



HAL
open science

Caractérisation et modélisation d'interfaces viscoélastiques

Lucie Rouleau, Jean-François Deü, Antoine Legay, Frédérique Le Lay

► **To cite this version:**

Lucie Rouleau, Jean-François Deü, Antoine Legay, Frédérique Le Lay. Caractérisation et modélisation d'interfaces viscoélastiques. 11e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2013, Giens, France. hal-01722342

HAL Id: hal-01722342

<https://hal.science/hal-01722342v1>

Submitted on 3 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Caractérisation et modélisation d'interfaces viscoélastiques

L. Rouleau^{1,2}, J.-F. Deü¹, A. Legay¹, F. Le Lay²

¹ LMSSC, Cnam Paris, 292 rue Saint-Martin, 75141 Paris, {lucie.rouleau, jean-francois.deu, antoine.legay}@cnam.fr

² CESMAN, DCNS Research, 44620 La Montagne, frederique.le-lay@dcnsgroup.com

Résumé — L'évaluation de l'efficacité de traitements amortissants de type interface viscoélastique passe par une étape de caractérisation et de modélisation. Ce travail présente une méthode originale d'obtention des courbes maîtresses de matériaux viscoélastiques, basée sur le respect des relations de causalité de Kramers-Kronig et un modèle élément finis d'interface permettant de modéliser des couches viscoélastiques contraintes de faible épaisseur. La méthodologie développée est adaptée à des études paramétriques.

Mots clés — viscoélasticité, Kramers-Kronig, élément d'interface, optimisation

1 Introduction

Les matériaux viscoélastiques sont largement utilisés dans les domaines aéronautique, automobile et naval pour leurs propriétés amortissantes. Ils sont notamment introduits dans certaines parties des sous-marins sous la forme d'interfaces viscoélastiques afin de réduire le bruit rayonné par les structures vibrantes et ainsi garantir la discrétion acoustique du sous-marin. Le dimensionnement et l'optimisation de placement de ces interfaces nécessitent une stratégie de caractérisation et de modélisation efficace permettant de tester facilement et rapidement plusieurs matériaux ou plusieurs configurations. D'une part, une procédure automatique originale d'obtention des courbes maîtresses à partir des mesures réalisées au viscoanalyseur, basée sur le respect des relations de causalité de Kramers-Kronig, est développée. D'autre part, des éléments d'interface d'épaisseur nulle sont construits pour modéliser les couches viscoélastiques de faible épaisseur.

2 Caractérisation de matériaux viscoélastique

Les matériaux viscoélastiques se caractérisent par des propriétés mécaniques fortement dépendantes de la fréquence et de la température [1]. Le viscoanalyseur permet de mesurer, pour différentes valeurs de fréquence et de température, l'amplitude du module $|G|$ et l'angle de perte ϕ définissant le module complexe du matériau viscoélastique :

$$G^*(\omega, T) = |G(\omega, T)|e^{i\phi(\omega, T)} \quad (1)$$

La plage de fréquence d'étude de l'appareil de mesure étant limitée, le principe de superposition temps-température est appliqué. Celui-ci stipule que les propriétés mécaniques d'un polymère thermo-rhéologiquement simple peuvent être connues à la température T_0 à partir de celles mesurées à la température T à condition de multiplier l'échelle des fréquences par un facteur a_T dépendant des températures T et T_0 , et de multiplier l'amplitude du module par un autre facteur b_T également dépendant des températures T et T_0 [1] :

$$\begin{aligned} |G(f, T)| &= b_T(T, T_0)|G(f_r, T_0)| \\ f_r &= a_T(T, T_0)f \end{aligned} \quad (2)$$

où f est la fréquence de mesure et f_r la fréquence réduite. La figure 1 illustre le principe de superposition temps-température. Les coefficients de glissement a_T et b_T sont classiquement déterminés par un ajustement utilisant la méthode des moindres carrés visant à obtenir la meilleure superposition possible

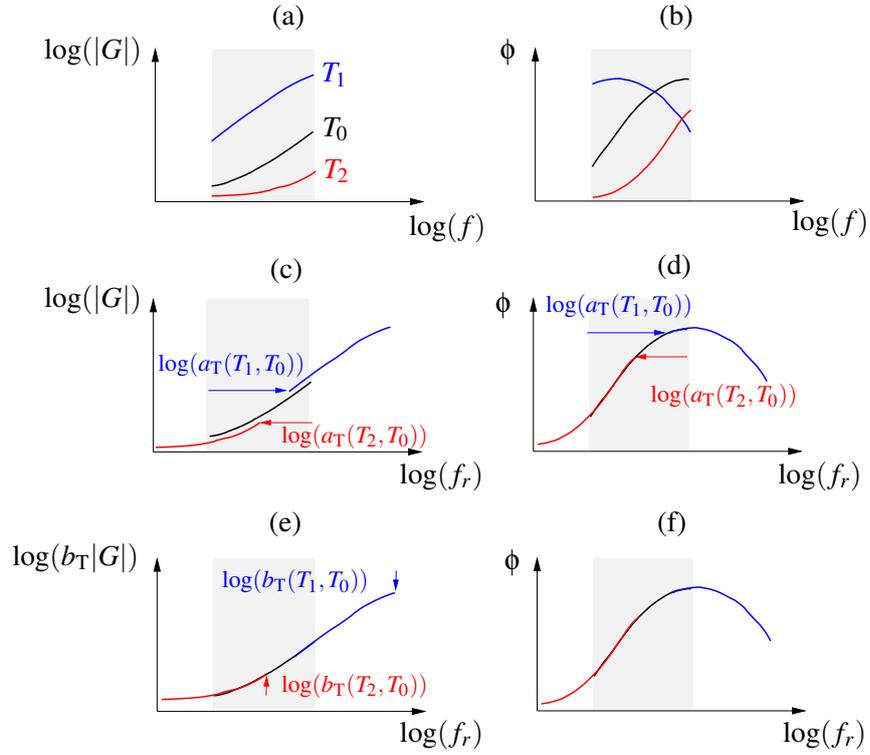


Fig. 1 – Principe de superposition temps-température. (a), (b) Isothermes de l'amplitude et de la phase du module complexe sur une bande de fréquence mesurable aux températures T_0 , T_1 et T_2 , avec $T_1 < T_0 < T_2$. (c), (d) Isothermes de l'amplitude et de la phase du module complexe après recalage horizontal par rapport à une température de référence T_0 . (e), (f) Isothermes de l'amplitude et de la phase du module complexe après recalage horizontal et vertical par rapport à une température de référence T_0 .

des isothermes [2]. Cependant, cette technique n'apporte aucun sens physique aux coefficients de glissement. D'autres méthodes déterminent ces coefficients avec les paramètres d'un modèle viscoélastique [3], ce qui assure un sens physique aux coefficients de glissement, mais nécessitent de se fixer a priori une fonction pour le module complexe. Le modèle viscoélastique choisi peut s'avérer inadapté et entraîner des écarts significatifs entre le modèle et les expériences. L'objectif de la section 2.1 est de présenter le principe de la méthode développée pour optimiser les coefficients de glissement de manière à satisfaire au mieux le principe de causalité [4]. Les résultats obtenus pour le Deltane 350, un polymère amorphe de chez Paulstra®, sont donnés dans la section 2.2.

2.1 Optimisation des coefficients de glissement pour l'obtention des courbes maîtresses

Dans le contexte de la viscoélasticité linéaire, le principe de causalité impose que l'amplitude et la phase du module complexe soient liés par des relations, dites de Kramers-Kronig [9] :

$$\begin{cases} \ln(|G^*(\omega)|) = \ln(|G_\infty|) + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{u\phi(u)}{\omega^2 - u^2} du \\ \phi(\omega) = \frac{2\omega}{\pi} \int_0^\infty \frac{\ln(|G^*(u)|)}{u^2 - \omega^2} du \end{cases} \quad (3)$$

où G_∞ est le module non relaxé ($G_\infty = G^*(\omega \rightarrow \infty)$). Le but de la procédure d'optimisation proposée dans ce travail est de trouver les coefficients de glissement produisant les courbes maîtresses qui respectent le mieux ces relations. Des mesures de l'amplitude et de la phase du module sont réalisées sur la bande de fréquence $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_{n_f}]$ et la gamme de température $\mathbf{T} = [T_1, T_2, \dots, T_{n_T}]$, conduisant à un nuage de $n = n_T \times n_f$ points de mesure. Lors d'une première étape d'initialisation, les coefficients b_T sont fixés à 1 et les coefficients obtenus pour un ajustement des isothermes par la méthode des moindres carrés sont choisis comme valeurs initiales aux coefficients a_T . La deuxième étape consiste à déterminer le jeu de paramètres $\mathbf{x} = [a_T(T_1), \dots, a_T(T_{n_T}), b_T(T_1), \dots, b_T(T_{n_T})]$ qui minimise une fonction coût \mathbf{F} représentant

l'écart entre le module mesuré et le module calculé par les relations de Kramers-Kronig, c'est-à-dire à calculer :

$$[\mathbf{a}_T^{\text{opt}}, \mathbf{b}_T^{\text{opt}}] = \left\{ \mathbf{x} \left| \min_{\mathbf{x}} \left(\sum_{i=1}^{n_f} |F(\mathbf{x}, f_r^i)|^2 \right) \right. \right\} \quad (4)$$

Pour déterminer la fonction coût pour un jeu de paramètres donné $\mathbf{x} = [a_T(T_1), \dots, a_T(T_{n_T}), b_T(T_1), \dots, b_T(T_{n_T})]$, le principe de superposition temps-température est appliqué aux données expérimentales pour obtenir les données recalées :

$$\begin{aligned} f_r^i &= a_T(T_j) f_k \\ \ln(|G_{\text{shift}}^*(\mathbf{x}, f_r^i(\mathbf{x}))|) &= \ln(b_T(T_j)) + \ln(|G_{\text{exp}}^*(T_j, f_k)|) \\ \phi_{\text{shift}}(\mathbf{x}, f_r^i(\mathbf{x})) &= \phi_{\text{exp}}(T_j, f_k) \end{aligned} \quad (5)$$

où $i = 1 \dots n$, $j = 1 \dots n_T$ et $k = 1 \dots n_f$. Les fonctions $\ln(|G_{\text{shift}}^*|)$ et ϕ_{shift} sont lissées et étendues sur l'intervalle $[0, +\infty[$, notés dans la suite $\ln(|G_{\text{int}}^*|)$ et ϕ_{int} , puis intégrées numériquement selon les relations de Kramers-Kronig par la méthode décrite dans [5] :

$$\begin{aligned} \ln(|G_{\text{KK}}^*(\mathbf{x}, f_r)|) &= \ln(|G_{\text{int } \infty}^*|) + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{u \phi_{\text{int}}(\mathbf{x}, u)}{f_r^2 - u^2} du \\ \phi_{\text{KK}}(\mathbf{x}, f_r) &= \frac{f_r}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{\ln(|G_{\text{int}}^*(\mathbf{x}, u)|)}{u^2 - f_r^2} du \end{aligned} \quad (6)$$

Des relations de Kramers-Kronig exactement vérifiées correspondent à $\ln(G_{\text{KK}}^*) = \ln(G_{\text{shift}}^*)$. La fonction coût à minimiser est alors définie de la manière suivante :

$$\begin{aligned} F(\mathbf{x}, f_r^i) &= \frac{\ln(G_{\text{shift}}^*(\mathbf{x}, f_r^i(\mathbf{x}))) - \ln(G_{\text{KK}}^*(\mathbf{x}, f_r^i(\mathbf{x})))}{\ln(G_{\text{shift}}^*(\mathbf{x}, f_r^i(\mathbf{x})))} \\ &= \frac{\ln(|G_{\text{shift}}^*(\mathbf{x}, f_r^i(\mathbf{x}))|) + i\phi_{\text{shift}}(\mathbf{x}, f_r^i(\mathbf{x}))}{\ln(|G_{\text{shift}}^*(\mathbf{x}, f_r^i(\mathbf{x}))|) + i\phi_{\text{shift}}(\mathbf{x}, f_r^i(\mathbf{x}))} \\ &\quad - \frac{\ln(|G_{\text{KK}}^*(\mathbf{x}, f_r^i(\mathbf{x}))|) + i\phi_{\text{KK}}(\mathbf{x}, f_r^i(\mathbf{x}))}{\ln(|G_{\text{shift}}^*(\mathbf{x}, f_r^i(\mathbf{x}))|) + i\phi_{\text{shift}}(\mathbf{x}, f_r^i(\mathbf{x}))} \end{aligned} \quad (7)$$

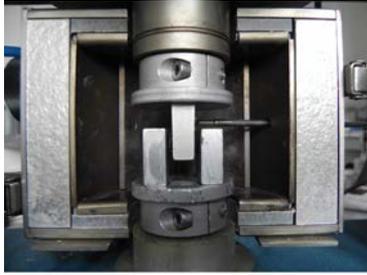
2.2 Résultats pour le Deltane 350

Le matériau viscoélastique utilisé pour cette étude est le Deltane 350, un matériau amorphe de Paulstra®, principalement utilisé en aéronautique. Ses propriétés mécaniques sont mesurées sur un viscoanalyseur Metravib DMA 450+ dans une configuration de double cisaillement (figure 2a). Les échantillons sont testés sur la plage de fréquence 0 Hz - 400 Hz ($n_f = 10$ points de mesure) et sur la gamme de température $-40^\circ\text{C} - 43^\circ\text{C}$ ($n_T = 18$ points de mesure). Un déplacement dynamique de $5\mu\text{m}$ est appliqué à l'échantillon, de manière à rester dans le domaine de la viscoélasticité linéaire.

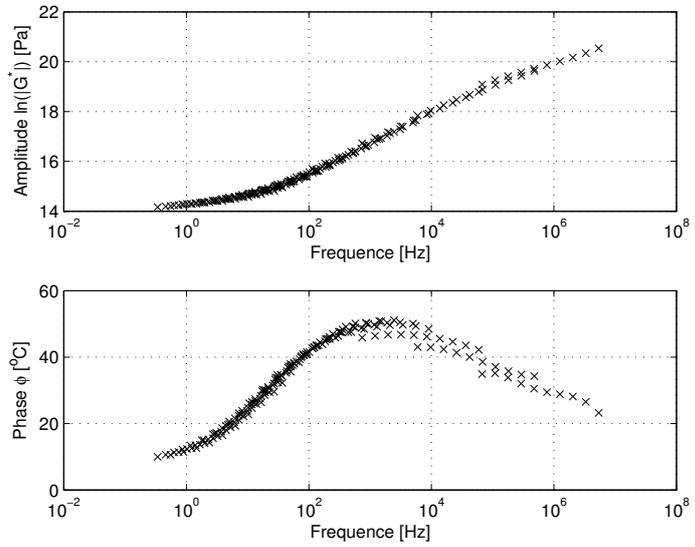
La procédure décrite dans la section précédente est appliquée aux mesures réalisées sur le Deltane 350 pour obtenir les courbes maîtresses à la température de référence $T_0 = 12^\circ\text{C}$ (figure 2b). Les coefficients de glissement initiaux et optimisés sont tracés sur les figures 3 et 4. Ceux-ci sont en accord avec l'équation de Williams-Landel-Ferry [1] et la théorie de Bueche-Rouse [6], comme le montrent les figures 3 et 4.

3 Modélisation de l'interface viscoélastique

Une interface viscoélastique correspond à une couche viscoélastique de très faible épaisseur prise en sandwich entre deux faces élastiques. Une représentation tridimensionnelle de cette interface conduit à des modèles avec un grand nombre de degrés de liberté, dû aux raffinements nécessaires pour assurer un bon rapport de forme des éléments. Les éléments de type poutre/plaques/coque permettent de réduire significativement la taille du modèle, mais présentent des limitations pour la modélisation de structures à géométrie complexe. Cette partie du travail concerne le développement de deux types d'éléments d'interface d'épaisseur nulle, modélisant l'interface viscoélastique et connectés aux éléments hexaédriques



(a)



(b)

Fig. 2 – Viscoanalyseur Metravib DMA 450+ dans une configuration de double cisaillement (a) et courbes maîtresses du Deltane 350 pour une température de référence $T_0 = 12^\circ\text{C}$ (b).

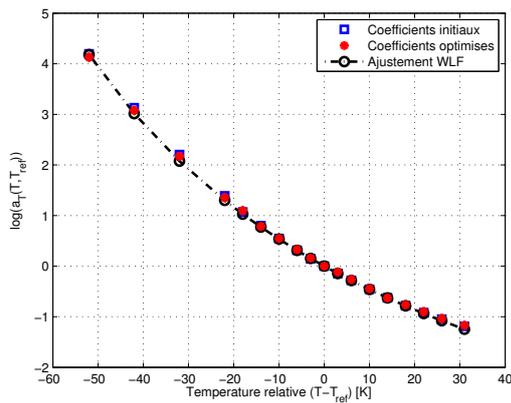


Fig. 3 – Coefficients de glissement a_T initiaux et optimisés comparés aux coefficients a_T prédits par l'équation de Williams-Landel-Ferry [1].

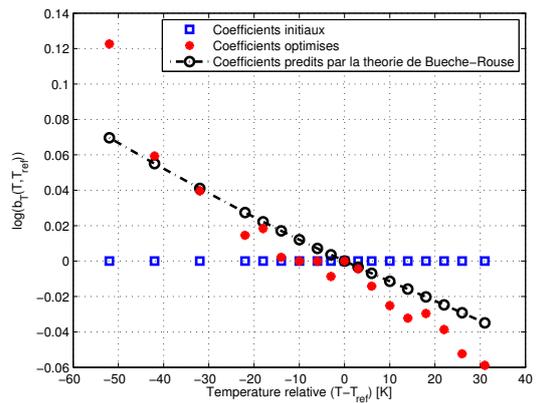


Fig. 4 – Coefficients de glissement b_T initiaux et optimisés comparés aux coefficients b_T prédits par la théorie de Bueche-Rouse [6].

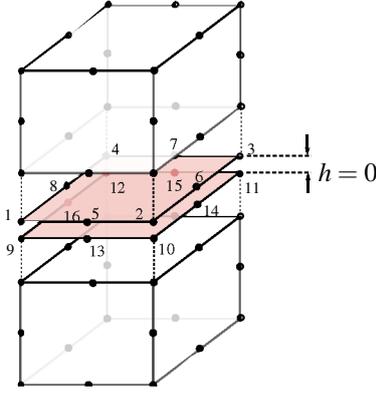


Fig. 5 – Élément joint modifié connecté aux éléments hexaédriques à 20 nœuds modélisant les faces inférieure et supérieure de la structure sandwich.

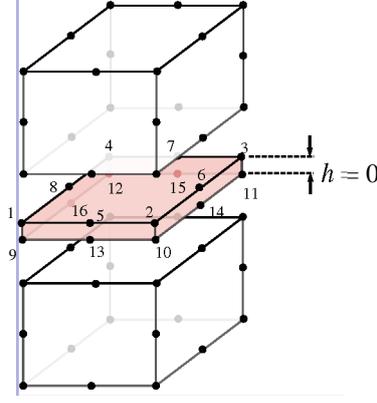


Fig. 6 – Élément hexaédrique à 16 nœuds dégénéré connecté aux éléments hexaédriques à 20 nœuds modélisant les faces inférieure et supérieure de la structure sandwich.

à 20 nœuds modélisant les faces élastiques : des éléments joints modifiés et des éléments 3D dégénérés. Leur formulation est donnée dans les sections 3.1 et 3.2, et leur validation par comparaison avec une représentation tridimensionnelle de l'interface viscoélastique est traitée dans la section 3.3.

3.1 Éléments joints modifiés

Les éléments joints sont des éléments sans épaisseur développés à l'origine par Goodman [7] pour modéliser l'interface entre différents milieux géologiques et repris par de nombreux auteurs dans d'autres domaines [8]. La particularité de ces éléments est que les déformations sont exprimées directement en fonction des sauts de déplacement à l'interface. Ces éléments ont été adaptés dans ce travail à la modélisation d'interfaces viscoélastiques, en ne conservant que l'énergie de déformation de cisaillement transverse dans le calcul de la raideur. Le saut de déplacement à l'interface s'exprime en fonction des déplacements \mathbf{U}_x , \mathbf{U}_y et \mathbf{U}_z des nœuds de l'élément d'interface représenté sur la figure 5 dans les directions x , y et z :

$$\begin{bmatrix} \Delta u_x \\ \Delta u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N} & 0 & 0 & -\mathbf{N} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{N} & 0 & 0 & -\mathbf{N} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_x \\ \mathbf{U}_y \\ \mathbf{U}_z \end{bmatrix} \quad (8)$$

où Δu_x et Δu_y sont les sauts de déplacement à l'interface dans les directions transverses, \mathbf{N} sont les fonctions de forme d'un élément quadrangle à 8 nœuds. Les déformations de cisaillement transverse s'expriment en fonction des sauts de déplacement à l'interface et de l'épaisseur fictive de l'interface viscoélastique h :

$$\varepsilon_{xz} = \Delta u_x / h \quad \varepsilon_{yz} = \Delta u_y / h \quad (9)$$

La matrice de raideur élémentaire s'écrit alors :

$$\mathbb{K}^*(\omega) = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 h \mathbb{H}^T(r, s, t) G^*(\omega) \mathbb{H}(r, s, t) \det(\mathbf{J}) dr ds \quad (10)$$

où \mathbb{H} est la matrice reliant les déformations de cisaillement transverse aux déplacements aux nœuds, et $G^*(\omega)$ est le module complexe et dépendant de la fréquence identifié par les courbes maîtresses du matériau viscoélastique.

3.2 Éléments 3D dégénérés

L'élément 3D dégénéré utilisé pour la modélisation de l'interface viscoélastique est représenté sur la figure 6. Il s'agit d'un élément hexaédrique à 16 nœuds pour lequel les nœuds connectés à l'élément hexaédrique à 20 nœuds modélisant la face supérieure ont la même position géométrique que les nœuds connectés à l'élément hexaédrique à 20 nœuds modélisant la face inférieure. L'élément d'interface ainsi

développé se caractérise par une surface moyenne et une épaisseur fictive h , supposée constante et mesurée selon la normale à la surface moyenne. Le champ de déplacement continu est lié aux déplacements nodaux des faces inférieure et supérieure de l'élément d'interface par les 16 fonctions de forme \mathbf{N} d'un élément hexaédrique à 16 nœuds :

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_x \\ \mathbf{U}_y \\ \mathbf{U}_z \end{bmatrix} = \mathbf{N}\mathbf{U} \quad (11)$$

où \mathbf{U}_x , \mathbf{U}_y et \mathbf{U}_z sont les déplacements nodaux dans les directions x , y et z . La matrice jacobienne de transformation :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \partial x/\partial r & \partial x/\partial s & \partial x/\partial t \\ \partial y/\partial r & \partial y/\partial s & \partial y/\partial t \\ \partial z/\partial r & \partial z/\partial s & \partial z/\partial t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial N_i/\partial r X_i^f & \partial N_i/\partial s X_i^f & \partial N_i/\partial t X_i^f \\ \partial N_i/\partial r Y_i^f & \partial N_i/\partial s Y_i^f & \partial N_i/\partial t Y_i^f \\ \partial N_i/\partial r Z_i^f & \partial N_i/\partial s Z_i^f & \partial N_i/\partial t Z_i^f \end{bmatrix}, \quad (12)$$

est calculée à partir des coordonnées (X_i^f, Y_i^f, Z_i^f) des nœuds fictifs, obtenues après calcul des normales à la surface moyenne. Les déformations dans l'élément sont exprimées en fonction du gradient du déplacement :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \mathbb{L} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \quad (13)$$

La matrice de comportement \mathbf{C} utilisée pour décrire le comportement de l'élément d'interface fait intervenir des coefficients de Lamé complexes et dépendants de la fréquence :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \lambda^*(\omega) + 2\mu^*(\omega) & \lambda^*(\omega) & \lambda^*(\omega) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda^*(\omega) & \lambda^*(\omega) + 2\mu^*(\omega) & \lambda^*(\omega) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda^*(\omega) & \lambda^*(\omega) & \lambda^*(\omega) + 2\mu^*(\omega) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu^*(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu^*(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu^*(\omega) \end{bmatrix} \quad (14)$$

Les matrices de masse et de raideur élémentaires s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T(r, s, t) \mathbf{C} \mathbf{B}(r, s, t) \det(\mathbf{J}) dr ds dt \\ \mathbf{M} &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{N}^T(r, s, t) \rho \mathbf{N}(r, s, t) \det(\mathbf{J}) dr ds dt \end{aligned} \quad (15)$$

où $\mathbf{B} = \mathbb{L}\mathbf{N}$ est la matrice du gradient discrétisé et ρ est la masse volumique du matériau viscoélastique.

3.3 Validation des éléments d'interface

Afin de valider les éléments d'interface décrits dans les sections précédentes, des essais numériques de validation sont réalisés sur une structure de type poutre sandwich, maillée en 3D, encastée à un bord et soumise à une effort linéique unitaire à son extrémité libre. Les faces sont en acier et l'interface viscoélastique est en Deltane 350, dont les courbes maîtresses ont été identifiées dans la section 2. La réponse fréquentielle de la structure sandwich est calculée pour deux épaisseurs de l'interface viscoélastique, 1mm et 4mm, correspondant à des ratios de 1/100 et 1/25 respectivement. Les figures 7 et 8 comparent les résultats obtenus avec les deux éléments d'interface décrits dans les sections 3.1 et 3.2 à ceux obtenus par une représentation tridimensionnelle de l'interface viscoélastique. La figure 7 montrent que les deux éléments d'interface donnent une bonne représentation du comportement à cœur pour des faibles ratios, ce qui permet de valider ces éléments. Cependant, l'élément 3D dégénéré semble donner de meilleurs résultats que les éléments joints modifiés, comme le confirme la figure 8.

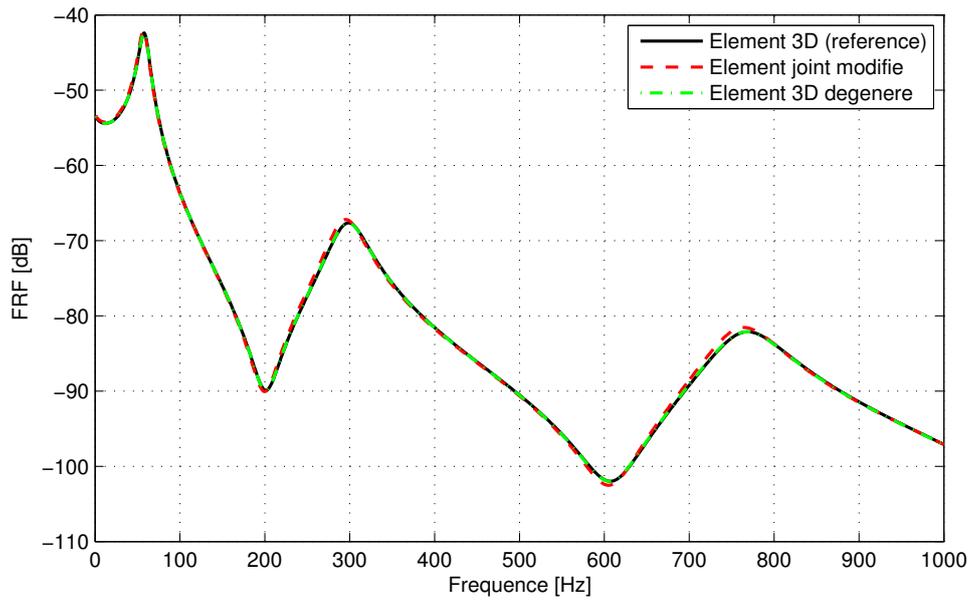


Fig. 7 – Réponse fréquentielle de la structure sandwich avec une interface viscoélastique de 1mm (ratio 1/100), modélisée par des éléments volumiques (référence), des éléments joints modifiés et des éléments volumiques dégénérés.

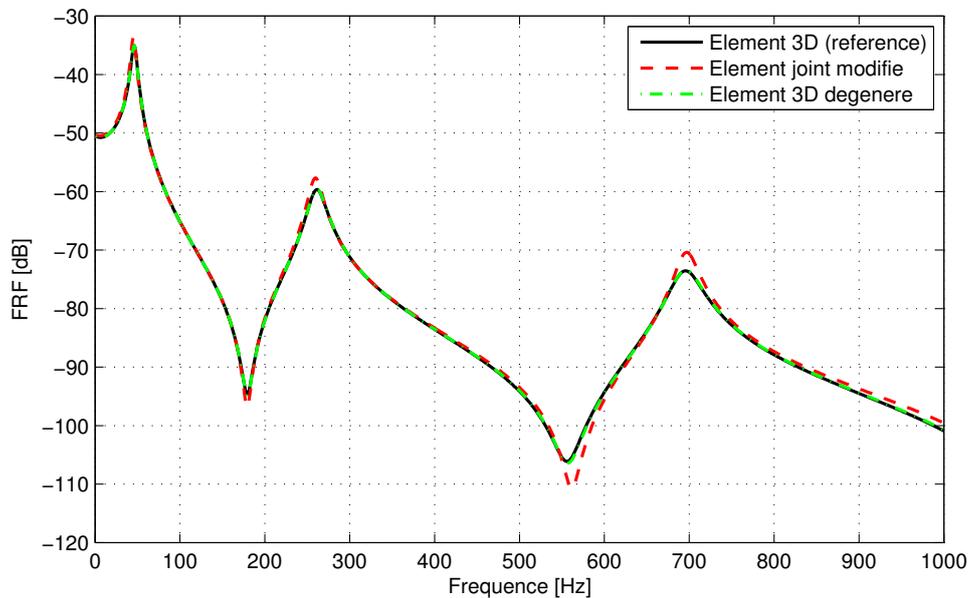


Fig. 8 – Réponse fréquentielle de la structure sandwich avec une interface viscoélastique de 4mm (ratio 1/25), modélisée par des éléments volumiques (référence), des éléments joints modifiés et des éléments volumiques dégénérés.

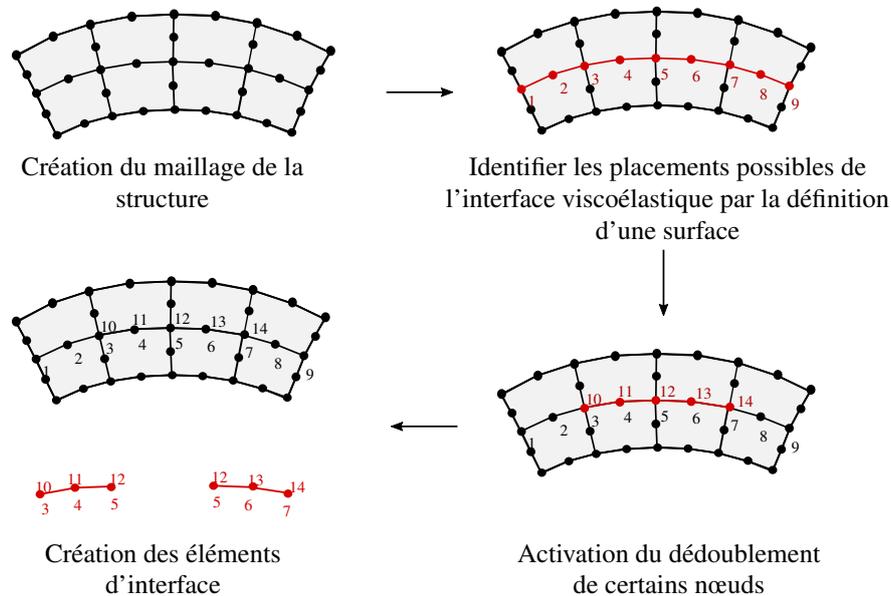


Fig. 9 – Procédure de maillage d'une structure sandwich avec modélisation de l'interface viscoélastique par des éléments d'interface d'épaisseur nulle.

4 Conclusion

La méthode présentée pour la construction de courbes maîtresses en accord avec le principe de causalité permet de déterminer de manière automatique des coefficients de glissement qui conservent un sens physique. Les résultats obtenus pour le Deltane 350 sont en accord avec les théories existantes. Un modèle viscoélastique peut ensuite être identifié sur les courbes maîtresses obtenues.

Les éléments joints et les éléments 3D dégénérés développés donnent une bonne représentation du comportement dans l'interface viscoélastique, avec des domaines de validité différents. Ils sont construits à partir de la définition d'une surface séparant la face supérieure de la face inférieure, en activant ou non le dédoublement des nœuds à l'interface, comme l'illustre la figure 9. La position et l'épaisseur de l'interface viscoélastique peuvent alors facilement être modifiées sans avoir à remailler l'ensemble de la structure sandwich, ce qui présente un avantage pour les études paramétriques.

5 Remerciements

Ce travail a été rendu possible par le soutien financier de la DGA/MRIS et de la DCNS.

Références

- [1] J.D. Ferry. *Viscoelastic properties of polymers*, John Wiley & Sons, 1980.
- [2] 01dB-Mettravib. *Dynatest User Manual DYNATEST.06/NUT/002/B*.
- [3] R.M. Guedes. *A viscoelastic model for a biomedical ultra-high molecular weight polyethylene using the time-temperature superposition principle*, Polymer testing, 30, 294-302, 2011.
- [4] L. Rouleau, J.-F. Deü, A. Legay, F. Le Lay. *Application of Kramers-Kronig relations to time-temperature superposition for viscoelastic materials*, Mechanics of Materials, (soumis en novembre 2012)
- [5] J.-M. Parot, B. Duperray. *Applications of exact causality relationships to materials dynamic analysis*, Mechanics of Materials, 39, 419-433, 2007.
- [6] F. Bueche. *The viscoelastic properties of plastics*, Journal of Chemical Physics, 22, 603-609, 1954.
- [7] R.E. Goodman, R.E. Taylor, T.L. Brekke. *A model for the mechanics of jointed rock*, Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, 99, 637-659, 1964.
- [8] J.C.J Schellekens, R. De Borst. *On the numerical integration of interface elements*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 36, 43-66, 1993.
- [9] M. Enelund, P. Olsson. *Damping described by fading memory - analysis and application to fractional derivative models*, International Journal of Solids and Structures, 36, 939-970, 1999.