

NSCD (*Non Smooth Contact Dynamics*)

État de l'art et points durs

Frédéric Dubois, David Dureisseix



Laboratoire de Mécanique et Génie Civil
(Université Montpellier 2 / CNRS UMR 5508)
CC048, Place Eugène Bataillon
F-34095 MONTPELLIER CEDEX 5, FRANCE

Introduction

Domaine d'intérêt

Simulation numérique des milieux discrets: étude du comportement collectif d'un assemblage de corps distincts en interaction:

- Classiquement :
 - grains rigides +interactions de type contact frottant
- Extensions:
 - Corps déformables
 - Interactions complexes: cohésion, ec
 - Modèles multi-physiques

Applications

milieux granulaires secs, cohésifs, etc
maçonneries
fracture
etc.

Plan

1. Formulation pour 1 impact

2. NSCD : rigide

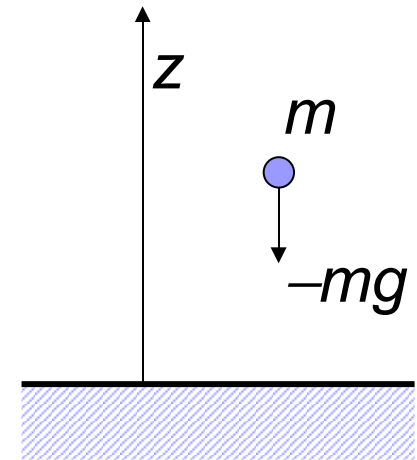
3. NSCD: déformable

Impact isolé

Bouncing ball

On se concentre sur l'impact
 ⇒ balle ponctuelle rigide (pas d'énergie de déformation)

- Vol libre, dynamique régulière $m \dot{v} = -mg$
 $v = \dot{z}$



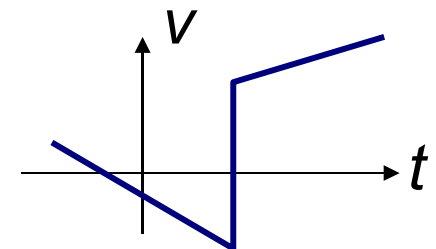
- À l'impact

$$0 \leq z \perp f \geq 0$$

déplacement

force ? en modèle rigide : impulsion r

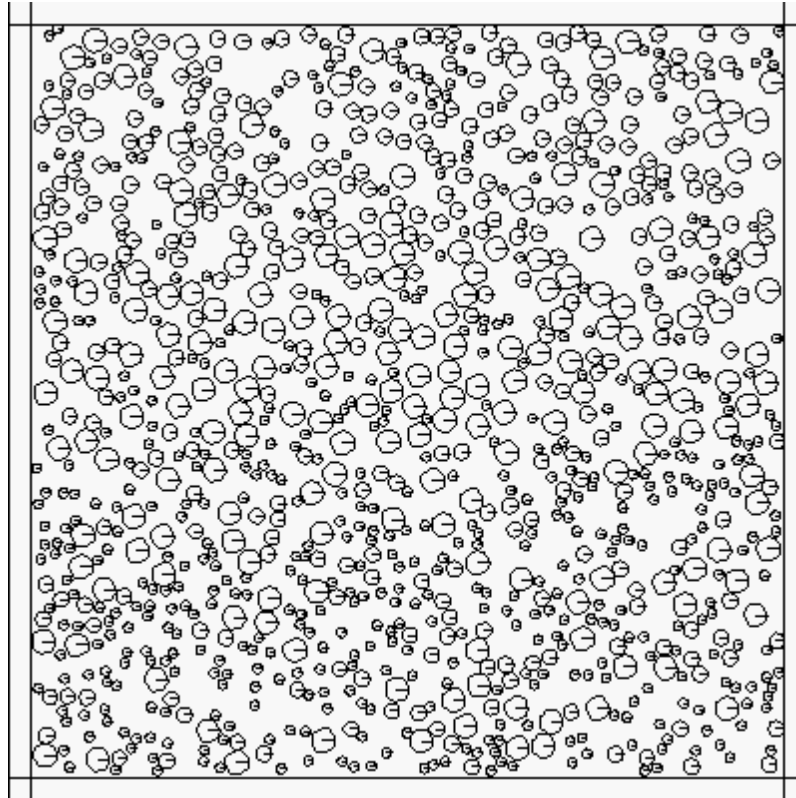
$$m \llbracket v \rrbracket = r$$



Impact isolé

Event driven

OK pour des impacts bien séquencés et peu nombreux



Ici on vise de nombreuses interactions, dans un milieu dense

Impact isolé

Time stepping

Approche incrémentale implicite

- Dynamique non régulière $m(v - v^i) = \int -mg dt + r$
 $v = \dot{z}$
- Pour les impacts

Formulation de type déplacement $0 \leq z \perp r \geq 0$

Formulation de type vitesse

lemme de Moreau \Rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \text{si } z > 0, r = 0 \\ \text{si } z = 0, 0 \leq v \perp r \geq 0 \end{array} \right.$

Impact isolé

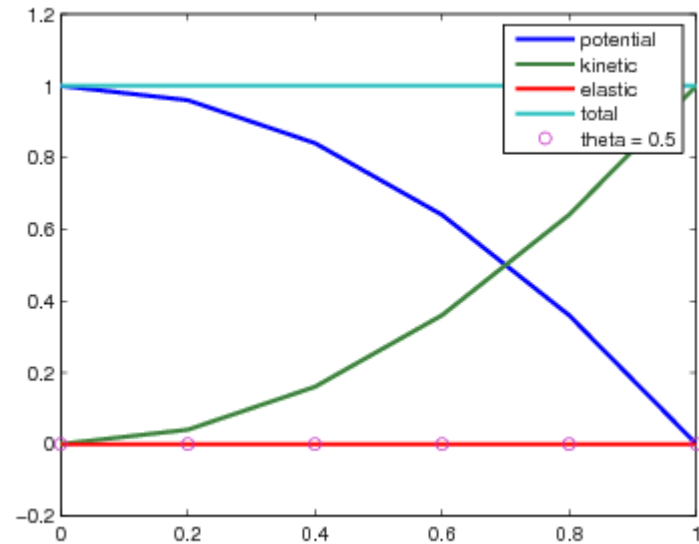
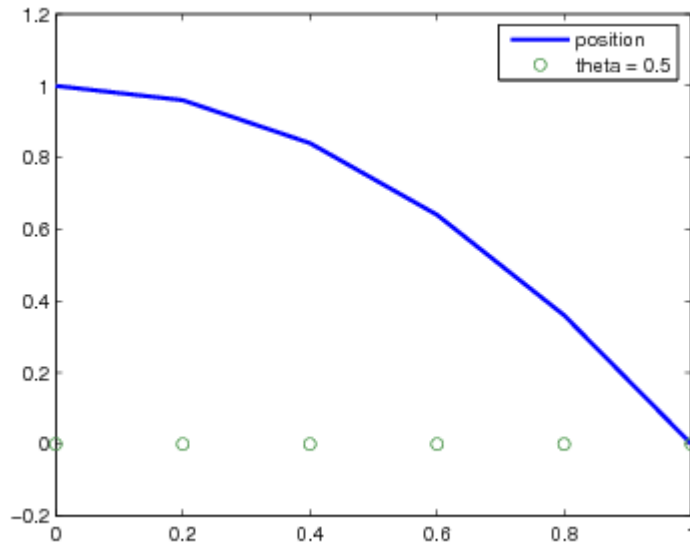
Discrétisation en temps

- schéma d'intégration
 - En dynamique non régulière : ordre faible (ex. trapèzes généralisés)
 - Pour l'exemple de la *bouncing ball*,
 - Crank-Nicholson ($\theta = \frac{1}{2}$) car en vol libre, la dynamique est linéaire et ce schéma conserve l'énergie discrète

Impact isolé

Discrétisation en temps

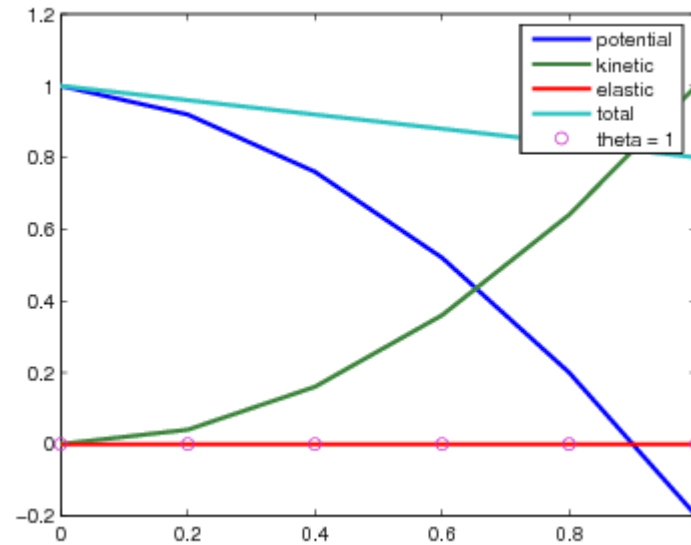
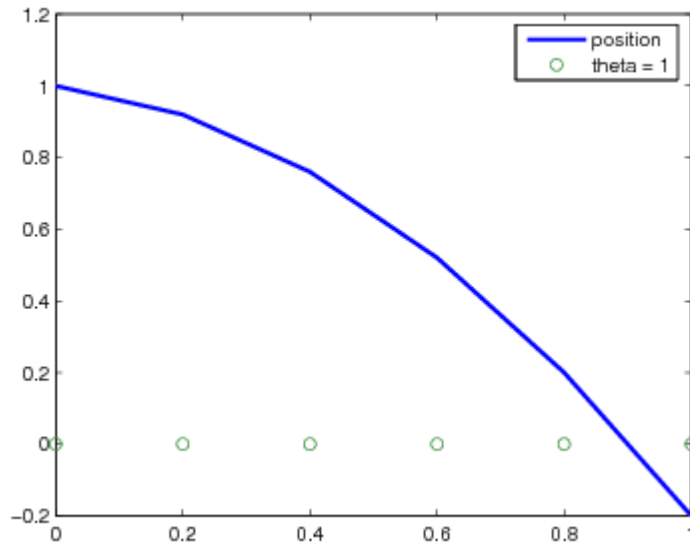
$$\theta = \frac{1}{2}$$



Impact isolé

Discrétisation en temps

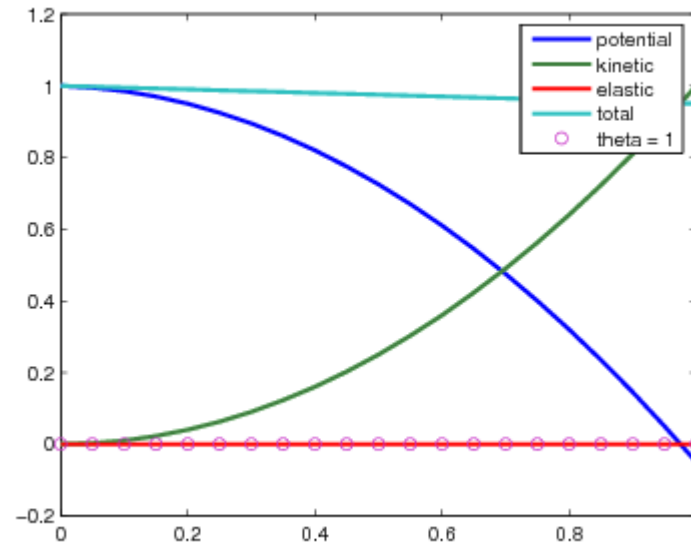
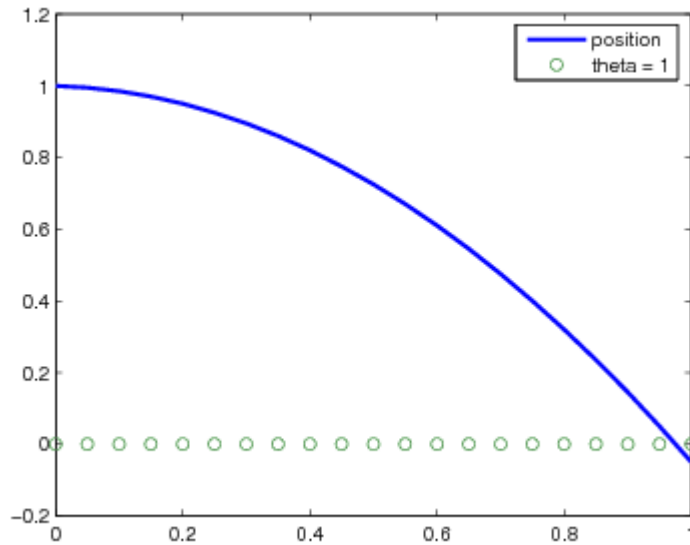
$$\theta = 1$$



Impact isolé

Discrétisation en temps

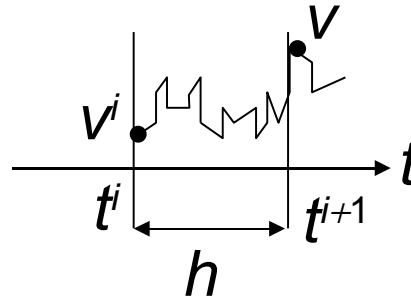
$$\theta = 1$$



Impact isolé

Discrétisation en temps : formulation vitesse-impulsion

h = pas de temps



- formulation discrétisée $m v^{i+1} = m v^i - mgh + r^{i+1}$ ↗ implicite

$$z^{i+1} = z^i + (1 - \theta) h v^i + \theta h v^{i+1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } z^p > 0, \quad r^{i+1} = 0 \\ \text{si } z^p \leq 0, \quad 0 \leq v^{i+1} \perp r^{i+1} \leq 0 \end{array} \right.$$

- *leap-frog* (saute-mouton)

les vitesses sont estimées aux piquets de temps,
le déplacement à mi-pas

$$z^p = z^i + 1/2 h v^i$$

↘ pénétration résiduelle possible

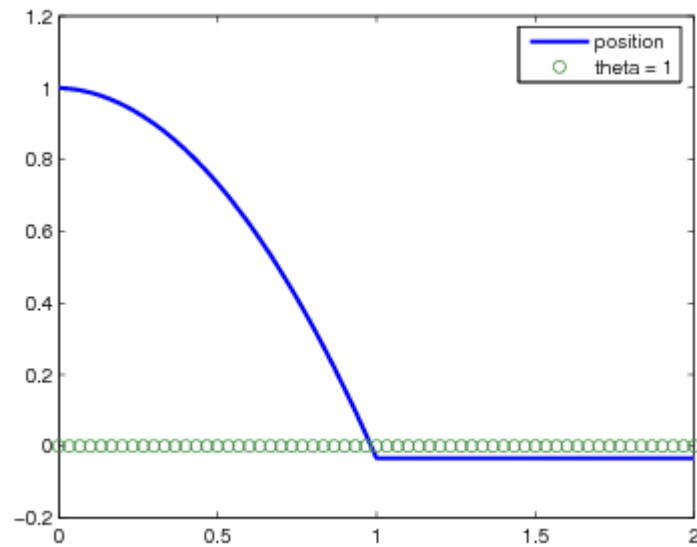
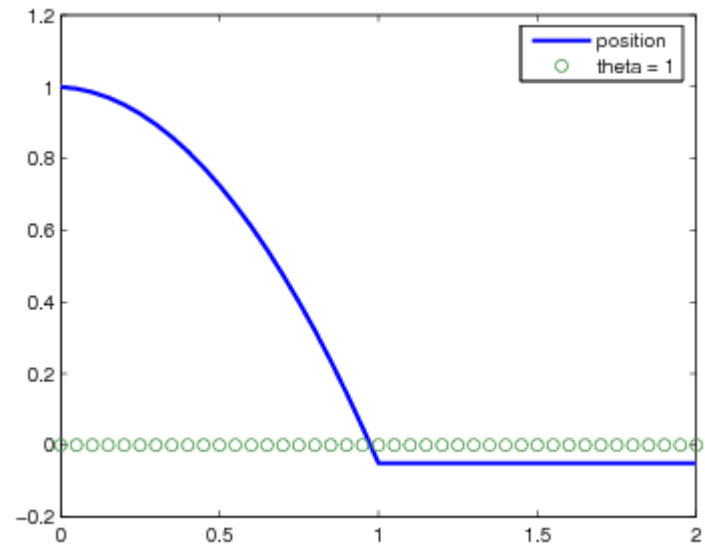
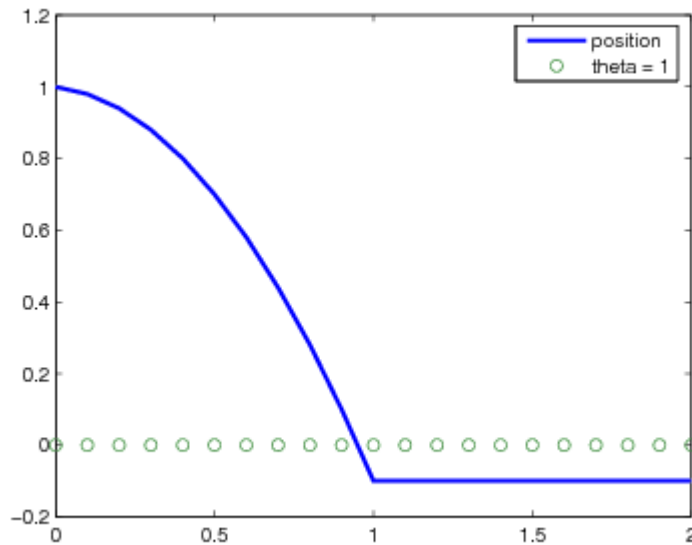


Impact isolé

Interprétation de la formulation vitesse-impulsion à l'impact

Choc mou

Impact isolé



Impact isolé

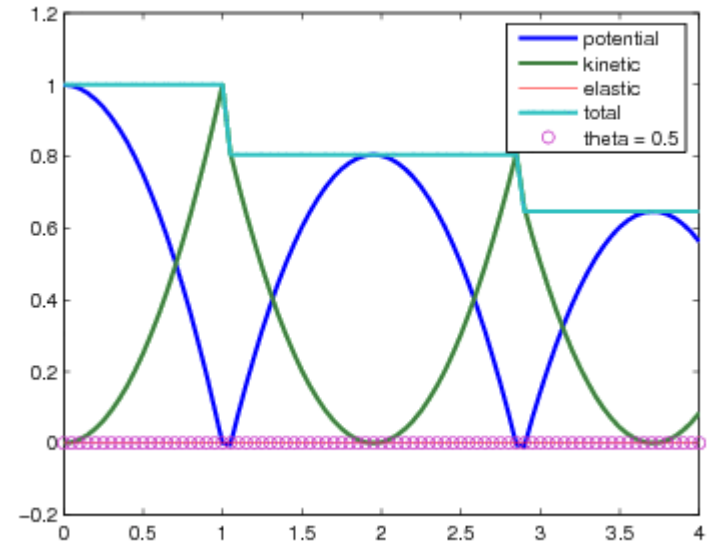
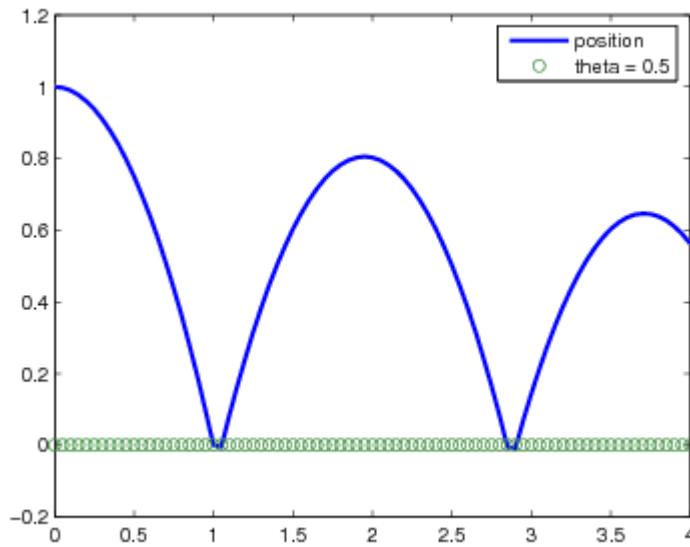
Interprétation de la formulation vitesse-impulsion à l'impact

Utilisation d'un coefficient de restitution d'énergie

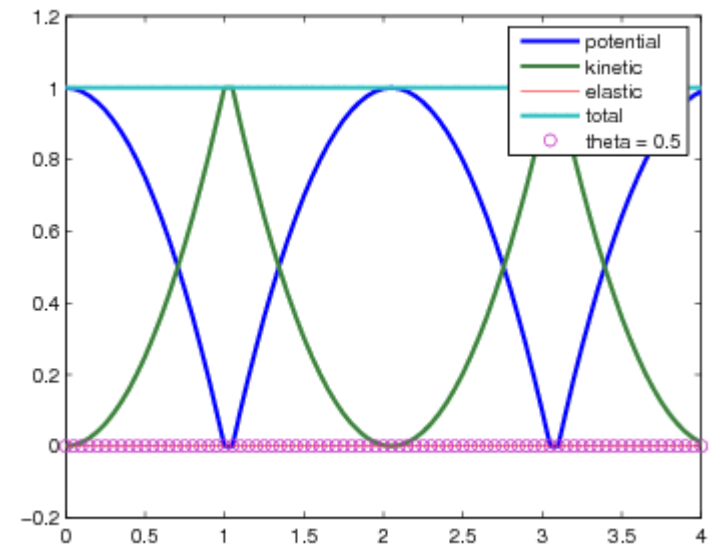
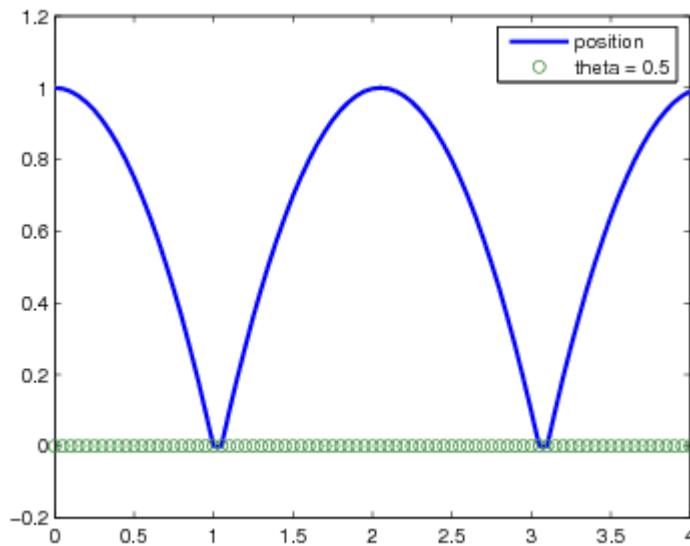
avec une vitesse « formelle » $\tilde{v}^{i+1} = v^{i+1} + e v^i$ $e \in [0, 1]$

Impact isolé

$e = 0.9$



$e = 1$



Impact isolé

Formulation déplacement-impulsion

Peut être plus « naturelle » en déformable...

Manque de contrôle de l'énergie associée à l'impact

- formulation discrétisée

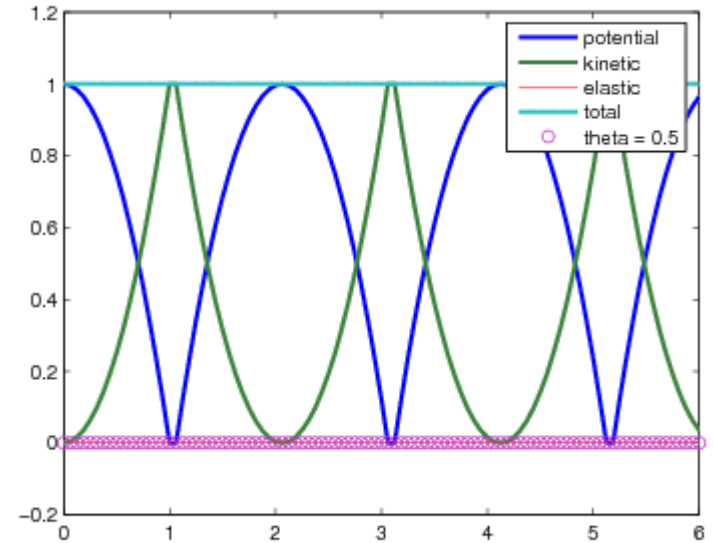
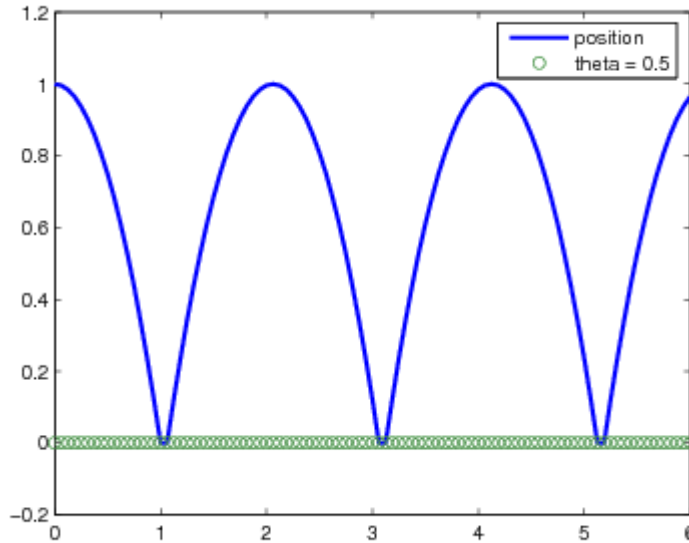
$$m v^{i+1} = m v^i - mgh + r^{i+1} \rightarrow \text{implicite}$$

$$z^{i+1} = z^i + (1 - \theta) h v^i + \theta h v^{i+1}$$

$$0 \leq z^{i+1} \perp r^{i+1} \geq 0$$

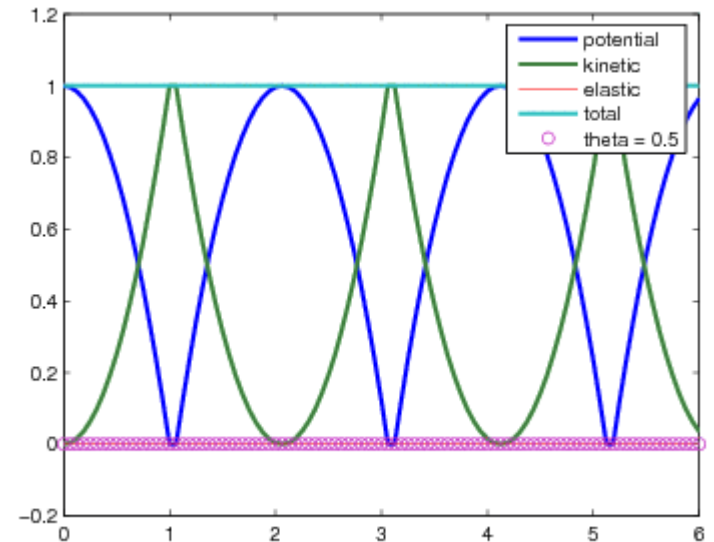
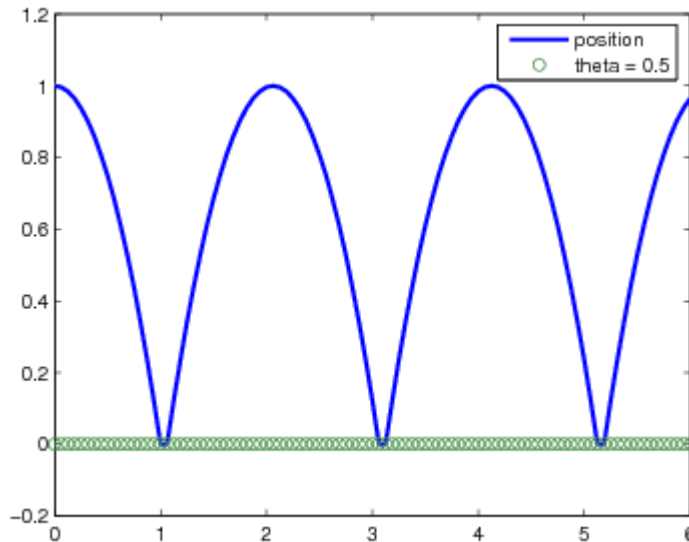
Impact isolé

déplacement



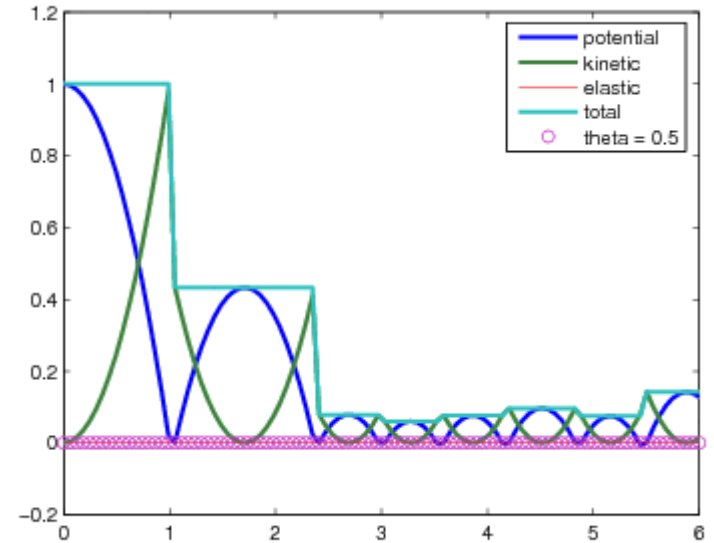
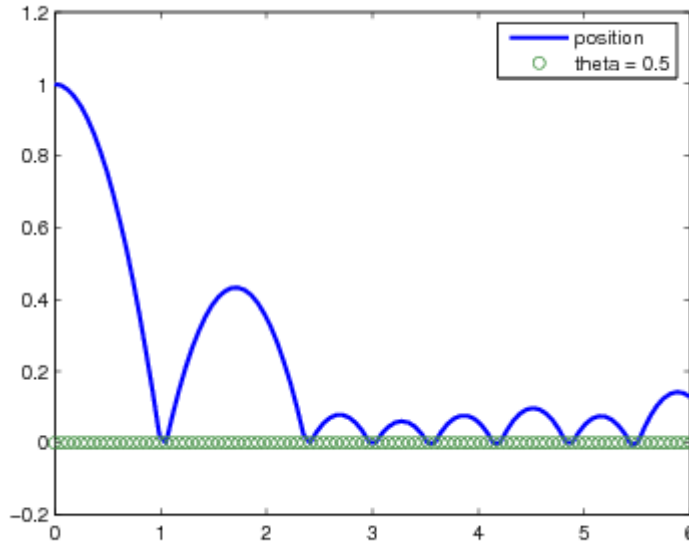
$$h = T / 96$$

vitesse



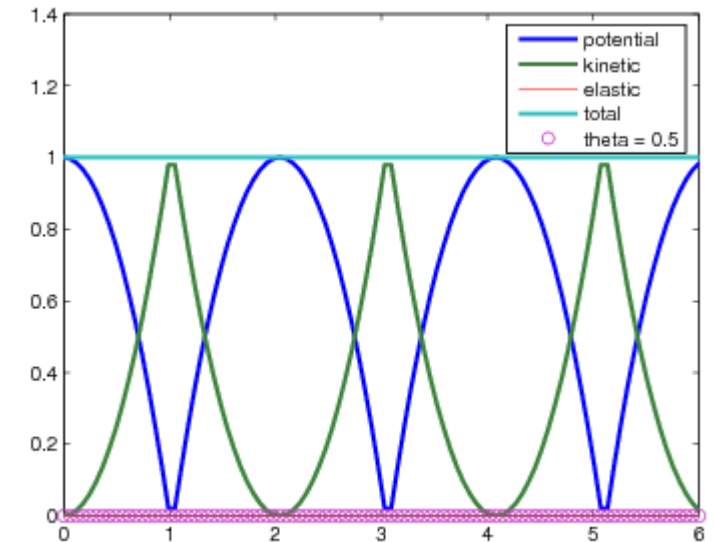
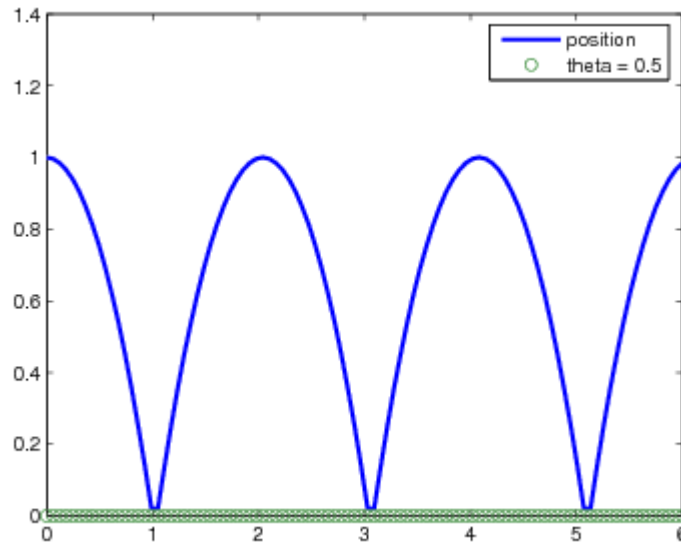
Impact isolé

déplacement



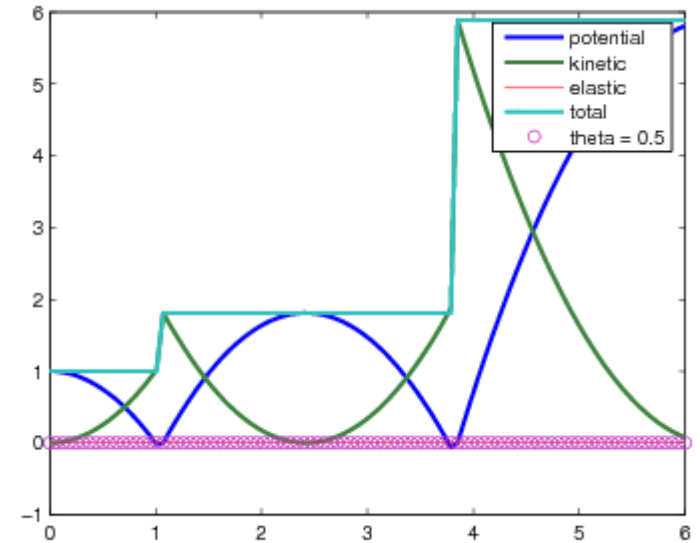
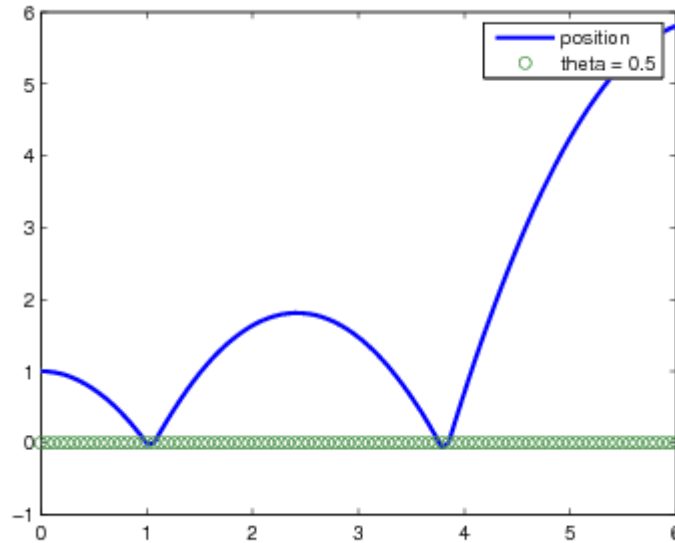
$$h = T / 97$$

vitesse



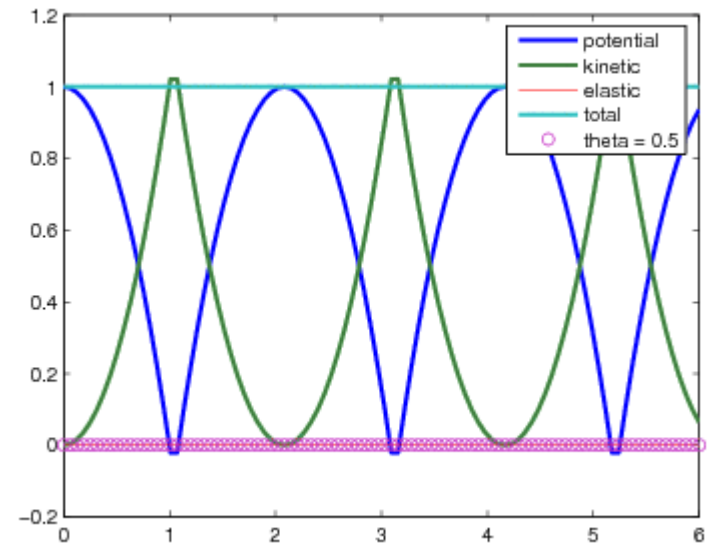
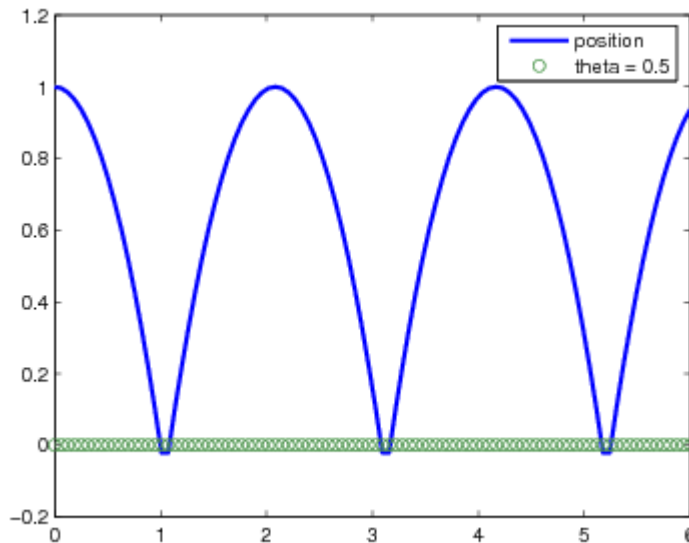
Impact isolé

déplacement



$$h = T / 95$$

vitesse

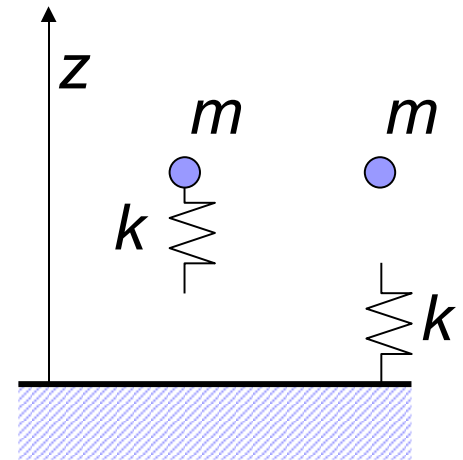


Impact isolé

Bouncing ball avec contact élastique

- Problème théoriquement régulier (sauf pour k élevé...)

∃ temps caractéristique $t_c = 2\pi(m/k)^{1/2}$



- À l'impact

Formulation de type déplacement-effort (z, f) $0 \leq \lambda \perp f \leq 0$

$$\lambda = z + k^{-1} f$$

Formulation dans le cadre non-régulier de type vitesse-impulsion (v, r)

(cas $\theta = 1$)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } z^p > 0, \quad r = 0 \\ \text{si } z^p \leq 0, \quad 0 \leq \mu \perp r \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\mu = v + k^{-1} h^{-2} r + h^{-1} z^i$$

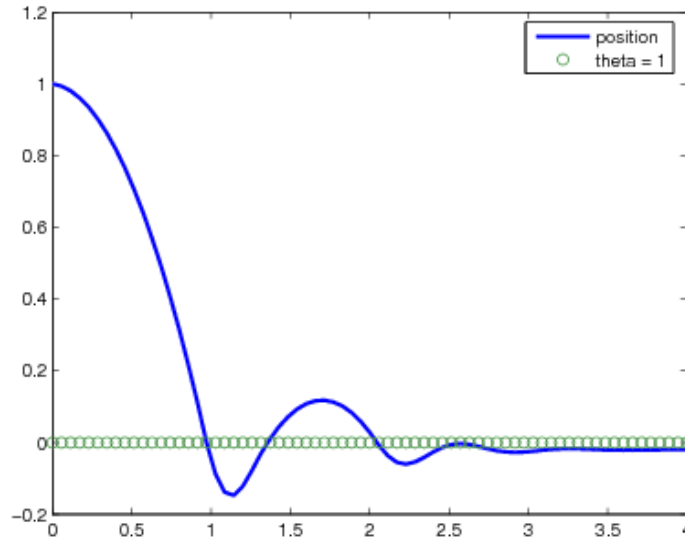
Impact isolé

***Bouncing ball* avec contact élastique**

2 cas de figure : $h < t_c$ ou $h > t_c$

Impact isolé

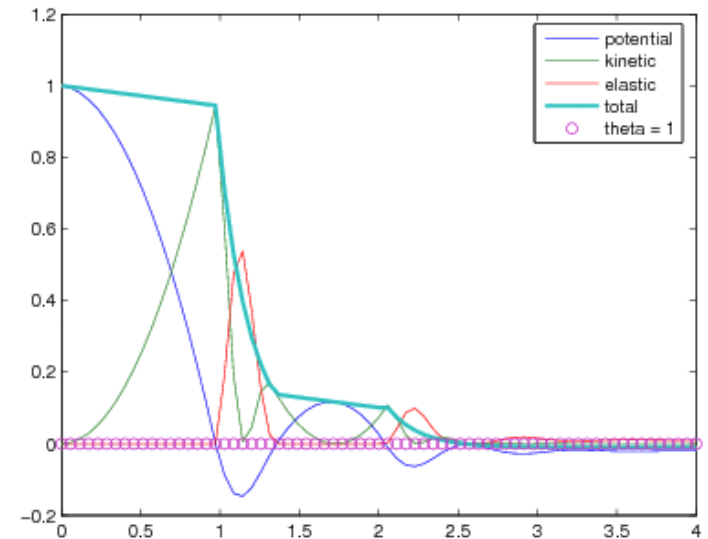
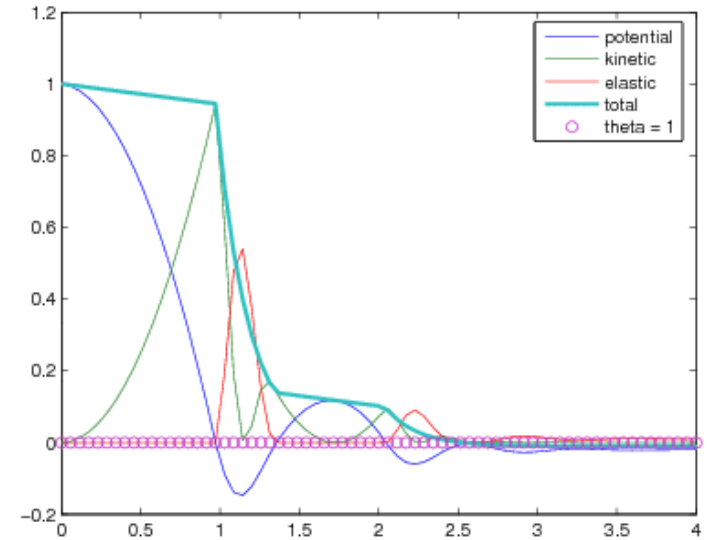
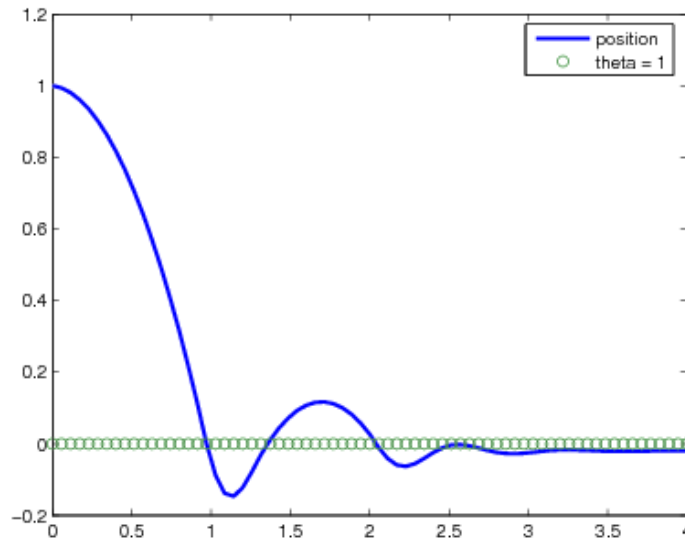
déplacement



$$t_c = 0.1419 \text{ s}$$

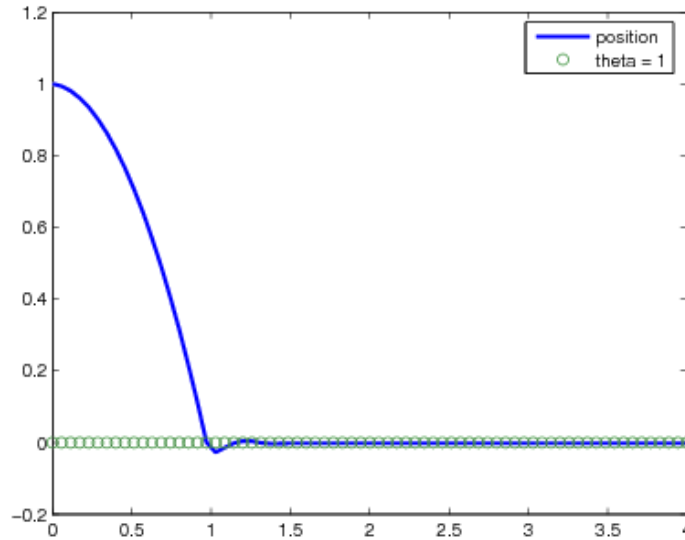
$$h = 0.0258 \text{ s}$$

vitesse



Impact isolé

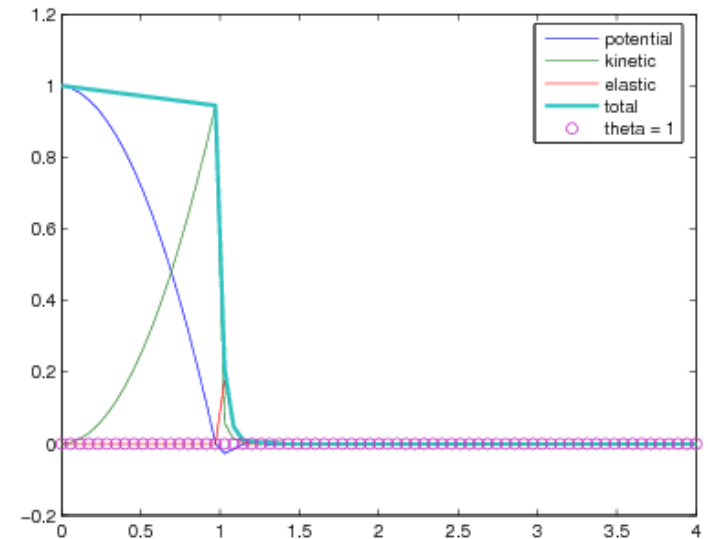
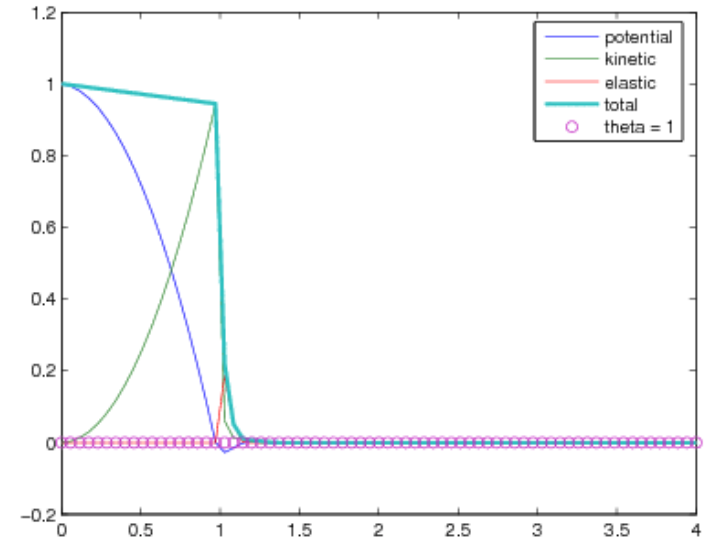
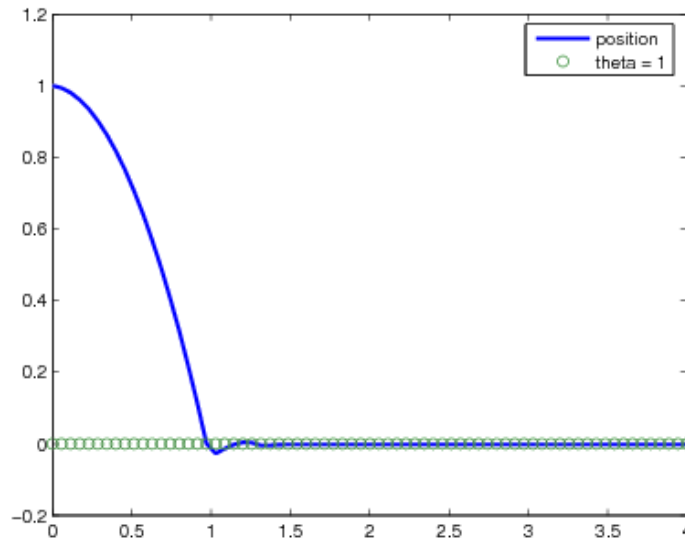
déplacement



$$t_c = 0.0449 \text{ s}$$

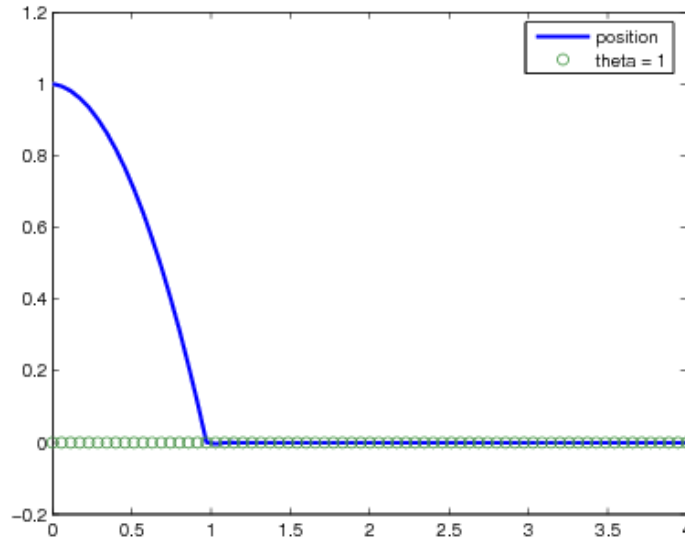
$$h = 0.0258 \text{ s}$$

vitesse



Impact isolé

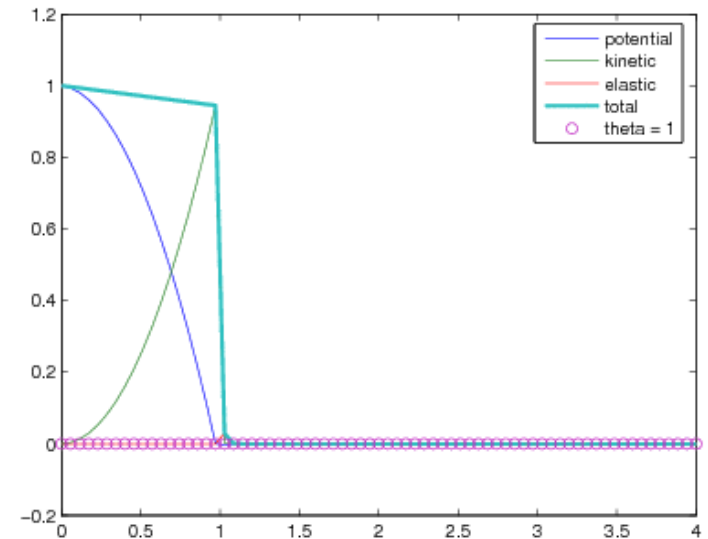
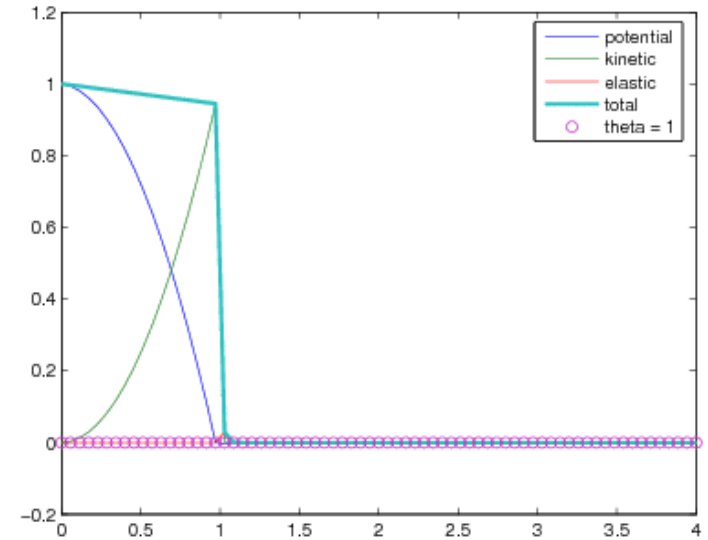
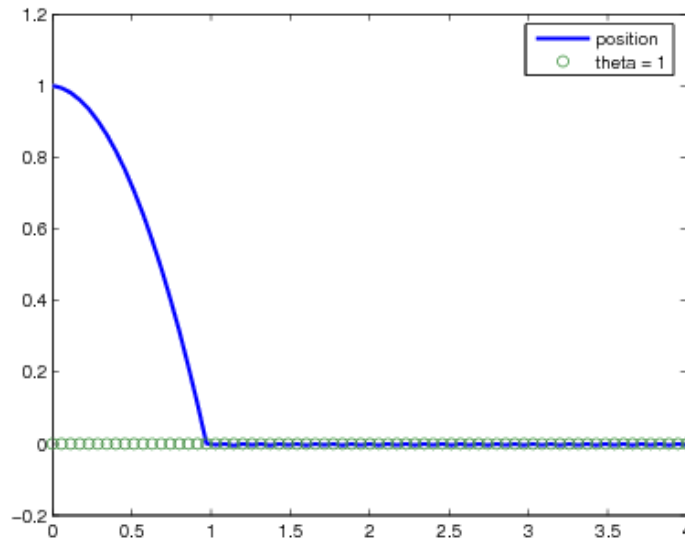
déplacement



$$t_c = 0.0142 \text{ s}$$

$$h = 0.0258 \text{ s}$$

vitesse



Plan

1. Formulation pour 1 impact

2. NSCD : rigide

3. NSCD: déformable

Multicontact

Cas typique des milieux granulaires

On perd le lien entre coefficient de restitution de Newton et dissipation globale d'énergie

Choix du pas de temps h ?

Critère de convergence ?

NSCD - corps rigides -

→ Dynamique discrétisée:

$$\hat{M}(v_{k+1} - v_k) = p_{free} + p$$

$$q_{k+1} = q_k + h * (\theta v_{k+1} + (1 - \theta) v_k)$$

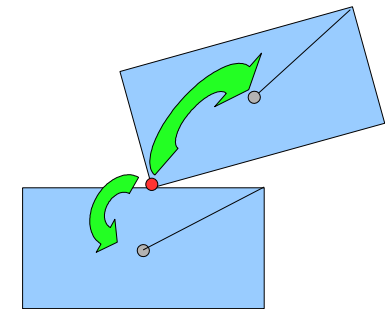
$$\text{avec : } \hat{M} = M \text{ et } p_{free} = h(1 - \theta) F_k^{ext} + h\theta F_{k+1}^{ext}$$

→ Passage local-global discrétisé:

$$U_{k+1} = H^T(\tilde{q}_{k+1}) v_{k+1}$$

$$p_{k+1} = H(\tilde{q}_{k+1}) P_{k+1} = \sum_{\alpha} H^{\alpha}(\tilde{q}_{k+1}) P_{k+1}^{\alpha}$$

$$\text{avec } \tilde{q}_{k+1} = q_k + h(\gamma_1 v_k + \gamma_2 v_{k+1})$$



$$\gamma_2 = 0, \gamma_1 = 0.5$$

NSCD - corps rigides -

→ lois d'interaction discrétisées:

$$g_0 \geq 0, \forall k > 0$$

si $g_{k+\theta} \leq 0$ alors

$$P_{N,k+1} \geq 0 \quad (U_{N,k+1} + eU_{N,k}) \geq 0 \quad P_{N,k+1} \cdot (U_{N,k+1} + eU_{N,k}) = 0$$

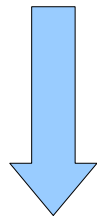
sinon $P_{N,k+1} = 0$

$$\|P_{T,k+1}\| \leq \mu P_{N,k+1} \quad \|P_{T,k+1}\| < \mu P_{N,k+1} \Rightarrow U_{T,k+1} = 0$$
$$\|P_{T,k+1}\| = \mu P_{N,k+1} \Rightarrow \exists \alpha \geq 0, U_{T,k+1} = -\alpha P_{T,k+1}$$

NSCD - corps rigides -

→résolution en variables locales:

$$M(v_{k+1} - v_k) = p_{free} + p_{k+1}$$



$$U = H^T v_{k+1}, \quad p_{k+1} = H P$$

$$U = U_{free} + W P \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} U_{free} &= H^T (v_k + M^{-1} p_{free}) \\ W &= H^T M^{-1} H \end{aligned}$$

→solveur implicite:

$$\begin{aligned} U &= U_{free} + W P \\ \text{ContactLaw}(U, P) & \quad \Big| \quad \longrightarrow \quad \text{NLGS, GPCP, LCP, etc} \end{aligned}$$

NSCD - corps rigides -

Boucle en temps ($n+1$)

Construction du second membre libre

Calcul de la vitesse libre

Calcul de la configuration intermédiaire ($n+\theta$)

détection du contact dans ($n+\theta$)

Construction de la matrice W^{-1}

Résolution du **Contact**

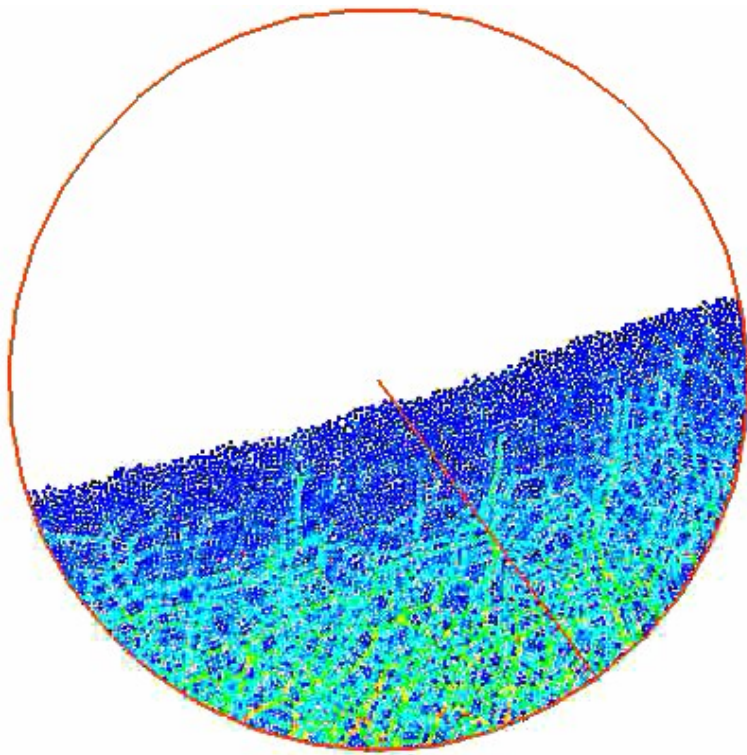
Actualisation de la vitesse

Mises à jour

Test de fin de boucle

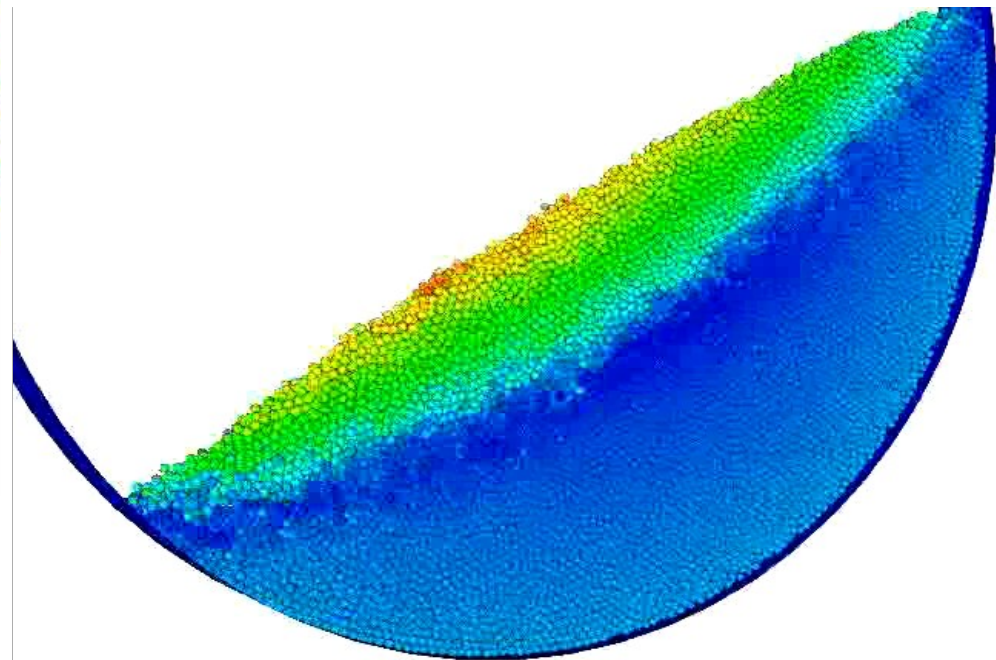
NSCD - corps rigides -

Exemple du tambour tournant
Fluide / Solide ?

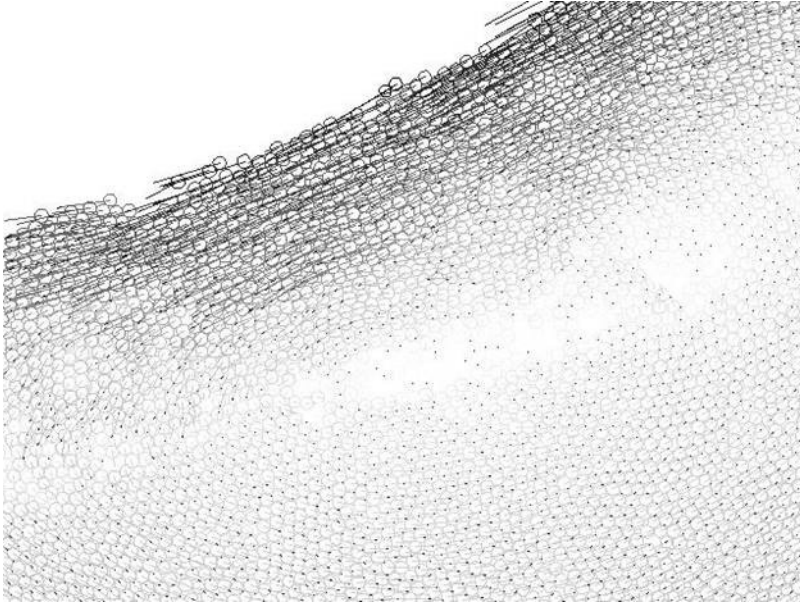


Réseau de forces

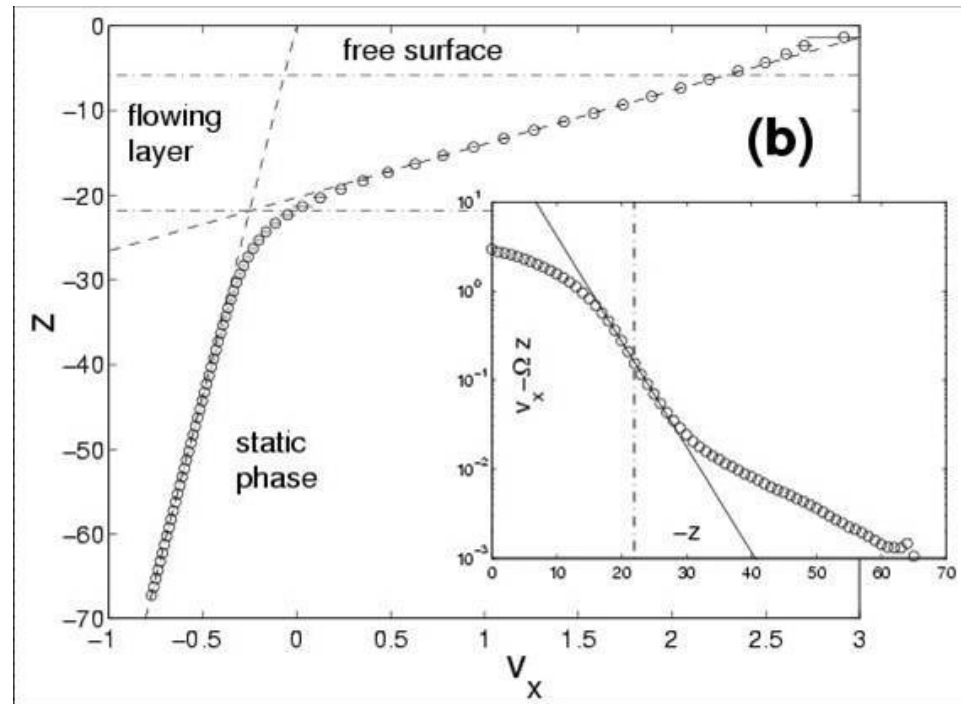
Tambour 3D



NSCD - corps rigides -



Champ des vitesses (zoom)

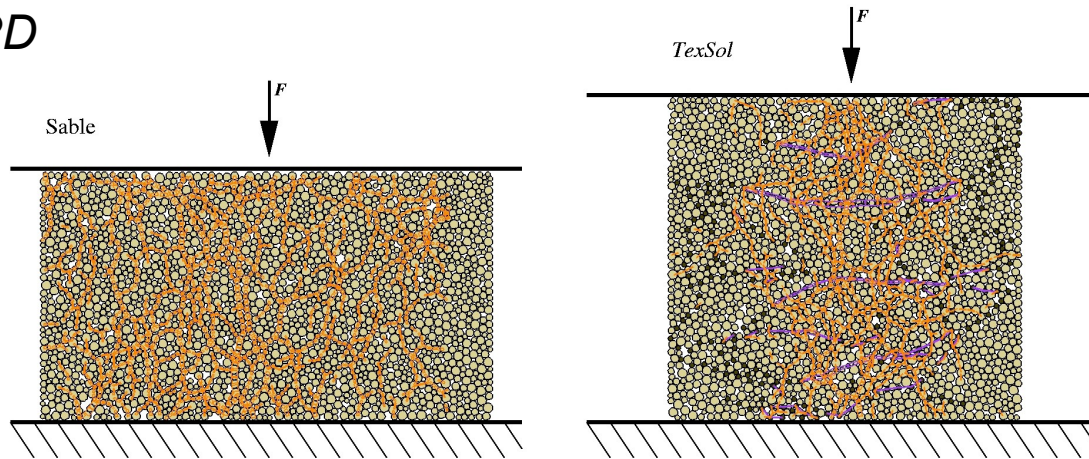


Transition fluide/solide

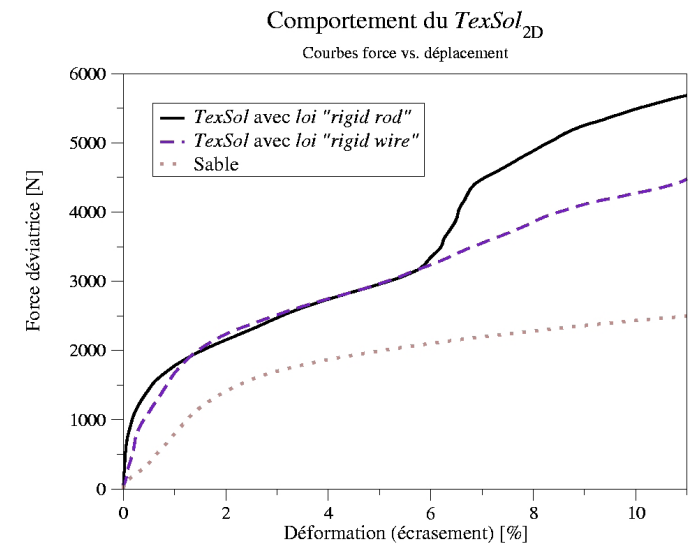
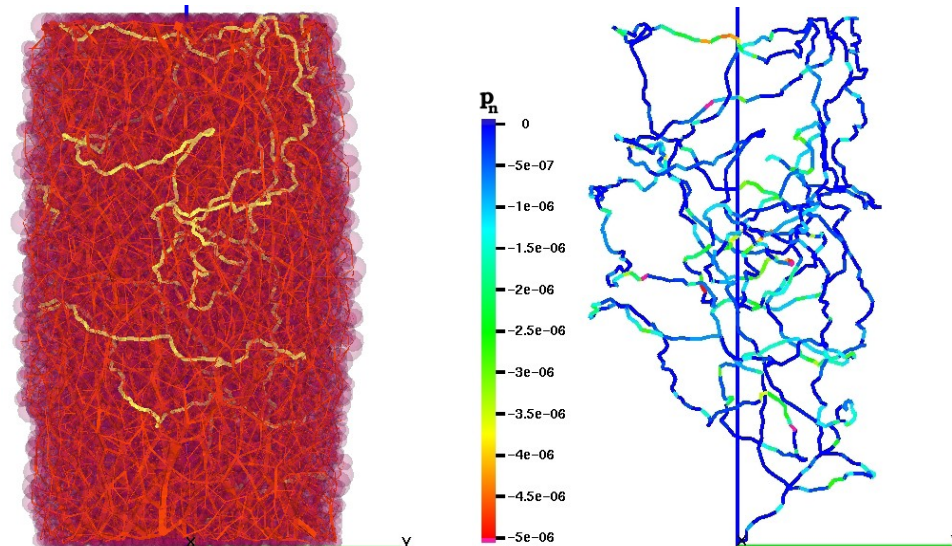
NSCD - corps rigides -

Matériaux renforcés pas des fils (geotextiles)

2D



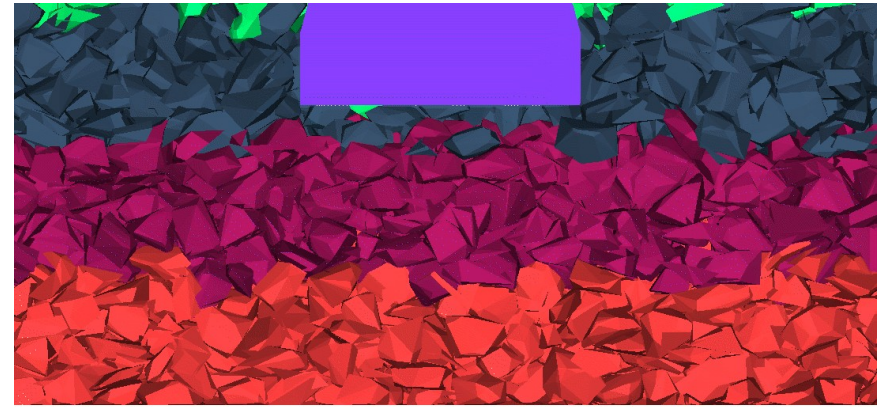
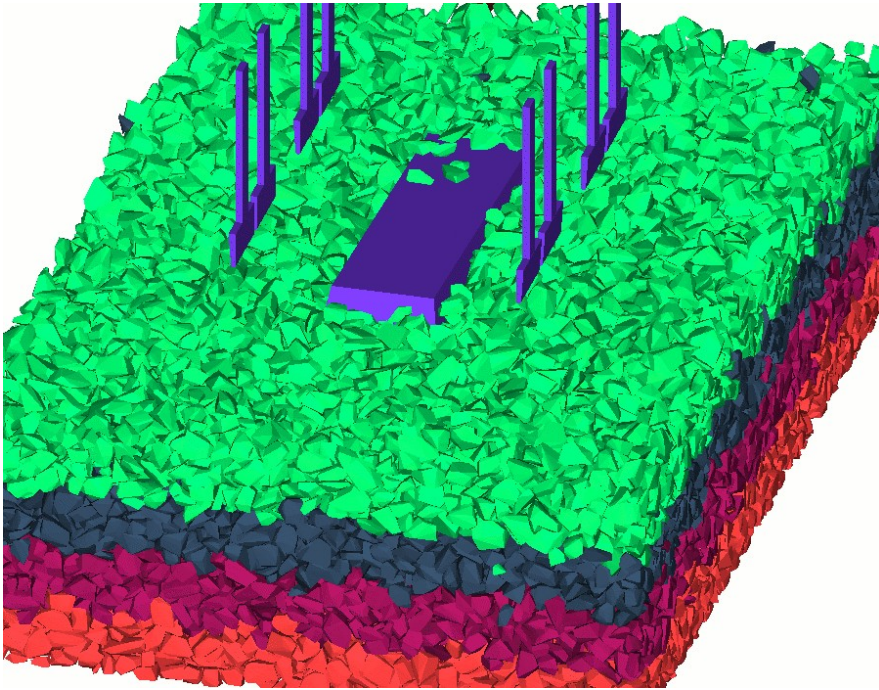
3D



NSCD - corps rigides -

Ballast: étude du bourrage

Azema (2007)



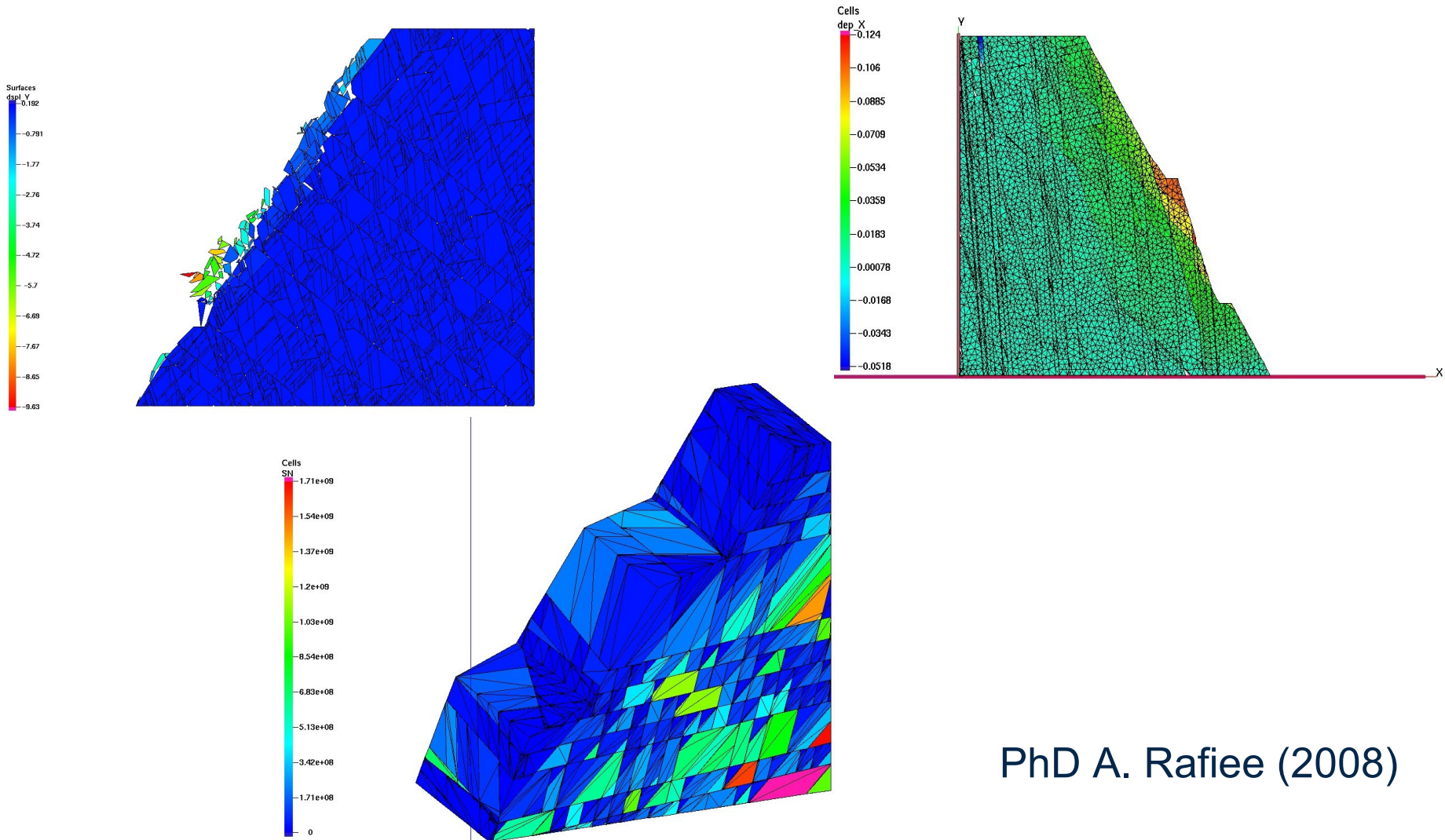
29000 polyhedra, $\mu=0.5$, $v_z = 1\text{m/s}$, Oscillating Force 5 Hz, 6000N – 100N

$H=2.10^{-4}\text{s}$, $T_f = 2\text{s}$

1 week computation on a PC

NSCD - corps rigides -

Stabilité de massifs rocheux fracturés

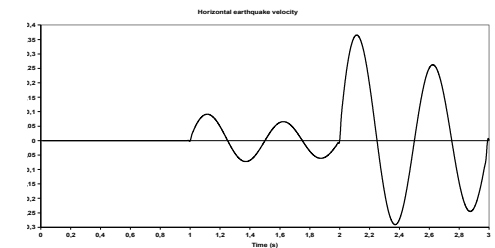
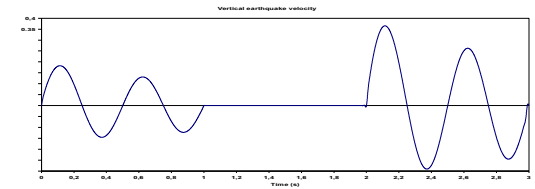
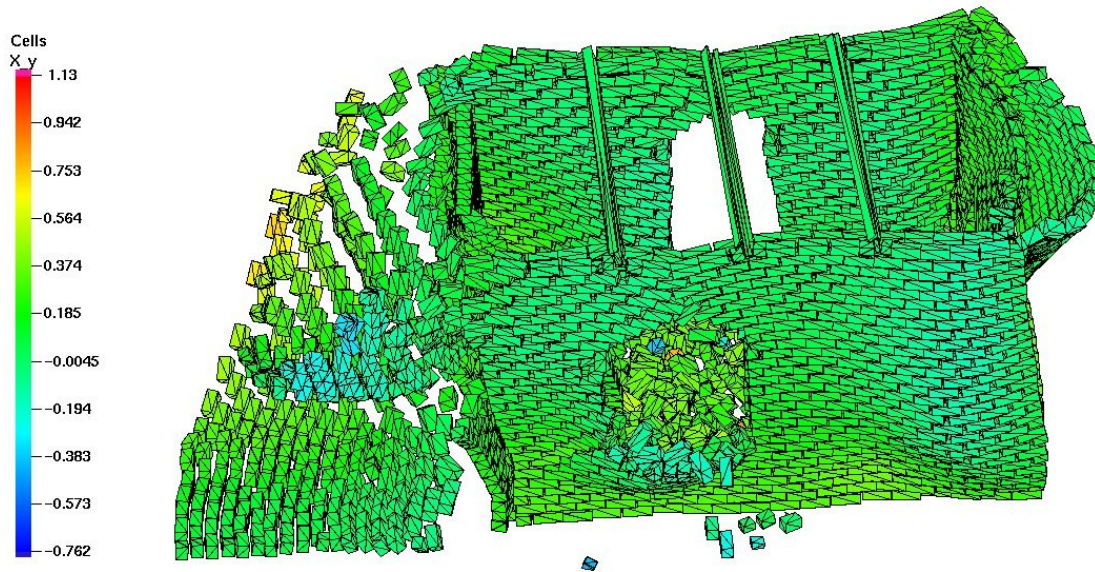


PhD A. Rafiee (2008)

NSCD - corps rigides -

Structure maçonnée sous chargement sismique:

- mise à l'équilibre sous gravité
- sollicitation vibratoire combinée



4000 hard bricks. Frictional contact

PhD A. Rafiee (2008)

NSCD - corps rigides -

- NSCD permet d'aborder une grande variété de problèmes
- De nombreuses extensions:
 - ✓ géométrie complexes
 - ✓ conditions aux limites périodiques
 - ✓ interactions complexes: cohésion, cables, etc.
 - ✓ couplages multi-physiques: thermique, électrique, *fluide*
 - ✓ calcul parallèle: solveur multi-thread, *décomposition de domaines*

Points durs:

- loi de restitution
- coût du calcul
- mise en données
- analyse des résultats (passage du micro au macro)

Plan

1. Formulation pour 1 impact

2. NSCD : rigide

3. NSCD: déformable

NSCD - corps déformables -

C'est pareil !

$$\hat{M}(v_{k+1} - v_k) = p_{free} + p$$

linéaire

avec :

$$\hat{M} = M + h\theta C + h^2\theta^2 K$$

$$p_{free} = h(1-\theta)F_k^{ext} + h\theta F_{k+1}^{ext} + hF^{vol}(q_k + h\theta \dot{q}_k, \dot{q}_k)$$

$$\hat{M}(v_{k+1}^{i+1} - v_{k+1}^i) = p_{free} + p$$

non linéaire

avec :

$$\hat{M} = M + h\theta C + h^2\theta^2 K$$

$$p_{free} = -M(v_{k+1}^i - v_k) + h(1-\theta)F_k^{ext} + h\theta F_{k+1}^{ext} + hF^{vol}(q_k + h\theta \dot{q}_{k+1}^i, \dot{q}_{k+1}^i)$$

NSCD - corps déformables -

Boucle en temps (n+1)

Calcul de la configuration intermédiaire (n+ θ)

détection du contact dans (n+ θ)

Boucle de Newton Raphson (i)

Construction de la matrice W^{-1}

Construction du second membre libre

Calcul de la vitesse libre

Résolution du **Contact**

Actualisation de la vitesse

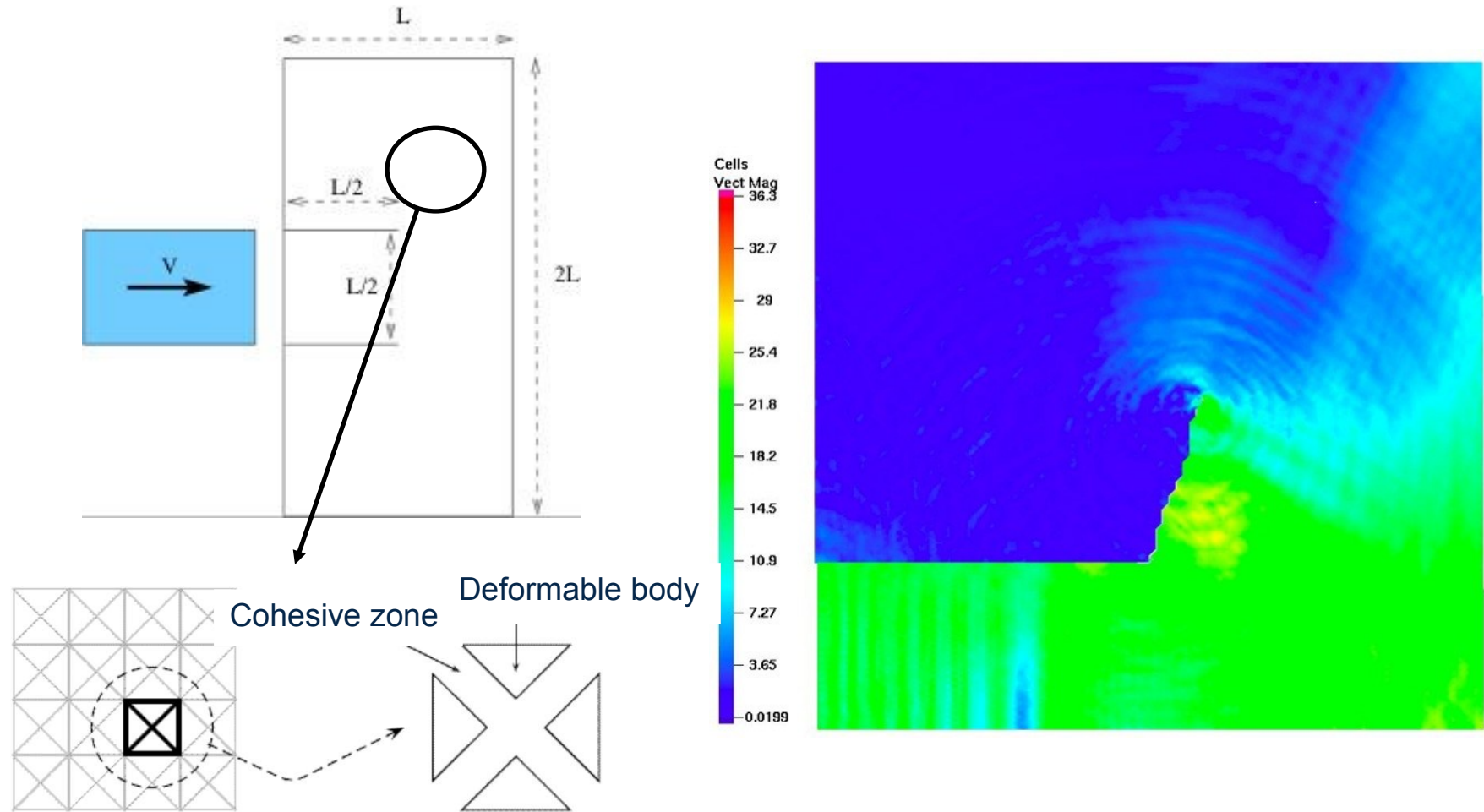
Test convergence

Mises à jour

Test de fin de boucle

NSCD - corps déformables -

Méthode de zones cohésives



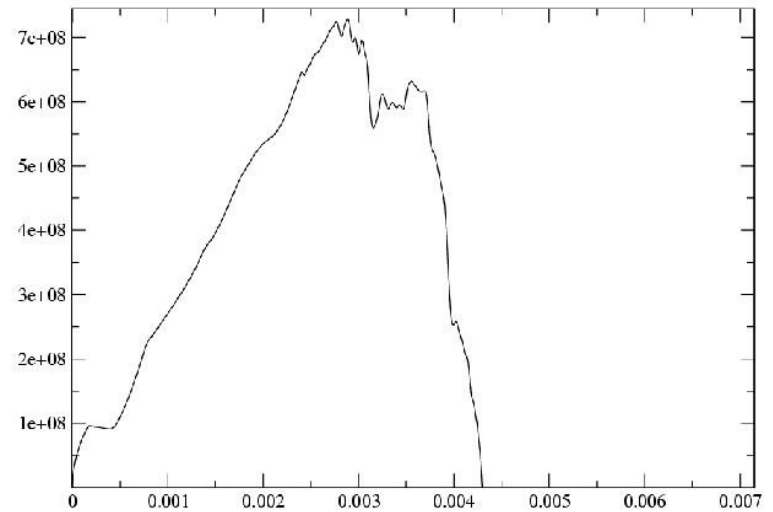
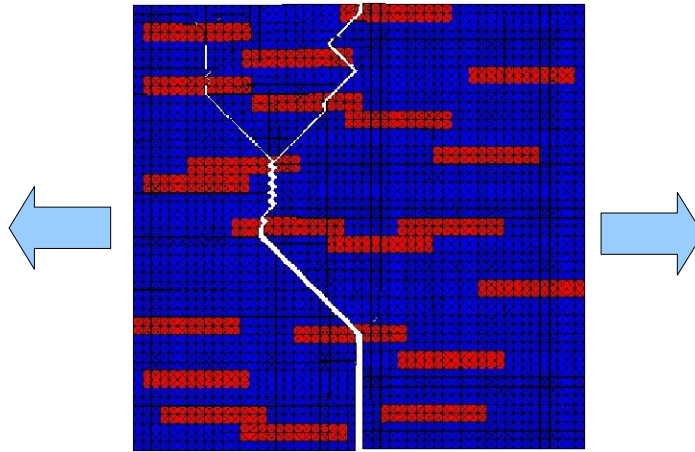
Monerie, Acary (RR inria 2006)

NSCD - corps déformables -

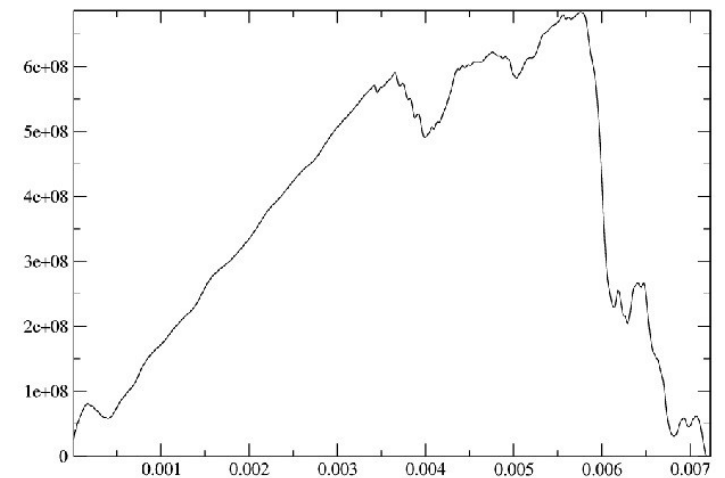
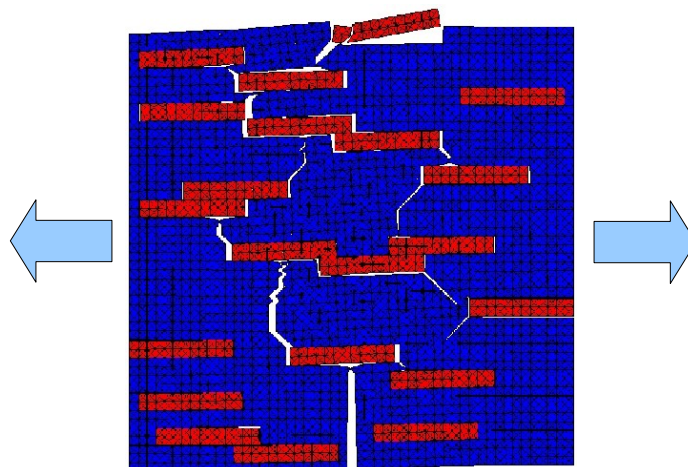
Méthode de zones cohésives
matrice élastoplastique, inclusion élastique

PhD F. Perales (2005)

$M/I > 1$

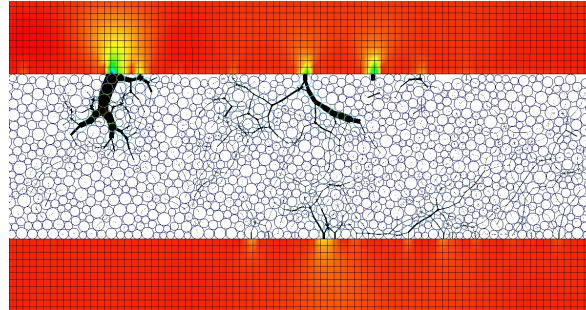
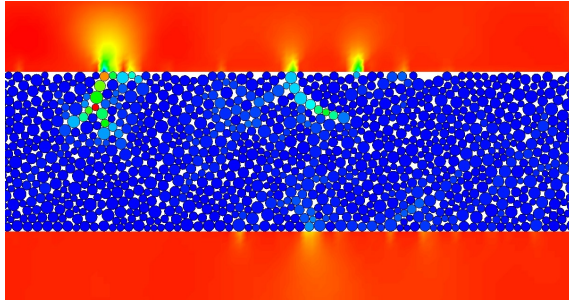


$M/I < 1$

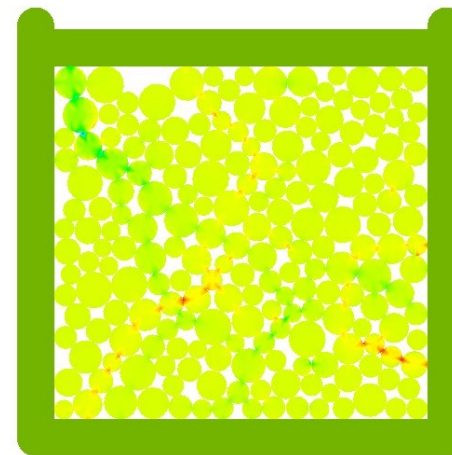
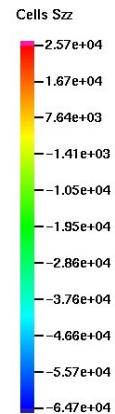


NSCD - corps déformables -

- Couplage FEM/DEM:



- DEM déformables:



0.001

NSCD - corps déformables -

NSCD extensible aux déformables

Tous les problèmes des déformables:

On perd l'énergie cinétique de la peau

Choix du pas de temps lié à la taille de maille

Oscillations HF

References

Non smooth dynamics

J. J. Moreau, Numerical aspects of sweeping process, *CMAME*, 177:329-349, 1999.

M. Jean, The non-smooth contact dynamics method, *CMAME*, 177:235-257, 1999.

Non smooth solvers

M. Barboteu *et al*, A DD strategy for nonclassical frict. multi-contact pb., *CMAME*, 190:4785-4803, 2001.

P. Ladevèze *et al*, A multiscale comput. approach for contact pbs, *CMAME*, 191:4869-4891, 2002.

S. Nineb *et al*, DD approach for nonsmooth discrete pb., *Comput. & Struct.*, 85(9):499-511, 2007.

P. Alart and D. Dureisseix, A scalable multiscale LATIN method adapted to nonsmooth discrete media, *CMAME*, 197(5):319-331, 2008.

D. Dureisseix and Ch. Farhat, A numerically scalable DDM for the solution of frictionless contact pb., *IJNME*, 50(12): 2643-2666, 2001.

M. Renouf and P. Alart, Conjugate gradient type algorithms for frict. multi-contact pb.: Appl. to granular materials, *CMAME*, 194:2019-2041, 2004.

P. Alart *et al*, Using nonsmooth analysis for num. sim. of contact mech., in: Nonsmooth Mechanics and Analysis, *Advances in Mechanics and Mathematics*, 12:195-207, 2005.

R. Laniel *et al*, Consistent thermodynamic modelling of wire-reinforced geomaterials, *Eur. J. of Mechanics - A/Solids*, 26(5):854-871, 2007.

P. Breitkopf and M. Jean, Modélisation parallèle des matériaux granulaires, Proc. of the 4th Colloque National en Calcul des Structures, 387-392, 1999.