve les types de tâches suivants : *lire/écrire* et *comparer* (dont un exercice sur le placement d'un nombre entier sur une droite graduée, mais son intérêt nous semble plutôt du côté du placement des nombres décimaux car pour les nombres entiers, la taille des nombres est petite et, après avoir repéré le type de graduation, il suffit de compter les graduations).

Ce sont des types de tâches pour lesquels l'aspect décimal de la numération n'est pas en jeu. Cela confirme ce que nous avons relevé à la lecture des programmes, mais ne nous permet pas de préciser davantage ce que les programmes entendent par « *Connaître [...] les nombres entiers* » car cela se résume ici à *lire/écrire*.

⁵ Mise en œuvre du livret scolaire à l'école, circulaire n°2008-155 du 24-11-2008, MEN.

Conclusion : des contraintes dans les programmes et évaluations

Nous avons affaire à des programmes de moins en moins précis, notamment concernant les types de tâches de la numération. En effet, l'utilisation de l'expression « valeur des chiffres en fonction de leur position » (qui réfère aux savoirs de la numération) ne laisse pas apparaître les types de tâches qui s'y rattachent. Certains prennent une place importante dans les évaluations (*lire/écrire* et *comparer*), d'autres au contraire y sont complètement absents.

Nous avons également remarqué de moins en moins de précision sur les types d'écritures attendues, même s'il semble que l'on accorde toujours une grande importance aux écritures utilisant les puissances de 10 et une tendance à utiliser les unités de numération plutôt pour nommer les rangs dans l'écriture en chiffres. Comme nous l'avons montré, cela n'est pas sans conséquence sur les possibilités d'apparition de l'aspect décimal de la numération.

Enfin, nous avons mis en évidence une évolution qui consiste à donner de plus en plus d'importance à certains types de tâches (*lire/écrire* et *comparer*) tout en faisant disparaître le type de tâche *nombre de* et qui a donc pour conséquence une centration sur l'aspect position de la numération.

Nous n'avons pas trouvé de référence explicite, ni dans les différents programmes, ni dans les évaluations, à la résolution de problèmes mettant en jeu la recherche du nombre de dizaines ou de centaines, ... dans un nombre donné, comme le problème des « carrelages » présenté en introduction (« *Il faut 8564 carreaux. Les carreaux sont vendus par paquets de 100. Combien de paquets faut-il commander ?* »). Même si les programmes de 2002 insistent sur l'utilisation des « *connaissances numériques des élèves [...] pour résoudre des problèmes* », ce type de problème n'est pas visible. Les interprétations qu'en avaient faites les enseignants interrogés par Parouty paraissent ainsi moins surprenantes.

Face à cette centration sur l'aspect position de la numération dans les ressources officielles, on peut alors se demander l'interprétation que ferait un enseignant débutant des expressions « *Valeur des chiffres en fonction de leur position* » et « *Connaître [...] les nombres entiers jusqu'au million* ». Il peut alors se tourner vers les manuels qui sont une autre ressource permettant aux enseignants de s'acculturer aux savoirs à enseigner. Nous allons donc maintenant étudier, pour les trois manuels de CE2 que nous avons choisis, l'organisation mathématique de la numération décimale.

Étude de trois manuels

« *La tribu des maths, CE2* », Magnard, 2008

L'édition consultée est datée de 2008. Elle prend en compte les programmes de 2008. Trois doubles pages sont consacrées à l'étude de la numération des nombres à quatre chiffres, intitulées « *Les nombres jusqu'à 9 999* » :

- (1) *je fais la différence entre un « chiffre » et un « nombre »*
- (2) *je trouve la valeur d'un chiffre grâce à sa position dans le nombre*
- (3) *je situe les nombres les uns par rapport aux autres.*

Cette dernière partie concerne l'ordre sur les nombres, nous n'en parlerons pas ici.

Dans la première partie (annexe 1) le nombre 1 000 est introduit en référence à une situation de dénombrement d'abeilles dans des ruches. Le nombre 1 000 correspond au nombre d'alvéoles contenues dans un cadre. Ce contexte a l'inconvénient de ne pas permettre de voir le nombre 1 000 comme étant constitué de 10 centaines puisque les alvéoles des abeilles ne sont pas groupées par centaines ! L'aspect décimal de la numération n'est donc pas en jeu : il s'agit ici d'associer le millier à sa position dans l'écriture en chiffres du nombre. Par exemple, pour répondre à la question « *Combien y a-t-il de cadres pleins si 7 236 alvéoles sont remplies d'œufs ?* », l'élève doit utiliser le fait que le 7 au 4^{ème} rang (en partant de la droite) correspond au nombre de milliers. Le savoir en jeu est l'aspect position de la numération. D'ailleurs, dans le guide pour l'enseignant, il est proposé de faire une synthèse pour parvenir à un tableau de numération avec milliers, centaines, dizaines et unités.

Il en est de même dans les exercices qui suivent (annexe 2), ainsi que dans la deuxième partie, qui porte bien son nom (« *Je trouve la valeur d'un chiffre grâce à sa position dans le nombre* ») puisque c'est encore uniquement la position qui est en jeu (comparaisons, placements de nombres sur droite graduée, décompositions/recompositions et associations écriture en chiffres/écriture en lettres). Il n'y a que l'exercice 4 de la première partie qui pourrait permettre de mettre en jeu l'aspect décimal (voir ci-dessous).

4 Recopie et complète ce tableau.

Nombre	Chiffre des milliers	Nombre de milliers	Chiffre des centaines	Nombre de centaines	Chiffre des dizaines	Nombre de dizaines
5 423	5	5	4	54	2	542
8 764	...	...	...	...	...	...
9 070	...	...	...	...	...	...
7 301	...	...	...	...	...	...
6 845	...	...	...	...	...	...

Extrait 1 : « *La tribu des maths, CE2* », Magnard

Cependant, tel qu'il est présenté, il nous paraît être un exercice très formel où il s'agit de faire des observations à partir de l'exemple donné dans la première ligne, sans que cela ne permette de mettre en évidence les relations entre les unités. Voilà ce qu'en disent les auteurs dans les commentaires du guide du maître :

4 **: La seule difficulté repose sur la confusion chiffre / nombre.
 Vous pouvez alors utiliser du petit matériel de manipulation (type cubes) ou faire un dessin équivalent : 23 est représenté par deux barres de dix cubes et trois cubes seuls. Il y a, en tout, 23 cubes (nombre de cubes), mais trois cubes sont « seuls » (non échangés contre une dizaine) : c'est le **chiffre**.
 Procédez de même avec les centaines et les milliers et concluez en valorisant ce moyen mnémotechnique :
 Pour lire le « nombre de... », on lit le nombre constitué par tous les chiffres à gauche du rang demandé, ce rang étant inclus :
 5 423 → 542 dizaines.

Extrait 2 : Guide de l'enseignant du manuel « *La tribu des maths, CE2* », Magnard

Il est proposé ici d'utiliser du matériel pour effectuer les groupements par 10. L'exemple donné concerne un nombre à deux chiffres. Pour un nombre à quatre chiffres comme 5 423, il faudrait donc utiliser 5 gros cubes de 1 000, 4 plaques de 100, 2 barres de 10 et 3 cubes seuls. Pour comprendre qu'il y a 54 centaines par exemple, il faut utiliser le fait qu'un gros cube de 1 000 contient 10 plaques de 100, c'est à dire l'aspect décimal de la numération. Il y a donc un savoir nouveau et essentiel ici, mais il semble être considéré comme allant de soi par les auteurs, qui signalent d'ailleurs pour finir qu'il y a

une méthode « mnémotechnique » pour trouver la réponse. Cette méthode amène à contourner l'utilisation de ce savoir. Finalement, comme ils l'indiquent dans la première phrase des commentaires, pour les auteurs « *la seule difficulté repose sur la confusion chiffre / nombre* » et non sur la mise en œuvre de l'aspect décimal. Les relations entre centaines et milliers n'apparaissent ainsi jamais explicitement. Cela est confirmé par le contenu du « mémento » concernant les nombres où le seul savoir pointé est l'aspect position de la numération à travers un tableau de numération.

Il y a également un problème proposé dans le « *Labo Maths* » en dessous de l'exercice précédent, pour lequel nous pouvons faire le même type de commentaire : même si l'aspect décimal pourrait être un savoir essentiel dans ce problème, il n'apparaît pas ainsi. Concernant les types de tâches travaillées, hormis la recherche du « *chiffre des* » ou du « *nombre de* », on peut voir principalement *décomposer/recomposer*, *lire/écrire*, et *comparer*. Ce sont les types de tâches que l'on trouvait dans les programmes 2002. Ce sont d'ailleurs uniquement ces types de tâches que l'on peut trouver dans les exercices d'évaluations proposés en bilan de période 2 et 3 (annexe 3). Aucun de ces exercices ne met en jeu l'aspect décimal de la numération. Hormis l'exercice de recomposition, on retrouve les types de tâches des évaluations nationales.

« *Cap Maths CE2* », Hatier, 2007

L'édition consultée date de 2007, c'est-à-dire au moment de la mise en œuvre du programme 2007. La séquence sur les nombres à quatre chiffres s'étale sur une longue période de l'année (de l'unité 7 à l'unité 12). Les principaux types de tâches travaillés sont : *lire/écrire* (unités 7, 9, 10, 11) et *comparer* (unités 7, 9, 11). *Décomposer/recomposer* (unités 7 et 10) et *nombre de* (unités 7 et 12) sont également travaillées mais leur poids (en termes de nombres d'activités proposées) est beaucoup plus faible que les premiers. Cela rejoint le constat fait dans l'étude des programmes et du manuel précédent. En fait, le type de tâche « *nombre de* » est travaillé au début de la séquence (unité 7, séance 1, voir en annexe 4) uniquement pour le nombre 1 000 (combien de paquets de 10, de 100 dans mille ?). Cela permet d'amener l'aspect décimal pour le nombre 1 000, mais celui-ci ne nous semble pas être utilisé par la suite. En effet, le travail est ensuite davantage centré sur *lire/écrire* et sur *comparer* (voir unité 7 séances 2 et 3 par exemple, en annexe 5), qui ne nécessite pas le recours à l'aspect décimal de la numération. Les principales traces de ce savoir que nous avons pu trouver restaient cantonnées aux relations entre les unités, dizaines et centaines.

On ne retrouve le type de tâche « *nombre de* » qu'en fin d'année (unité 12, séance 4, voir annexe 6) et, à ce moment-là, les élèves ayant déjà travaillé la multiplication par 10 et 100, c'est cette technique qui semble mise en avant par les auteurs, comme on le voit dans cet extrait du guide du maître pour un exercice où il s'agit de déterminer le nombre de rubans de 100 cm nécessaires pour faire une bande de 2 416 cm : « $2\,416 = (24 \times 100) + 16$ ce qui amène à conclure qu'il y a 24 centaines dans 2 416 ». Les auteurs ajoutent, tout de même, entre parenthèses : « *ce qui correspond également à une procédure qui a pu être utilisée* ». L'utilisation de cette règle de calcul (règle des zéros) rend invisible l'aspect décimal de la numération. Nous avons trouvé dans le « dico-maths » une expression des relations entre les unités (aspect décimal) exprimées avec les unités de la numération :

Dizaine : groupement de 10 unités	1 dizaine = 10 unités
Centaine : groupement de 100 unités	1 centaine = 100 unités
Une centaine, c'est aussi un groupement de 10 dizaines.	1 centaine = 10 dizaines
Millier : groupement de 1 000 unités	1 millier = 1 000 unités
Un millier, c'est aussi un groupement de 100 dizaines.	1 millier = 100 dizaines
Un millier, c'est aussi un groupement de 10 centaines.	1 millier = 10 centaines

Extrait 3 : « *Dico maths* » du manuel « *Cap Maths, CE2* »

Mais nous n'avons pas vu de référence à ces équivalences (en particulier celles concernant le millier) dans le manuel ou le guide du maître, ou d'activités qui pourraient y conduire (hormis la séance 1 de l'unité 7). Pourtant, pour les nombres à trois chiffres, dans la première partie du manuel, l'aspect décimal est un savoir essentiel qui est travaillé à travers différents problèmes de *décompositions*, *conversions*, *nombre de*, etc. Mais pour le travail sur les nombres à quatre chiffres, c'est comme si nous avions affaire à une sorte de basculement : du fait de la taille des nombres, on ne justifie plus les relations entre les unités par les activités de groupement et d'échanges sous-jacentes : cela est désormais pris en charge par une généralisation des règles de multiplication par 10, 100, ... aux nombres à quatre chiffres. Cela est d'ailleurs expliqué par les auteurs dans la partie introductive du guide de l'enseignant.

Finalement, même si l'aspect décimal est identifié comme un savoir de référence (dans le dico-maths), on trouve peu d'activités sur les nombres à quatre chiffres qui permettent de le mettre en jeu.

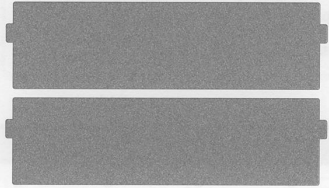
Étude du manuel « *J'apprends les maths, CE2* », 2003

L'édition étudiée est celle de 2003. Elle s'appuie donc sur les programmes de 2002. La numération des nombres à quatre chiffres est travaillée sur trois doubles pages (« séquences » 74, 77 et 78). Ce manuel se distingue des précédents par le choix des types de tâches principalement travaillés et la place accordée aux savoirs de la numération. En effet, tout se passe comme si l'aspect décimal était le savoir central de la progression. Ainsi, les types de tâches les plus travaillés mettent en jeu ce savoir. Ces types de tâches sont « *nombre de* » et *dénombrer* (on trouve aussi avancer/reculer dans la suite écrite des nombres, mais nous n'en parlerons pas ici).

Les auteurs s'appuient sur un matériel représenté : des billes qui sont groupées par 10 dans des boîtes, qui elles-mêmes sont groupées par 10 dans des valises qui, à leur tour, sont groupées par 10 dans des malles (ces malles n'existent pas en réalité donc les élèves n'ont jamais vu ou réalisé ce dernier type de groupement). Ici, le millier apparaît donc comme un groupement de 10 centaines. Dans la séquence 74 par exemple, les élèves doivent coller une étiquette d'une malle sur un dessin de 10 valises (annexe 7).

Voici un exercice typique de la progression (séquence 77) où l'on retrouve les deux types de tâches travaillés principalement :

Complète.



Combien de billes en tout?

Combien de fois 100?

Combien de fois 10?




Extrait 4 : Séquence 77, manuel « *J'apprends les maths, CE2* »

On peut noter l'absence de *décomposer/recomposer* qui est la conséquence de l'utilisation exclusive de représentations de matériel (séquences 74, 77 et 78) ou de boîtes de 100 trombones ou encore de billets de 100 euros (séquence 77). On ne part jamais d'une écriture en unités de numération ou avec des puissances de 10 pour chercher le nombre correspondant (ce qui correspondrait à une recomposition). C'est pourquoi nous avons parlé de plutôt de dénombrement. Nous avons également constaté une quasi-absence de *lire/écrire* (nous ne l'avons trouvé que dans des courts moments d'échauffement de début de séance, où il s'agit d'écrire des nombres en chiffres sur l'ardoise) et une place insignifiante à *comparer*. Ce choix des types de tâche se distingue nettement de ce que nous avons pu voir dans le programme de 2002.

Au niveau des écritures, les expressions « groupes de » 10, 100, 1 000 sont privilégiées, comme le montre le fait par exemple que la formulation de l'aspect décimal se fasse de cette manière (« 1 000 c'est 10 groupes de 100 ... »).



Extrait 5 : « J'ai appris » (séquence 74) de « J'apprends les maths, CE2 »

Les unités de la numération remplacent parfois les « groupes de », comme dans l'extrait ci-dessus. Elles ne sont donc pas seulement utilisées pour nommer les rangs dans le nombre en chiffres. Par contre, il est étonnant de constater une absence totale des écritures multiplicatives avec les puissances de 10, ce qui, là encore, se distingue des préconisations du programme en vigueur pour cette édition (2002).

Dans ce manuel, l'aspect décimal est donc construit à partir du groupement par 10 des unités successives. Quand il est dit par exemple que « 1 000 c'est 10 groupes de 100 », cela fait référence à ces groupements avec le matériel de numération et non à une règle de multiplication par 10. Par contre, pour l'aspect position on ne voit pas clairement comment il est pris en charge. D'ailleurs, on peut noter que le tableau de numération n'est pas utilisé comme élément technologique, alors que dans les autres manuels étudiés c'est justement ce tableau qui permet de faire le lien entre les unités de numération et la position des chiffres.

Conclusion de l'étude des manuels : des contraintes mais aussi des espaces de libertés pour les enseignants

L'étude des manuels (au moins pour les deux premiers : « *La tribu des maths* » et « *Cap Maths* ») confirme les contraintes que nous avons relevées pour l'enseignement de la numération au niveau des programmes et évaluations, c'est-à-dire une place centrale accordée à l'aspect position de la numération.

Cependant, cette étude nous a permis également de montrer qu'il existait des marges de manœuvre possibles pour l'enseignant. En effet, dans deux manuels (« *Cap Maths* » et « *J'apprends les maths* »), nous avons trouvé une formulation des relations entre unités (aspect décimal) comme un savoir de référence (« *dico-math* », « *J'ai appris* »), ainsi que des types de tâches permettant de les mettre en jeu : *dénombrer* et « *nombre de* ». À la différence des programmes, nous avons également pu voir une utilisation des unités

de numération pour *décomposer/recomposer*, ainsi que pour la formulation de l'aspect décimal de la numération.

Conclusion

Les constats faits par Bednarz et Janvier, dans leur article il y a 26 ans, ne semblent, malheureusement, pas si dépassés que cela.

En effet, cette étude nous a permis de mettre en évidence des contraintes importantes pour l'enseignement de la numération des nombres à quatre chiffres. La valorisation de certains types de tâches (*comparer* et *lire/écrire*) montre que l'institution actuelle privilégie un seul savoir de la numération, l'aspect position. La valorisation des écritures multiplicatives avec les puissances de 10 et le peu de place accordé aux écritures utilisant les unités de la numération renforcent ce phénomène. On peut donc penser que les difficultés relevées chez les élèves par Bednarz et Janvier seraient toujours d'actualité.

Cependant, l'étude des deux derniers manuels étudiés (« *Cap Maths* » et « *J'apprends les maths* ») montre qu'il existe des espaces de libertés pour les enseignants. L'aspect décimal est un savoir qui y est identifié clairement et certaines activités proposées peuvent amener les élèves à une compréhension de l'écriture des nombres en termes de groupements.

Précisons toutefois que cette étude concerne des contraintes et d'espaces de libertés possibles dans l'institution (elle pourrait d'ailleurs gagner en précision en étudiant davantage de manuels, en étudiant pour chaque manuel comment intervient la numération dans les autres chapitres, etc.), mais que, pour un enseignant donné, il se peut qu'il n'ait pas accès par exemple à un des trois manuels étudiés ou bien qu'il en utilise d'autres (relevant même de programmes plus anciens). Nous ne prenons pas en compte non plus ses connaissances personnelles, expériences, sa formation, ses lectures, etc. Donc son espace de liberté et les contraintes qui vont peser sur ses choix ne peuvent pas être exactement ceux qui sont présentés ici, même s'ils devraient en être globalement assez proches.

Perspectives

Nous terminerons par des perspectives de travail du point de vue de la conception de ressources pour les enseignants.

Tout d'abord, l'étude de la transposition didactique d'une notion mathématique peut constituer un outil pour la conception de manuels, ou plus largement de ressources, pour les enseignants car elle permet de faire des choix d'organisations mathématiques prenant en compte les programmes tout en considérant les enjeux importants du point de vue mathématique qui ne sont pas toujours mis en évidence dans les programmes. Dans cet article nous nous sommes limités à l'étude de l'organisation mathématique *à enseigner* mais dans un autre texte (Tempier, 2009), nous avons constitué une organisation mathématique dite *de référence* en tenant compte les différentes manières de définir les savoirs de la numération depuis Condorcet (1988), à partir de certains traités « savants » et en nous appuyant sur l'étude de l'évolution de l'enseignement de la numération au cours du XX^{ème} siècle réalisée par Chambris (2008). Cette organisation mathématique de référence permet en quelque sorte de regarder les programmes et manuels à partir d'un promontoire d'observation donc de prendre un certain recul sur cette

organisation mathématique à enseigner. Ce type de travail peut donc constituer un point d'appui important pour la conception de ressources.

L'étude de trois manuels (et d'autres) nous a aussi amenés à constater certaines différences dans les « guides du maître », en particulier, concernant la description des savoirs en jeu pour l'enseignant. En effet, dans deux des manuels étudiés, quand nous avons vu des exercices dans lesquels l'aspect décimal pouvait être en jeu, nous avons remarqué que celui-ci reste toujours implicite dans les commentaires destinés à l'enseignant. Ainsi, comme le suggèrent Ball et Cohen (1996), il semble nécessaire de changer de point de vue pour la conception de ressources pour les enseignants :

« Plutôt que de voir les manuels comme « quelque chose pour les élèves » et le livre du maître comme simplement un manuel d'instruction pour l'enseignant, les deux devraient être considérés comme un terrain pour l'apprentissage de l'enseignant. Cela nécessite d'apprendre comment concevoir et développer des ressources qui permettent l'apprentissage des enseignants comme des élèves. »⁶ (p. 8)

Il apparaît donc tout aussi important de proposer des situations ou des exercices bien choisis aux enseignants que de leur permettre de s'approprier les enjeux de savoir pour la notion travaillée. Par exemple, même si une situation met en jeu *a priori* l'aspect décimal de la numération, si l'enseignant n'a pas identifié ce savoir comme essentiel pour l'apprentissage de la numération, il risque de ne pas avoir une gestion adaptée de la situation. Il peut, par exemple, ne pas être en mesure d'interpréter l'erreur d'un élève et donc de l'exploiter, ne pas réussir à concevoir une explication adaptée, ne pas être capable de juger la pertinence mathématique de l'utilisation d'un matériel de numération à un moment précis de la situation ou encore modifier les valeurs de certaines variables sans prendre conscience des conséquences que cela peut avoir sur les apprentissages visés, etc.

Une nouvelle ressource intitulée « *Le nombre au cycle 2* » vient d'être publiée par le Ministère de l'éducation nationale et le CNDP (2010). Elle fera partie d'une collection « *Ressources pour faire la classe* » qui va constituer un ensemble de documents d'accompagnement des programmes dont l'objectif est « *d'aider les enseignants dans la mise en œuvre de ces programmes* » (p. 4). Dans la partie qui concerne l'apprentissage de la numération au cycle 2⁷, on peut voir une explicitation des deux aspects de la numération, une référence à des tâches de numération permettant de mettre en jeu l'aspect décimal (dénombrement de collections, décompositions variées de nombres) et des exemples de matériels à utiliser dans ces activités. L'auteur s'attache également à expliciter le lien entre la numération décimale et les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction.

On peut cependant se demander comment est reçu ce type de ressource par les enseignants. Notre expérience de formateur nous a fait constaté que les documents d'accompagnement des programmes de 2002 ont été très peu lus par les enseignants qui cherchent souvent des outils « pratiques », « pour faire la classe », comme les manuels et guides du maître associés. Mais justement, ces manuels, pour beaucoup d'entre eux, ne leur permettent pas de s'approprier les enjeux de l'enseignement de la numération, en particulier l'aspect

⁶ Cette citation est traduite par nos soins.

⁷ Débuter la numération, G. Le Poche, pp. 39-50.

décimal. La réflexion sur le développement de ressources pour l'enseignement de la numération (et d'autres notions mathématiques) est donc un chantier à poursuivre⁸.

Références bibliographiques

- BALL D., COHEN D. (1996) Reform by the Book: What Is - Or Might Be - The Role of Curriculum Materials in Teacher Learning and Instructional Reform? *Educational Researcher*, Vol. 25, No. 9, 6-14.
- BEDNARZ N., JANVIER B. (1984) La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage. *Grand N*, n°33, 5-31.
- BOSCH M., GASCON J. (2005) La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. In Mercier A., Margolinas C. (Éds) *Balises pour la didactique des mathématiques*. La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 107-122.
- CHAMBRIS C. (2008) *Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20^{ème} siècle. Connaissances des élèves actuels*. Thèse de l'université de Paris 7.
- CHEVALLARD Y. (1991) *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Éditions La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique ». *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 19/2, 221-266.
- CONDORCET N. (1988) *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité*. ACL - Les éditions du Kangourou (1^{ère} édition : 1799).
- MA L. (1999) *Knowing and Teaching Elementary Mathematics*. Éditions Lawrence Erlbaum Associates.
- MERCIER A. (1997) La relation didactique et ses effets. In Blanchard-Laville C. (sous la direction de) *Variations sur une leçon de mathématiques*. Éditions L'harmattan, pp. 259-312
- PAROUTY V. (2005) Compter sur les erreurs pour compter sans erreurs : état des lieux sur l'enseignement de la numération décimale de position au cycle 3. Actes du XXXI^{ème} colloque COPIRELEM. IREM de Toulouse.
- SERFATI M. (2005) *La révolution symbolique : la constitution de l'écriture symbolique mathématique*. Éditions Pétra.

⁸ Il s'agit en partie du sujet de notre thèse en cours : « *Une ingénierie didactique de développement sur la numération décimale au CE2* », dirigée par Catherine Houdement et Marie-Jeanne Perrin (Université de Paris 7, LDAR).

TEMPIER F. (2009) L'enseignement de la numération décimale de position au CE2 : étude des relations entre contraintes et libertés institutionnelles et pratiques des enseignants. *Cahier Didirem*, n°60, IREM Paris 7.

Manuels scolaires

BRISSIAUD R. (2003) *J'apprends les maths CE2*, livre de l'élève, Retz.

BRISSIAUD R. (2004) *J'apprends les maths CE2*, livre du maître, Retz.

CHARNAY R. (2007) *Cap Maths CE2*, manuel de l'élève, Hatier.

CHARNAY R. (2007) *Cap Maths CE2*, guide de l'enseignant, Hatier.

DEMAGNY C., DEMAGNY JP., DIAS T., DUPLAY JP. (2008) *La tribu des maths CE2*, livre de l'élève, Magnard.

DEMAGNY C., DEMAGNY JP., DIAS T., DUPLAY JP. (2008) *La tribu des maths CE2*, Guide du maître, Magnard.

Textes des programmes, documents d'applications et évaluations nationales

MEN (2002) Programmes de l'école primaire : BO Hors série n°1 du 14 février 2002.

MEN (2002) Documents d'application des programmes : Mathématiques, cycle des approfondissements (cycle 3), Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, Direction de l'enseignement scolaire, CNDP, 2002.

MEN (2007) Programmes de l'école primaire : BO Hors série n° 5 du 12 avril 2007.

MEN (2008) Programmes de l'école primaire : BO Hors série n°3 du 19 juin 2008.

MEN (2005) Direction de l'évaluation et de la prospective, sous direction de l'évaluation. Évaluations nationales CE2 et sixième.

MEN (2009) Direction générale de l'enseignement scolaire. Évaluation nationale des acquis des élèves de CM2.

MEN (2010) Le nombre au cycle 2. Collection « Ressources pour faire la classe », CNDP, 2010.

Annexes

Annexe 1 – « La tribu des maths, CE2 » (Magnard), p. 34

9

Les nombres jusqu'à 9 999 (1)

Je fais la différence entre un « chiffre »
et un « nombre »

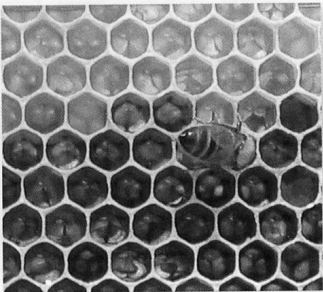
Avant de commencer
Combien faut-il de zéros pour écrire tous les nombres de 900 à 999 ?

Recherche

Les abeilles mathématiciennes

A Une ruche est généralement composée de cadres. Dans ces cadres, les abeilles ouvrières construisent des alvéoles en cire pour stocker le miel et le pollen, ou les œufs et les larves.

Chaque ruche de l'apiculteur M. Bourdon contient 10 cadres.
Chaque cadre contient 1 000 alvéoles.
Un cadre est plein quand toutes ses alvéoles contiennent au moins un œuf.



Alvéoles.



Cadre d'une ruche.

Un apiculteur élève des abeilles.

Combien y a-t-il de cadres pleins si 7 326 alvéoles sont remplies d'œufs ?

Un cadre, c'est 1 millier d'alvéoles (1 000 alvéoles).

B Dans une ruche de M. Bourdon, cinq cadres sont pleins et un sixième cadre ne contient que quelques alvéoles remplies.

Quel peut être le nombre d'alvéoles remplies dans cette ruche ?

4 856 6 110 5 340 578

Pouvez-vous expliquer pourquoi ?

Entraînement

1 Écris le plus petit et le plus grand nombre possibles en utilisant tous les chiffres.

4 6 1 8

Annexe 2 - « La tribu des maths, CE2 » (Magnard), p. 35

CALCUL MENTAL :

Dire le chiffre ou le nombre de dizaines, centaines, milliers... dans un nombre

2 Écris six nombres avec ces mots :

cent(s)

trois

mille

quatre

Tu ne dois pas dépasser 9 999 !

3 Complète les suites.

737	837	937							1 637
502	1 502								8 502
....				1 189	1 289				
....			3 041	3 031					

4 Recopie et complète ce tableau.

Nombre	Chiffre des milliers	Nombre de milliers	Chiffre des centaines	Nombre de centaines	Chiffre des dizaines	Nombre de dizaines
5 423	5	5	4	54	2	542
8 764						
9 070						
7 301						
6 845						

5 Décompose comme dans l'exemple.

$2\ 364 = 2\text{ milliers} + 3\text{ centaines} + 6\text{ dizaines} + 4\text{ unités}$

3 521

9 578

8 060

6 Décompose comme dans l'exemple.

$3\ 541 = 3\ 000 + 500 + 40 + 1 = (3 \times 1000) + (5 \times 100) + (4 \times 10) + 1$

2 387

9 063

4 530

Labo Maths



L'équipe des chercheurs du Labo Maths a reçu un défi d'une classe de CE2 :

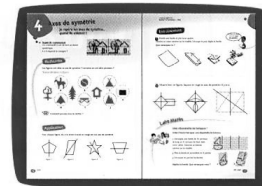
« Au jeu du mikoda, un bâton vert donne 1 point, un rouge 10 points, un bleu 100 points et un jaune 1 000 points.

Le nombre de bâtons de chaque couleur est illimité.

Notre classe a trouvé cinq possibilités pour faire 9 504 points.

Serez-vous capables de faire mieux ? »

Relevez ce défi avec l'équipe !



Annexe 3 - « La tribu des maths, CE2 » (Magnard)

Bilan de période 2

1 Décompose les nombres.

245 = 2 centaines, 4 dizaines, 5 unités

- a) 687 =
- b) 1 099 =
- c) 808 =
- d) 1 104 =
- e) 1 237 =

2 Recompose les nombres.

2 centaines, 4 dizaines, 5 unités = 245

- a) 9 centaines, 9 dizaines, 9 unités =
- b) 1 millier, 5 centaines, 3 unités =
- c) 1 millier, 2 centaines, 7 unités =
- d) 1 millier, 7 dizaines, 5 unités =
- e) 7 centaines, 8 dizaines =

Bilan de période 3

4 Écris en chiffres.

- a) huit mille neuf cent quatre
- b) mille cent quatre-vingt-dix-neuf
- c) sept mille soixante et onze

5 Écris en lettres.

- a) 2 159
- b) 5 468
- c) 8 905

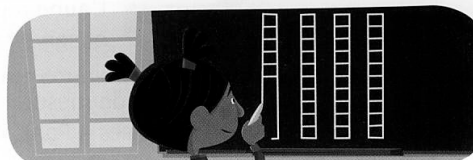
6 Range les nombres dans l'ordre croissant.

7 814 5 032 9 100 8 936 9 836 9 099 7 777 3 505 7 757 9 101

Annexe 4 - « Cap Maths, CE2 » (Hatier), Unité 7, séance 1

Chercher Mille

- 1 Écris mille en chiffres.
- 2 Écris en chiffres et en lettres le nombre qui vient juste avant mille.
- 3 Écris en chiffres et en lettres le nombre qui vient juste après mille.
- 4 Maïa dessine des colonnes de dix carrés. Combien doit-elle dessiner de colonnes pour obtenir mille carrés ?
- 5 Sur une grande feuille, trace avec un camarade une ligne brisée de mille millimètres.



Exercices

- 6 Dans une école, lorsque tous les enfants lèvent tous leurs doigts, cela fait mille doigts levés. Combien y a-t-il d'enfants dans l'école ?
- 7 Un siècle, c'est 100 ans. Combien faut-il de siècles pour faire un millénaire ?
- 8 Dans mille :
 - a. combien de fois y a-t-il 200 ?
 - b. combien de fois y a-t-il 50 ?
 - c. combien de fois y a-t-il 25 ?
- 9 Dans une boîte, on range deux chaussures. Combien faut-il de boîtes pour emballer mille chaussures ?
- 10 Trouve les calculs qui ont pour résultat le nombre mille. Avec les lettres de ces cases, écris un mot que tu connais.

A 50 x 4	C 100 x 6	M 500 x 2	L 4 x 250
T 250 x 2	E 100 x 10	V 300 x 3	I 5 x 200
B 25 x 20	E 200 x 4	N 10 x 10	P 100 x 0
O 20 x 30	F 25 x 4	L 25 x 40	R 40 x 20

Annexe 5 - « Cap Maths, CE2 » (Hatier), Unité 7, séance 2

Chercher Au-delà de 1 000

- 1 Fais une première partie du jeu avec 2 ou 3 de tes camarades.
Vous pourrez ensuite faire d'autres parties.

Le plus grand total

3 ou 4 joueurs

Matériel

- 1 paquet de 15 cartes de 1 point
- 1 paquet de 15 cartes de 10 points
- 1 paquet de 15 cartes de 100 points
- 1 paquet de 15 cartes de 1 000 points
- 1 paquet de 15 cartes de 10 000 points
- un dé
- une feuille de jeu par joueur

Jouer

Une partie se joue en 4 tours.

À tour de rôle, les joueurs lancent le dé et prennent dans un paquet autant de cartes qu'il y a de points sur le dé.

Attention, il faut prendre les cartes dans le même paquet.

Le joueur conserve les cartes et complète sa feuille de jeu.

Le gagnant est celui qui a le plus grand total de points.



Exercices

DICO-MATHS p. 4

Décomposer un nombre

- 2 Voici les feuilles de jeu de Tim et Maïa.
Combien chacun a-t-il marqué de points ? Qui a gagné la partie ?

Tim	dé	carte
1 ^{er} tour	2	1 000
2 ^e tour	4	10
3 ^e tour	1	10 000
4 ^e tour	6	1

Maïa	dé	carte
1 ^{er} tour	3	100
2 ^e tour	6	1 000
3 ^e tour	5	1
4 ^e tour	6	10

- 3 Anaïs a marqué 54 023 points.
Combien de cartes de chaque sorte a-t-elle gagnées ?
- 4 Léo a déjà 40 047 points.
Quelles cartes doit-il gagner pour avoir 43 047 points ?

Annexe 5 (suite) - « Cap Maths, CE2 » (Hatier), Unité 7, séance 3

Chercher

Au-delà de 1 000

1

trois quatre vingt(s) trente quarante cent(s) mille –

Avec ces mots, réalise chacun de ces nombres.
Écris-les en chiffres et en lettres :

a. 423	f. quatre dizaines de mille et trois centaines
b. 3 080	g. trois dizaines de mille, quatre mille et deux dizaines
c. 34 100	h. $(4 \times 1\,000) + (3 \times 100) + (2 \times 10)$
d. 1 334	i. $(3 \times 100\,000) + (2 \times 10\,000) + 4$
e. 324 000	j. $(8 \times 10\,000) + (3 \times 100) + (3 \times 10)$

2

Écris les 20 nombres qui suivent ceux-ci :

2 095

2 096

2 097

...

3

Écris les 20 nombres qui sont avant ceux-ci :

...

6 905

6 906

6 907

4

Exercices

Écris en chiffres :

- a. mille deux cent trente-cinq
- b. six mille
- c. mille six cents
- d. cinq mille soixante-dix
- e. soixante-dix mille
- f. cent mille sept cents

5

Écris en lettres :

a. 13 000	c. 1 435
b. 6 060	d. 20 002

6

Avec 0 7 5 4 9 écris :

- a. le plus petit nombre possible
- b. le plus grand nombre possible

DICO-MATHS p. 2

Lire et écrire les nombres

Annexe 6 - « Cap Maths, CE2 » (Hatier), Unité 12, séance 4

Chercher Problèmes

Pour préparer la fête de l'école, la classe a reçu de longues bandes de tissu. Plume découpe des rubans de 2 cm de long, Maïa des rubans de 10 cm de long et Tim des rubans de 100 cm de long.

- 1 Anaïs donne :
 - une bande de 26 cm de long à Plume ;
 - une bande de 70 cm de long à Maïa ;
 - une bande de 200 cm de long à Tim.Combien chacun pourra-t-il découper de rubans dans sa bande ?
- 2 Anaïs donne ensuite à chacun une bande de 640 cm.
Combien chacun pourra-t-il découper de rubans dans sa bande ?
- 3 Si Anaïs donnait à chacun une très longue bande de 2 416 cm, combien chacun pourrait-il découper de rubans ?

Exercices

- 4 Maïa a une bande de 250 cm.
Elle veut découper le plus possible de rubans de 10 cm de long.
Combien peut-elle en découper ?
- 5 Dans une bande de 507 cm de long, combien peux-tu découper de rubans de 10 cm de long ?

Annexe 7 : « J'apprends les maths », CE2 (Retz), séquence 74

SEQUENCE
74

Numération au-delà de 1000 (1) : 1000, c'est 10 groupes de

Table de 6
 puis « 6 fois 70 »
 Numération

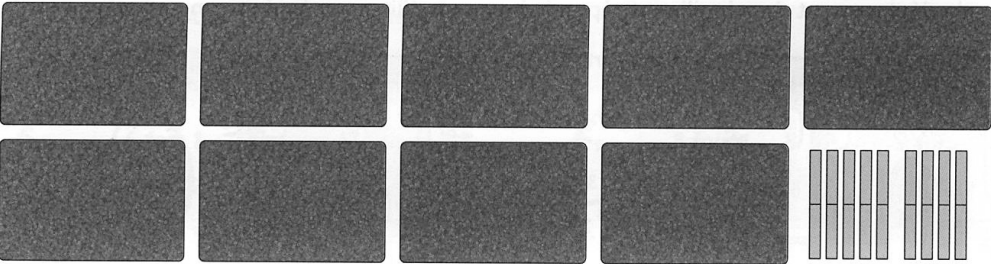
$10 \times \dots = \dots$

$10 \times \dots = \dots$

$10 \times \dots = \dots$

$10 \times \dots = \dots$

1 Prends ton compteur en carton et complète.



Sur le compteur :



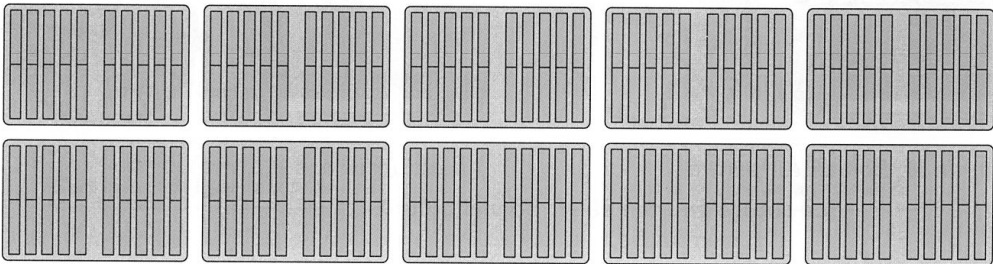
Combien de fois 100 ?

9 fois 100 et 99

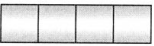
Combien de fois 10 ?

.....

Picbille et Dédé ont 1 bille de plus.
 Quand ils ont 10 valises de 100 billes, ils les mettent dans une caisse de 1000 billes et ils ferment le couvercle. Colle les couvercles des valises et de la caisse et complète.



Sur le compteur :



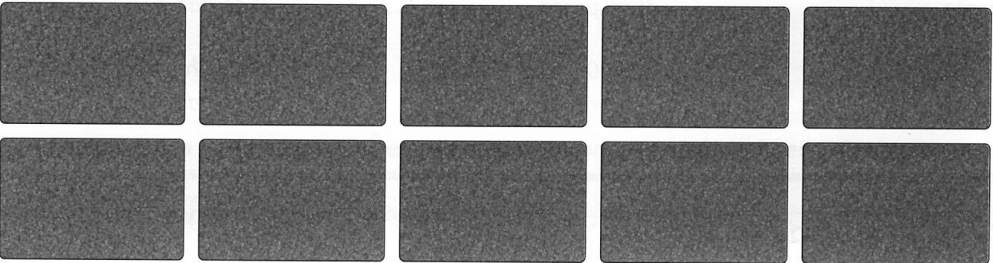
Combien de fois 100 ?

.....

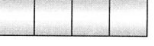
Combien de fois 10 ?

.....

Picbille et Dédé ont 1 bille de plus. Colle le couvercle de la caisse et complète.



Sur le compteur :



Combien de fois 100 ?

.....

Combien de fois 10 ?

.....

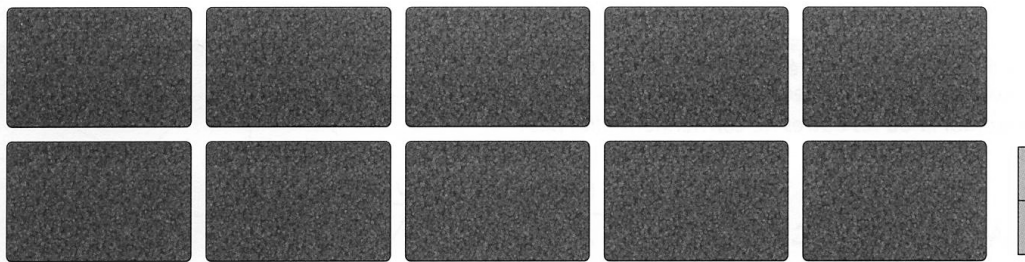
Affiche sur ton compteur les 2 nombres suivants et imagine les collections de billes correspondantes.

ou 100 groupes de 10; 1100, c'est 11 groupes de 100 ou...

- ② Imagine : Picbille et Dédé ont maintenant 1004 billes et ils ajoutent des billes une à une...
Écris la suite de nombres sur le compteur et décris les collections de billes.

1	0	0	4																				
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Picbille et Dédé ont 1 bille de plus... Colle le couvercle de la caisse et complète.

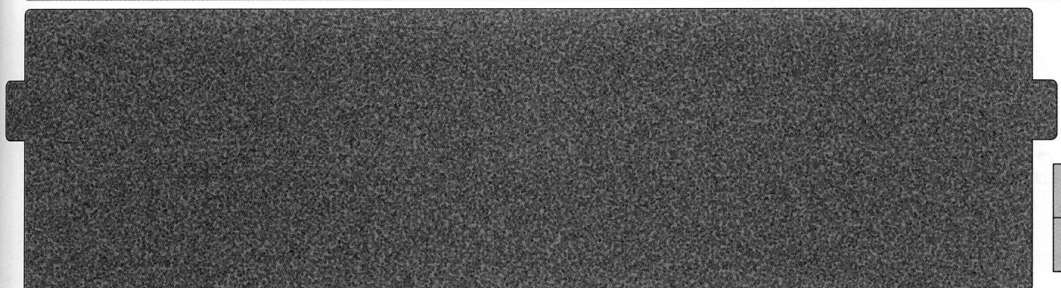


Sur le compteur :

--	--	--	--

Combien de fois 100?

Combien de fois 10?



Sur le compteur :

--	--	--	--

Combien de fois 100?

Combien de fois 10?

- ③ Imagine que Picbille et Dédé ont déjà 1097 billes... et qu'ils ajoutent des billes une à une.

Pour chaque nombre, écris-le sur le compteur, décris la collection de billes et dis combien il y a de centaines et combien de dizaines.

1	0	9	7																				
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Fais de même en imaginant que Picbille et Dédé ont déjà 1196 billes...

1	1	9	6																				
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Fais de même en imaginant que Picbille et Dédé ont déjà 1998 billes...

1	9	9	8																				
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

J'ai appris:

Quand Picbille a 1285 billes,
il ne voit plus les 12 centaines,
mais, avec les chiffres,
on continue à les voir :

1 2 8 5
↑
centaines

Il ne voit plus
les 128 dizaines,
mais... :

1 2 8 5
↑
dizaines

1000, c'est 10 groupes de 100, c'est aussi 100 groupes de 10.