



HAL
open science

Interaction sol-structure non-linéaire : étude industrielle avec la méthode Laplace-temps

Nicolas Greffet, Alex Ferro, Georges Devesa, Didier Clouteau

► To cite this version:

Nicolas Greffet, Alex Ferro, Georges Devesa, Didier Clouteau. Interaction sol-structure non-linéaire : étude industrielle avec la méthode Laplace-temps. 11e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2013, Giens, France. hal-01722083

HAL Id: hal-01722083

<https://hal.science/hal-01722083>

Submitted on 2 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Interaction sol-structure non-linéaire : étude industrielle avec la méthode Laplace-temps

Nicolas GREFFET ¹*, Alex NIETO FERRO ²*, Georges DEVESA ³, Didier CLOUTEAU ⁴

1 EDF R&D, Département AMA, LaMSID, UMR EDF/CNRS/CEA 8193, nicolas.greffet@edf.fr

2 EDF R&D, Département AMA, LaMSID, UMR EDF/CNRS/CEA 8193, alex.nieto-ferro@edf.fr

3 EDF R&D, Département AMA, LaMSID, UMR EDF/CNRS/CEA 8193, georges-cc.devesa@edf.fr

4 Ecole Centrale Paris, LMSSMat, CNRS UMR 8579, didier.clouteau@ecp.fr

* Auteurs correspondants

Résumé — Dans le cadre d'études sismiques numériques de type « best-estimate », la prise en compte détaillée de l'interaction sol-structure, mais aussi des non-linéarités devient fondamentale. Les approches classiques validées n'étant, soit, que linéaires, soit trop simplificatrices au niveau de la prise en compte du sol, soit trop coûteuses en temps CPU, une nouvelle approche a dû être développée. C'est une méthode hybride BEM-FEM de type Laplace-temps, dont on présente ici une première validation sur une application de type industrielle.

Mots clés — fonction d'impédance, méthode de quadratures de convolution, interaction sol-structure, non-linéarités, bâtiment industriel, benchmark SMART, méthode Laplace-temps, couplage FEM-BEM

1. Introduction

Les problèmes d'interaction sol-structure peuvent être résolus en utilisant une technique de décomposition de domaine. Cela permet d'adapter au mieux les techniques numériques suivant les caractéristiques de chacun des sous-domaines. Ainsi, le domaine de sol, qui est considéré ici non borné, bénéficiera d'une discrétisation de type éléments de frontières (BEM) tant que les hypothèses de linéarité sont respectées. Inversement, le domaine complémentaire, qui comprend *a minima* le ou les bâtiments, pourra être décrit en éléments finis (FEM), ce qui autorise les géométries complexes et la prise en compte de non-linéarités diverses (endommagement du béton armé, décollement de radier...). Les non-linéarités globales imposent très souvent une résolution en temps. Le domaine de sol semi-infini, qui est considéré linéaire, est bien adapté à une résolution fréquentielle.

Les effets d'interaction entre les deux sous-domaines peuvent alors être représentés sur l'interface par une impédance définie dans le domaine de Fourier ou de Laplace. Dans ce cadre, on résout le problème global en temps sur le domaine non-linéaire en prenant en compte les effets du sous-domaine linéaire au moyen d'une force externe appliquée sur la frontière. Cette force d'interaction, qui met en jeu la fonction impédance dans le domaine temporel, revient à calculer une intégrale de convolution avec le champ de déplacement inconnu.

La littérature propose la méthode temps-fréquence [1] ou la méthode de variables cachées [2] qui, en utilisant la fonction impédance ou son inverse [3, 4], reposent sur une formulation dans le domaine fréquentiel. On trouve également des formulations de la fonction impédance dans le domaine de Laplace [5] qui peut se combiner à des méthodes de quadratures de convolution [6].

En l'occurrence, on s'intéresse à une fonction impédance définie dans le domaine de Laplace [7]. Pour des problèmes d'interaction dynamique, on peut alors factoriser une partie polynomiale en faisant apparaître des termes d'inertie, d'amortissement et de raideur. Cette nouvelle approche hybride FEM-BEM, nommée Laplace-temps [7], est développée et industrialisée dans la chaîne de calcul *Code_Aster*-MISS3D, pour les applications d'ISS non-linéaire. L'objet principal de cette communication est de présenter sa mise en œuvre et sa validation sur un test de type industriel.

2. Contexte et motivation

On cherche à démontrer la validité de l'approche Laplace-Temps, conçue pour l'ISS non-linéaire, sur une étude de type industrielle. Le choix du cas d'application s'est porté sur la maquette SMART, qui est une maquette de bâtiment asymétrique en béton armé, à l'échelle $\frac{1}{4}$, qui fut testée sur la table vibrante AZALEE du CEA Saclay. Cette maquette, utilisée lors d'un benchmark, est représentative d'une portion de bâtiment réel de centrale électrique. Des excitations sismiques triaxiales furent mises en œuvre, basées sur 13 accélérogrammes ayant des PGA croissants allant de 0,05 à 1 G.

En parallèle de ces essais, une phase de simulations numériques a eu lieu, menée par les différents participants au benchmark, dont EDF, avec différents codes de calculs. Cette structure est donc bien connue et le modèle numérique mis au point présente une qualité satisfaisante, puisqu'ayant été confronté à des résultats expérimentaux et numériques.

On est dans un cadre assimilable à une étude industrielle car la maquette SMART a été conçue pour reproduire à l'échelle le comportement d'un bâtiment réel. Cette maquette de bâtiment constituera la structure de référence que nous allons positionner sur un modèle de sol réaliste (qui remplace donc la table vibrante des essais SMART). Pour plus de simplicité de modélisation, ce bâtiment sera fondé sur un radier carré, supposé très rigide. On sort du cadre strict du benchmark SMART 2008 où le sol et l'ISS étaient remplacés par la table vibrante. On ne cherchera donc pas à se comparer directement aux résultats existants, tout au moins quantitativement.

Dans ce document, on ne rentrera pas dans les détails théoriques de la méthode Laplace-temps car elle a déjà été présentée dans [7]. De même, la description de la structure SMART sera assez brève.

3. Panel des méthodes numériques pour l'ISS à EDF

3.1. Méthode linéaire FEM-BEM fréquentielle

Dans le cadre linéaire, l'approche la plus efficace est basée sur le chaînage entre *Code_Aster* et MISS3D [9]. Dans ce cadre de couplage éléments-finis avec éléments de frontières (appelé couplage FEM-BEM dans la suite), le problème projeté sur une base de Ritz est résolu dans le domaine fréquentiel. L'efficacité numérique, comparée à une approche fondée sur une discrétisation totalement EF, est due à l'utilisation d'une méthode intégrale sur le domaine non borné de sol. Cette méthode permet la prise en compte de fondations rigides ou souples, superficielles ou enfoncées, reposant sur un sol homogène ou à stratification horizontale.

3.2. Méthode des ressorts de sol

Parmi les approches plus anciennes, on peut citer la méthode des ressorts de sol [10] où la partie réelle de l'impédance de sol est remplacée de manière simplifiée par un tapis de ressorts de sol sous le radier et dont les valeurs sont recalées pour certains modes privilégiés du bâtiment (pompage, balancement...). Les données d'entrées sont les composantes de raideur du ressort global équivalent placé sous le radier considéré rigide lors de l'étape d'identification préalable. Cette identification peut se faire à partir d'une impédance calculée par MISS3D, par exemple. Le tapis de ressort équivalent est ensuite défini sous tous les nœuds du radier, ce qui autorise la résolution avec l'hypothèse de fondation superficielle souple. Cette méthode est compatible avec tout problème non-linéaire.

La partie imaginaire de l'impédance permet, quant-à-elle, de recalculer un amortissement modal équivalent qui sera appliqué sur le modèle du bâtiment [10].

Cette approche par tapis de ressorts est une linéarisation de l'impédance de sol et donc une simplification pouvant être assez grossière surtout dans le cas de sols stratifiés très contrastés. Dans les cas fortement non-linéaires, la pertinence du recalage sur les modes dynamiques linéaires peut être discutable à cause du décalage des fréquences propres. Cette variation des fréquences propres sera d'autant plus problématique que l'allure de l'impédance est chahutée.

3.3. Méthode full-FEM

Il existe aussi une approche pour laquelle le problème d'ISS, y compris le sol, est discrétisé en éléments-finis. Au maillage du bâtiment, on vient donc ajouter un maillage (forcément borné) suffisamment grand du domaine de sol. En pratique, le modèle de sol doit permettre une bonne représentation du caractère semi-infini que l'on souhaite approcher. Les ondes ne doivent donc pas se réfléchir aux frontières du domaine de sol EF. De plus, le maillage de sol doit être étendu en profondeur jusqu'au bedrock, qui sert de d'ancrage au domaine de sol le surplombant. La qualité des frontières absorbantes utilisées est primordiale. Dans *Code_Aster*, on dispose d'éléments paraxiaux [11], plus performants que les éléments de type Lysmer [12], mais moins que les PML (Perfectly Matched Layer [13]). Plus l'onde émise aura une incidence oblique par rapport à la normale à la surface, moins l'onde réfléchie sera absorbée. En pratique, ces approches full-FEM sont très coûteuses en temps CPU et en mémoire, sauf à disposer d'une parallélisation efficace en transitoire du code de calcul, car on doit mailler un grand domaine de sol. Afin de bien représenter les aspects propagations d'ondes, on conseille d'avoir un maillage le plus régulier possible, en termes de taille et forme des mailles. Enfin, il faut chercher à respecter des conditions de périodicité dans le sol, ce qui oblige, soit à rajouter de nombreux multiplicateurs de Lagrange, soit à « raidir » les bords du domaine de sol, sans perturber la réponse physique. Avec cette famille de méthode, toutes les non-linéarités sont autorisées, y compris dans le sol. Certains bureaux d'études les utilisent, mais principalement à l'aide de codes de calcul explicite comme LS-DYNA. Mais là aussi, les temps CPU restent très élevés.

3.4. Méthode Laplace-temps

Enfin, l'approche dite Laplace-temps a été récemment mise au point et restituée en février 2012 dans *Code_Aster*. On souhaite disposer d'une méthode à la fois robuste, précise et efficace pour l'ISS non-linéaire. On veut donc utiliser l'impédance complète de sol et la coupler avec une résolution transitoire pour le domaine EF où sont concentrées les non-linéarités. On ne peut donc avoir de non-linéarités en tout point du domaine de sol : seule une partie du sol, à proximité du radier, pourra être le siège de non-linéarité (physiquement, cette hypothèse n'est pas forcément très pénalisante car les plus fortes non-linéarités peuvent être induites par la présence du radier). Dans ce document on ne rentrera pas dans le détail équationnel de cette méthode (pour cela le lecteur pourra se reporter à [7]).

Si l'on veut comparer toutes ces approches, en particulier la méthode fréquentielle avec l'approche Laplace-temps et l'approche full-FEM, il convient de se baser sur une modélisation identique. Cette exigence pose problème au niveau de l'amortissement dans le sol. En effet, le domaine de sol modélisé dans MISS3D est, classiquement, caractérisé par un amortissement hystérétique défini par couche de sol. Or ce type d'amortissement ne peut être utilisé directement en transitoire. On doit donc recalculer au mieux un amortissement global équivalent (soit modal, soit de type Rayleigh). En revanche, en résolution harmonique, donc pour un problème linéaire, on peut avoir, même en full-FEM, un amortissement de sol de type hystérétique (y compris défini par couche de sol, puisque la valeur d'amortissement hystérétique est définie par matériau donné). Ces différences d'amortissement peuvent expliquer, au moins partiellement, les éventuels écarts constatés.

4. Description de l'étude

Pour commencer, voici une photo de la maquette réelle :

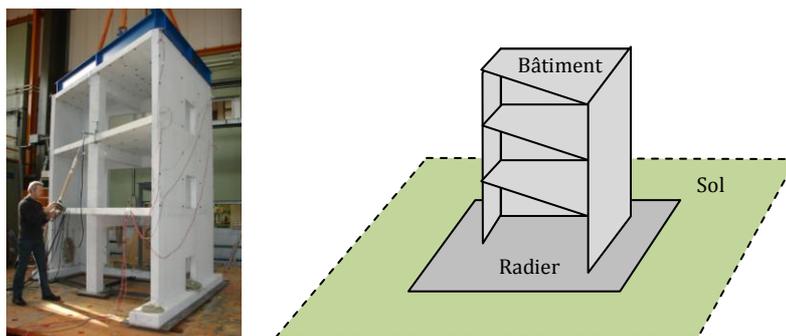


Fig. 1. Maquette SMART et schéma de principe du bâtiment en ISS

La modélisation en éléments-finis du bâtiment est faite de la manière suivante :

- les voiles et planchers en béton armé sont maillés en éléments plaques de type DKT avec la relation de comportement globale GLRC_DM (Global Law for Reinforced Concrete : [8]),
- les poteaux sont représentés par des éléments de poutres multi-fibres avec une loi de comportement de type La Borderie 1D pour le béton et élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire pour les aciers.

Puisque dans le cadre de ce travail, le bâtiment doit être transposé d'un ancrage sur table vibrante à une disposition sur un sol réaliste, il convient de définir le type de fondation. *A priori*, l'allure du bâtiment peut laisser penser que l'on pourrait être dans un cas de semelles filantes. Pour des raisons de simplicité de modélisation, on décide néanmoins de rajouter un radier massif carré à la base du bâtiment, dans un cadre de fondation superficielle. Cela permettra de tester et comparer les hypothèses de fondation rigide ou souple.

Le chargement sismique est imposé par la donnée de trois accélérogrammes (mesurés au niveau de la table vibrante, lors des essais), dont la fréquence de coupure vaut 50 Hz.

5. Méthodologie d'étude dans *Code_Aster*

5.1. Taille de maille

Le choix de la taille des mailles est piloté par certaines spécificités, en plus des considérations habituelles pour les calculs transitoires par EF.

Dans le bâtiment, il faut respecter une carte de taille cohérente avec la géométrie (respect de la CAO) et les préconisations liées à la loi de comportement globale GLRC [8]. En général, pour les bâtiments industriels en béton armé modélisés avec cette loi, une taille de maille de l'ordre 30 à 50 cm de côté est préconisée.

Dans le domaine de sol, on doit respecter un critère lié à la longueur d'onde : on conseille d'avoir 8 (entre 6 et 10) nœuds par longueur d'onde la plus petite :

$$l_{EF} = \frac{\lambda}{8} \text{ avec la longueur d'onde } \lambda = \frac{V_s}{F_{\max}} \text{ et la célérité des ondes de cisaillement } V_s.$$

La fréquence maximale F_{\max} est la fréquence de coupure du problème considéré, donc en général entre 20 à 50 Hz pour les calculs sismiques courants.

Ce critère permet de définir la taille de maille à l'interface avec MISS3D, mais aussi la taille de maille dans les maillages EF du sol. De plus, dans ces cas de maillages volumiques on conseille aussi d'éviter les mailles trop déformées et de conserver des maillages conformes aux interfaces entre les couches pour éviter les réflexions parasites.

Enfin, à l'interface entre le bâtiment et le sol, au niveau du radier, on s'impose d'avoir des maillages conformes pour des raisons de simplicité de mise en œuvre.

5.2. Définition de la plage de fréquence d'intérêt et des bases de réduction

Les calculs sismiques avec prise en compte de l'ISS font partie du domaine des basses fréquences et, habituellement, la bande de fréquence associée va de 0 à F_{\max} . Dans notre cas, la fréquence de coupure sera définie à partir du problème linéaire : donc en respectant les critères suivants :

- dépasser la fréquence de coupure (si possible avec un facteur deux) des signaux d'entrée imposés (accélérogrammes),
- la base modale correspondante au bâtiment (en base encastrée) doit être telle que la somme des masses modales effectives doit dépasser 90 % de sa masse totale.

En parallèle, au niveau de la base modale, on peut opérer un filtrage permettant de réduire le nombre de modes, en ne conservant que les modes dont la masse modale effective dépasse un certain seuil de la masse totale. En général, ce seuil vaut de l'ordre de 1 %, voire 0,1 %.

Pour l'analyse de la maquette SMART, la fréquence de coupure peut être choisie vers 50 Hz. Là encore, pour les calculs les plus coûteux sur modèle complètement EF, on pourra baisser un peu cette valeur vers 30 Hz.

Dans le cas où l'interface entre *Code_Aster* et MISS3D est rejetée dans le sol, il est obligatoire de prendre en compte sa souplesse car elle est fortement déformable. Dans ce cas, on a plus de 3500 DDL physiques à l'interface (1228 nœuds), et donc autant de modes statiques. Si l'interface est placée au niveau du radier, qui comporte 332 nœuds, on aura alors 1000 DDL. L'utilisation de la méthode de réduction des modes d'interface est donc fortement recommandée [14].

5.3. Amortissement dans le système

Le bâtiment est caractérisé par un amortissement de Rayleigh recalé à 2 % sur la plage 5 à 15 Hz.

Pour le domaine de sol en BEM, on a un amortissement hystérétique valant 5 % pour toutes les couches et 2 % au bedrock (substratum au sens MISS3D). Lorsque le sol est maillé en EF et que l'on utilise une résolution transitoire, on ne peut utiliser ce modèle d'amortissement. Un amortissement de Rayleigh équivalent a donc été recalé. On peut établir une équivalence entre l'amortissement hystérétique (coefficient η) qui est proportionnel au déplacement et au module d'Young et que l'on peut écrire, sous forme discrétisée de type EF : $\underline{F}_{hyst} = i\eta \cdot \underline{K}\underline{u}$ et l'amortissement modal classique. Si on se place dans le cadre d'une réponse harmonique forcée, l'amortissement hystérétique correspond à un amortissement modal équivalent constant avec la relation : $2\xi = \eta$.

On peut donc recalé un amortissement de Rayleigh sur cette valeur d'amortissement modal. L'équivalence directe entre amortissement modal équivalent et amortissement hystérétique n'étant pas valable pour une réponse transitoire quelconque, ce recalage ne pourra donc qu'être approximatif lors de la résolution du problème sismique.

La plage de fréquence d'intérêt s'étend de 3 à 30 (voire 50) Hz : ce qui nous définit les bornes pour le recalage des paramètres de l'amortissement de Rayleigh. Les couches de sol ayant un amortissement hystérétique constant de 5 %, cela correspond donc à un coefficient d'amortissement modal de 2,5 %.

Comme la plage de fréquence est assez large, l'amortissement global de Rayleigh correspondra à un amortissement modal inférieur à 2,5 % pour toute fréquence entre 3 et 30 Hz, alors qu'on cherche à rester le plus proche possible de cette valeur sur tout l'intervalle de fréquence. On veut donc recalé une fonction non constante sur une valeur constante. Pour respecter cette contrainte au mieux, on peut raisonner sur la valeur moyenne :

$$2\xi = \eta = 0,05 = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \cdot \int_{\omega_1}^{\omega_2} \left(\alpha\omega + \frac{\beta}{\omega} \right) d\omega \text{ et on doit s'imposer une deuxième relation, par}$$

exemple, avoir le même amortissement à 3 et 30 Hz. C'est cette méthode qui a été mise en œuvre (recalage sur la valeur moyenne), la précédente donnant une dissipation trop faible.

6. Solution de référence full-FEM

Le maillage sera suffisamment étendu dans les directions horizontales afin d'éviter les réflexions parasites d'ondes au niveau des frontières latérales (on préconise une extension horizontale d'au moins 8 fois la taille du radier). On réalise donc un maillage à base carrée de 30 m de côté sur 130 m de profondeur pour le sol (on doit aller jusqu'au bedrock), avec environ 100 000 nœuds. Les 7 couches de sol (stratification horizontale), sont définies :

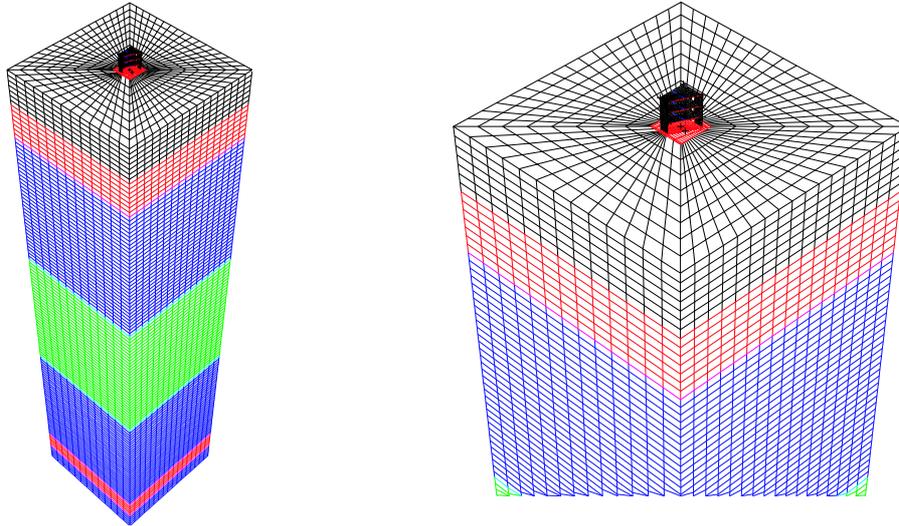


Fig. 2. Maillage complet pour la résolution full-FEM

La pesanteur est prise en compte par un calcul particulier préalable en quasistatique non-linéaire. Ce calcul permet aussi l'évaluation des effets de la poussée des terres qui serviront ensuite de condition aux limites de type effort imposé sur le bord du domaine de sol, lors de la résolution sismique transitoire.

Des conditions de type frontières absorbantes sont imposées aux bords du domaine de sol, en particulier au niveau du bedrock.

Le signal sismique à imposer devant être défini au bedrock (ondes planes sismiques à direction de propagation verticale), il faut déconvoluer le signal dont on dispose et qui est de type champ libre.

On peut ensuite contrôler la qualité du modèle numérique full-FEM en vérifiant que la solution numérique calculée, au niveau des bords de la surface libre, permet de retrouver le signal initial en champ libre. On valide ainsi la déconvolution et les conditions aux limites (périodicité et non-réflexion des ondes) du bord du domaine de sol.

7. Analyse des résultats numériques

Les calculs seront analysés suivant deux types de post-traitements : les SRO au sommet du bâtiment pour observer l'amplification induite et les isovaleurs d'endommagement à la fin du transitoire. Les aspects temps CPU et parallélisation seront aussi abordés.

On cherchera à comparer les méthodes de calcul et à quantifier l'influence des non-linéarités.

Pour les calculs avec la méthode Laplace-temps, on va évaluer l'influence de la position de l'interface FEM-BEM en comparant deux modèles : le premier avec l'interface au niveau du radier, donc un cas d'interface superficielle raide, à laquelle on va pouvoir associer une cinématique de solide rigide. Le second modèle, lui, sera un cas d'interface enterrée, qui sera alors considérée souple :

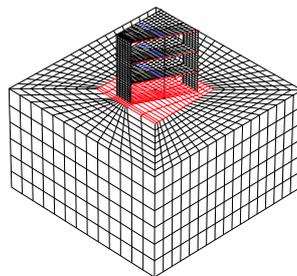


Fig. 3. Maillage avec un petit domaine de sol

Un petit domaine de sol est donc maillé en EF et il pourrait être le lieu de non-linéarités induites par la présence du bâtiment. On va aussi tester la décomposition (\mathbf{K} , \mathbf{C} , \mathbf{M}) de l'impédance [7].

7.1. Spectres de réponses au sommet du bâtiment

Voici les SRO pour le modèle full-FEM et les deux cas d'interface de la méthode Laplace-temps :

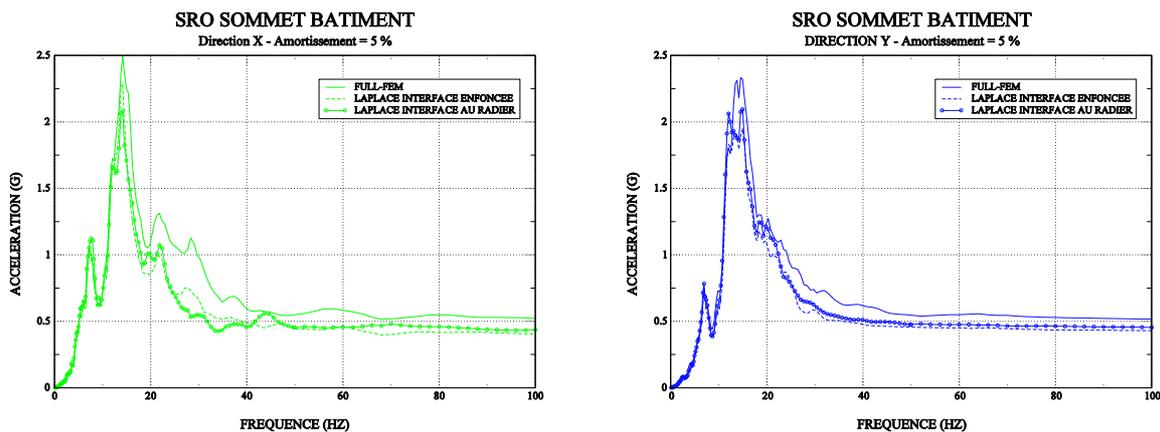


Fig. 4. Comparaisons des SRO suivant les directions X et Y en non-linéaire

Les écarts maximaux relatifs sont inférieurs à 20 %.

Ensuite, les isovaleurs d'endommagement ultime pour les mêmes trois cas :

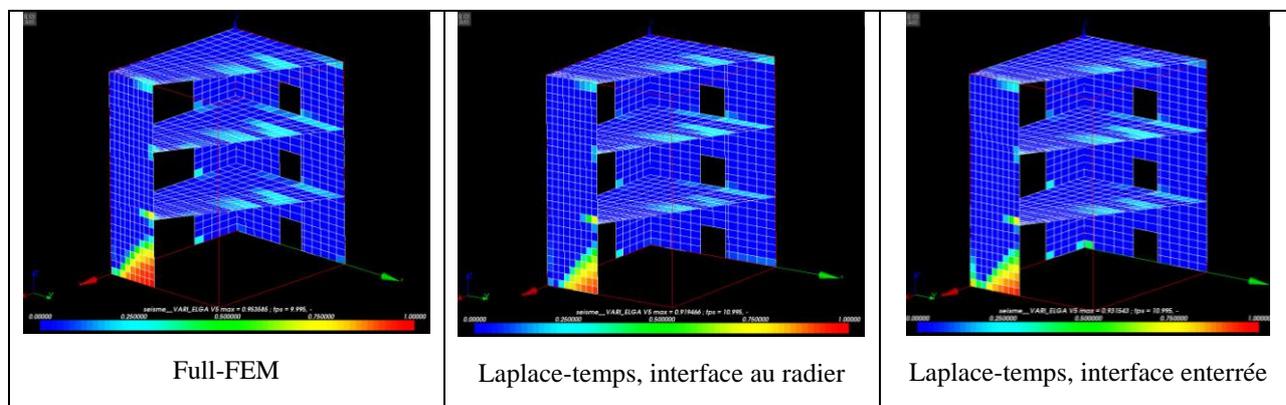


Fig. 5. Isovaleurs d'endommagement à la fin du séisme

Les écarts sont inférieurs à 4 % et la localisation de l'endommagement est toujours cohérente.

8. Conclusions et perspectives

La nouvelle méthode Laplace-temps doit permettre de tenir compte de non-linéarités quelconques dans le ou les bâtiments, au niveau des fondations (décollement et frottement) et dans un domaine de sol de dimension finie et situé sous les bâtiments. Le sol lointain sera toujours considéré linéaire. La première version a été restituée début 2012 et on a souhaité la valider sur un cas-test industriel : la maquette SMART sur un sol stratifié réaliste.

L'analyse des résultats obtenus permet de mettre en évidence les aspects suivants :

- la modélisation de l'amortissement dans le sol va dépendre de la méthode de calcul et une phase de recalage est donc indispensable (par exemple entre full-FEM et FEM-BEM),
- une fois les modèles recalés sur ce point, les calculs, linéaires et non-linéaires, permettent d'obtenir des résultats assez proches (avec interface au radier ou enterrée), les erreurs relatives maximales ne dépassant pas 20 % pour les SRO et 4 % l'endommagement,
- en séquentiel, la méthode Laplace-temps avec interface enterrée est deux fois plus rapide que l'approche full-FEM, mais ce gain disparaît en parallèle (uniquement avec le solveur itératif PETSc), sachant le bon potentiel d'optimisation de la nouvelle méthode,

- l'approche Laplace-temps avec interface au radier rigide, elle, permet d'avoir un temps CPU de 4800 s, soit 15 fois moins de temps que l'approche full-FEM, même parallélisée, de plus, cette approche, combinée à la décomposition (\mathbf{K} , \mathbf{C} , \mathbf{M}) [7] permet d'avoir des résultats très proches de la solution de référence full-FEM,
- au niveau occupation mémoire, la méthode Laplace-temps permet de gagner au moins un facteur 4 (avec interface enterrée) voire 10 avec interface au radier rigide.

De ces analyses, plusieurs perspectives se dégagent :

- adapter la méthode pour l'évaluer et la valider avec une loi de sol non-linéaire,
- optimiser la programmation de la méthode Laplace-temps dont la très grande majorité des étapes peut être traitée de manière totalement parallèle,
- instruire les techniques d'élimination de DDL pour améliorer la performance et la facilité de mise en œuvre de la méthode Full-FEM.

Références

- [1] G.R. Darbre, J.P. Wolf, Criterion of stability and implementation issues of hybrid frequency time domain procedure for non-linear dynamic analysis, *Earthquake Eng. and Structural Dynamics*, 16, 4, 569-581, 1988.
- [2] R. Cottreau, D. Clouteau, C. Soize, S. Cambier, Probabilistic nonparametric models of impedance matrices. Application to the seismic design of a structure., *European Journal of Computational Mechanics*, 15, 1-3, 131-142, 2006.
- [3] J.P. Wolf, *Soil-Structure-Interaction Analysis in Time Domain*, Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1988.
- [4] S. François, G. Degrande, A time domain coupled boundary element-finite element method for the dynamic response of structures, *Proceedings of the 12th International Congress on Sound and Vibration*, 2005.
- [5] L. Gaul, M. Schanz, A comparative study of three boundary element approaches to calculate the transient response of viscoelastic solids with unbounded domains, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 179, 111-123, 1999.
- [6] C. Lubich, Convolution quadrature and discretized operational calculus I and II, *Numerische Mathematik*, 52, 129-145, 413-425, 1988.
- [7] A. Nieto Ferro, D. Clouteau, N. Greffet, G. Devésá, On a hybrid Laplace-time domain approach to dynamic interaction problems, *European Journal of Computational Mechanics*, Vol. 21, Nos. 3–6, 290-299, 2012.
- [8] D. Markovic, P. Koechlin, F. Voldoire, Reinforced concrete structures under extreme loading: Stress resultant Global Reinforced Concrete Models (GLRC), *Proceedings of ECCOMAS Conf. on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering*, Rethymno, Crete, Greece, 13–16 June 2007.
- [9] D. Clouteau, Couplage éléments-finis-équations intégrales : applications pratiques en génie parasismique, In M. Bonnet ed., *Actes journées CSMA : Equations Intégrales en Mécanique*, Palaiseau, Mai, 1999.
- [10] Calcul sismique des bâtiments - Règles RCC-G, Annexe A
- [11] M. Cohen, P.C. Jennings, Silent boundary methods for transient analysis, *Computational Methods for Transient Analysis*, eds. T. Belytschko and T.J.R. Hughes, Elsevier Science, 1983.
- [12] J. Lysmer, R.L. Kuhlemeyer, Finite dynamic model for infinite media, *Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE*, vol. 95, no. EM4, 859 – 876, 1969.
- [13] J. Berenger, A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves, *Journal of Computational Physics* 114 (2): 185–200, 1994.
- [14] E. Balmes, Use of generalized interface degrees of freedom in component mode synthesis, *International Modal Analysis Conference*, 204–210, 1996.