



**HAL**  
open science

## Stratégies numériques pour le calcul d'agrégat polycristallins dans le contexte de la fatigue multiaxiale à grande durée de vie

Nicolas Saintier, Anis Hor, Camille Robert, Thierry Palin-Luc, Franck Morel

### ► To cite this version:

Nicolas Saintier, Anis Hor, Camille Robert, Thierry Palin-Luc, Franck Morel. Stratégies numériques pour le calcul d'agrégat polycristallins dans le contexte de la fatigue multiaxiale à grande durée de vie. 11e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2013, Giens, France. hal-01722070

**HAL Id: hal-01722070**

**<https://hal.science/hal-01722070>**

Submitted on 2 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

## Stratégies numériques pour le calcul d'agrégat polycristallins dans le contexte de la fatigue multiaxiale à grande durée de vie

N. SAINTIER<sup>1</sup>, A. HOR<sup>2</sup>, C. ROBERT<sup>3</sup>, T. PALIN-LUC<sup>4</sup>, F. MOREL<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Arts et Métiers ParisTech, I2M, CNRS, Bordeaux, anis.hor@ensam.eu

<sup>2</sup> Arts et Métiers ParisTech, I2M, CNRS, Bordeaux, nicolas.saintier@ensam.eu

<sup>3</sup> Arts et Métiers ParisTech, LAMPA, Angers, camille.robert@ensam.eu

<sup>4</sup> Arts et Métiers ParisTech, I2M, CNRS, Bordeaux, thierry.palin-luc@ensam.eu

<sup>5</sup> Arts et Métiers ParisTech, LAMPA, Angers, franck.morel@ensam.eu

---

**Résumé** — Les modèles de prévision de la résistance en fatigue faisant appel aux statistiques des valeurs extrêmes rencontrées dans la littérature estiment généralement que la résistance à la fatigue est fonction d'un seul composant de microstructure [1] (par exemple taille des inclusions). Ceci n'est valable que lorsque l'élément de microstructure considéré est un volume élémentaire représentatif (VER). Bien que la définition d'une telle propriété s'avère possible pour certains aspects du comportement comme l'élasticité car le comportement macroscopique est déterministe, il est difficile de parler de la notion de VER pour la résistance en fatigue, à grand nombre de cycles (FGNC), très dispersée macroscopiquement. L'objectif de la communication est de présenter les stratégies de calculs mises en place pour permettre le développement de méthodes de calculs de durées de vie en tenant compte des différents aspects de la microstructure (texture, morphologie des grains, effet de la surface libre,...). Ces travaux s'appuient sur trois volets : (1) le développement d'outils de modélisation de la microstructures 2D/3D représentatives des matériaux étudiés, (2) l'étude de la dispersion induite par les hétérogénéités de la microstructure sur les variables pertinentes pour prévoir l'endommagement par fatigue et (3) la mise en place d'une approche statistique basée sur la statistique des extrêmes et offrant un cadre pertinent pour l'analyse des résultats de calculs dans le contexte de la fatigue à grande durée de vie. Nous présenterons plus particulièrement les deux derniers points.

**Mots clés** — Fatigue, simulation numérique, agrégat polycristallin, statistique des valeurs extrêmes

---

## 1 Introduction

Dans leur grande majorité, les méthodes de calcul de durée de vie en fatigue polycyclique et oligocyclique se basent sur la mise en équation (de manière plus ou moins empirique) de quantités mécaniques calculées à l'échelle macro ou méso, la pertinence des quantités choisies étant validée par la capacité du modèle à reproduire fidèlement les résultats expérimentaux. Bien que l'échelle des mécanismes d'endommagement impliqués dans les processus d'amorçages de fissures en fatigue soit relativement bien identifiée (échelle des grains, des bandes de glissement) leur prise en compte explicite dans les modèles de fatigue est encore peu développée. D'autre part les méthodes actuelles ne permettent pas de prendre en compte la microstructure si ce n'est de manière empirique. Si l'on considère le simple effet de texture par exemple, tous paramètres microstructuraux constants par ailleurs, on sait que la prise en compte de la texture dans le dimensionnement passera par la re-identification expérimentale du comportement en fatigue et à la modification des paramètres du critère considéré alors que les mécanismes eux sont invariants. La résistance en fatigue macroscopique est donc généralement décrite par une variable aléatoire. L'utilisation des valeurs extrêmes d'une seule microstructure ne prend donc pas en compte la contribution de la dispersion microstructurale à la réponse de cette variable aléatoire. Pour résoudre ce problème, Liao [2] utilise la méthode de Monte Carlo pour former des volumes élémentaires statistiques (VES) de microstructure avec une distribution aléatoire de taille de grains et des orientations. Malgré l'utilisation d'une loi de comportement élastique dans les simulations EF menées, Liao montre une bonne corrélation entre les résultats obtenus en modélisant la distribution des valeurs extrêmes par une distribution de Fréchet et les résultats expérimentaux pour un alliage d'aluminium 2024-T351. Récemment, Przybyla et

al. [3, 4] ont introduit un nouveau cadre en tenant compte des effets de voisinage à travers les valeurs extrêmes des fonctions de corrélation marquées [5] pour quantifier l'influence de la microstructure sur la limite de fatigue et la contribution des interactions des composants de la microstructure dans le cas d'un chargement uniaxial. Les auteurs ont utilisé la distribution de Gumbel pour décrire la probabilité des valeurs extrêmes des réponses étudiées. L'objectif de ce travail est, dans un premier temps, l'analyse, en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles, de l'influence de la microstructure (morphologie et orientation) sur la variabilité des coefficients de danger résultant de l'adaptation des critères de fatigue multiaxiale les plus utilisés dans la littérature à l'échelle mésoscopique. Ensuite une étude statistique permettra de définir des nouveaux seuils de ces indicateurs de fatigue et les comparer aux seuils macroscopiques. Enfin, l'effet de la surface libre sera également discuté à travers une confrontation des seuils mésoscopiques obtenus en considérant différents modèles éléments finis (EF) : 2D, 3D et 3D en considérant uniquement les grains de surface.

## 2 Modèle numérique

### 2.1 Loi de comportement cristalline

Le matériau modèle considéré dans ce travail est le cuivre pur OFHC. Sa structure cristalline est cubique à face centrée avec 12 systèmes de glissement ( $\langle 111 \rangle 110$ ). Un modèle d'élasticité cubique avec plasticité cristalline a été sélectionné pour décrire le comportement de ce matériau. La loi de comportement cristalline utilisée dans ce travail a été introduite par Meric et Cailletaud [6]. Les constantes d'élasticité cubique, les paramètres matériau et les composantes de la matrice d'interaction ont été identifiés pour un cuivre à haute pureté par Gérard et al. [7].

### 2.2 Modélisation de la microstructure

Les simulations effectuées dans ce travail utilisent un modèle 3D semi-périodique (périodicité selon les directions  $X_1$  et  $X_2$ ). Les polyèdres de Voronoï sont utilisés pour modéliser la morphologie des grains. Les germes sont positionnés et orientés aléatoirement jusqu'à remplissage du domaine initial (de dimensions :  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 1$  et  $x_3 = 0.5$ ). La distance entre deux germes est fixée telle que  $d \geq 0.02$ . Le modèle CAO est enfin discrétisé par environ  $5 \cdot 10^5$  éléments finis tétraédriques linéaires (figure 1-(b)). L'élément de microstructure retenu contient 200 grains équiaxes (figure 1-(a)), avec en moyenne 2500 éléments finis par grain. Le nombre de grains a été choisi de façon à avoir le plus petit volume élémentaire qui soit représentatif par rapport au comportement élastoplastique.

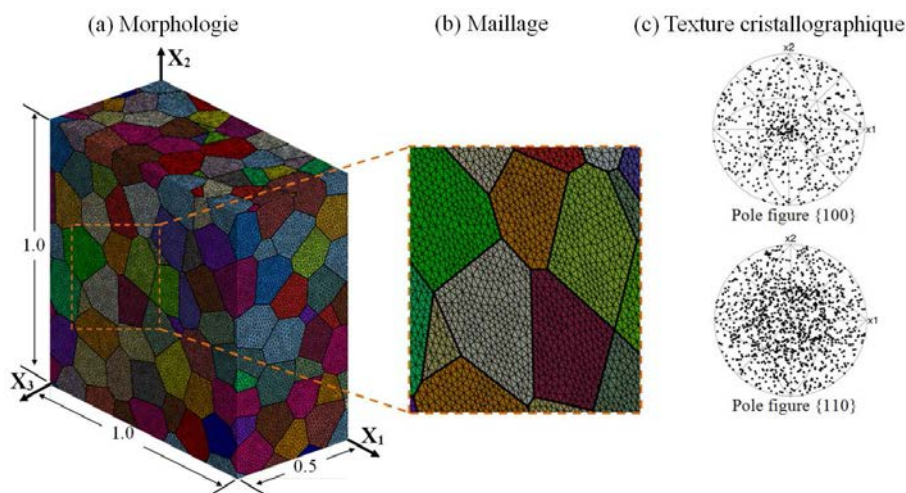


Fig. 1 – (a) Morphologie des grains, (b) maillage et (c) orientations cristallographiques sélectionnées aléatoirement

Le matériau étudié est considéré isotrope macroscopiquement, un tirage aléatoire de 200 orientations cristallines équiprobables a été donc réalisé parmi les orientations possibles dans l'espace d'Euler défini

par les trois angles  $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$  en supposant une symétrie cubique du cristal et triclinique de l'échantillon. La figure 1-(c) présente les figures de pôles  $\{100\}$  et  $\{110\}$  de ces 200 orientations. Etant donnée le nombre réduit d'orientations, cette texture peut être considérée comme isotrope et ne contenant pas une orientation préférentielle.

### 2.3 Les conditions de chargement en fatigue

Les conditions aux limites appliquées sur les bords des agrégats sont en contraintes imposées, avec des conditions de déplacements périodiques. Il s'agit des chargements uniaxiaux et en traction/torsion (cisaillement) combinées avec différents rapports de biaxialité et différents déphasages. Le rapport de charge sélectionné est  $R_\sigma = \frac{\sigma_{a,min}}{\sigma_{a,max}} = -1$ . Les niveaux des chargements combinés ont été déterminés à partir des limites de fatigue médianes à  $10^7$  cycles du cuivre pur issues des travaux expérimentaux de Lukas et al. [8] en appliquant le critère de Crossland [9]. Ces niveaux de chargement sont donnés dans le tableau 1.

traction $\sigma_a [MPa]/\tau_a [MPa]$	torsion $\sigma_a [MPa]/\tau_a [MPa]$	chargements combinés $\sigma_a [MPa]/\tau_a [MPa]$			déphasage
		$k = 0.5$	$k = 1$	$k = 2$	
$k = 0$	$k = \infty$				
56/0	0/36	43.5/22	30/30	17/34	$\varphi = 0^\circ$
		47/23	31/31	17/34.5	$\varphi = 45^\circ$
		56/28	34/34	17.5/35	$\varphi = 90^\circ$

Tableau 1 – Amplitudes de la contrainte en traction ( $\sigma_a$ ) et en torsion ( $\tau_a$ ) utilisées pour les différentes conditions de chargement

Enfin, le code de calcul par éléments finis utilisé est ZeBuLoN, développé par le centre des matériaux de l'École des Mines ParisTech, Northwest Numerics et l'ONERA. Le solveur implicite est employé.

### 3 Indicateurs de fatigue à l'échelle mésoscopique

Les indicateurs de fatigue (appelés également facteurs de danger) ont été sélectionnés parmi les critères en contrainte les plus utilisés dans la littérature pour prédire la résistance en fatigue multiaxiale à grande durée de vie. Les critères présentés dans ce travail sont ceux de Crossland [9], de Mataka [10] et de Dang Van [11]. Ces critères sont généralement définis dans le cadre de la mécanique des milieux continus sur matériau homogène. L'adaptation de ces critères à l'échelle mésoscopique (échelle du grain ou du cristal) constitue une discrétisation de tous les plans et les directions de l'espace par les plans et directions physiques (plans et directions de glissement). Les nouveaux critères dits mésoscopiques sont évalués pour chaque grain en tenant compte de son orientation définie par les angles d'Euler  $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$  et de l'état de contraintes local déterminés par calcul éléments finis pour toutes les conditions de chargement appliquées aux éléments de microstructure étudiés. La rotation du cristal dans l'espace (définie par les angles  $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ ) permet de balayer tous les plans et directions de l'espace de manière à obtenir les mêmes plans et directions critiques (plans et directions maximisant le critère) obtenus par l'approche mécanique des milieux continus. Enfin, le tableau 2 présente les facteurs de danger mésoscopiques étudiés.

Critère	Indicateur de fatigue $I_i$	$\alpha_i$
Crossland[9]	$I_{cr} = \tau_{oct,a}^s + \alpha_c \sigma_{hyd,max} \leq \beta_{cr}$	$\alpha_{cr} = \frac{t-1-s-1/\sqrt{3}}{s-1/3}$
Mataka[10]	$I_m = \max_{s=1,12} (\tau_a^s) + \alpha_m \sigma_{s*,max} \leq \beta_m$	$\alpha_m = 2 \frac{t-1}{s-1} - 1$
Dang Van[11]	$I_{dv} = \max_{s=1,12} \left\{ \max_t [ \hat{\underline{\tau}}^s(s,t)  + \alpha_{dv} \hat{\sigma}_{hyd}(t)] \right\} \leq \beta_{dv}$	$\alpha_{dv} = \frac{t-1-s-1/2}{s-1/3}$

Tableau 2 – Expression des indicateurs de fatigue déterminés à partir des différents critères étudiés

Les paramètres  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  décrivant le seuil médian macroscopique des critères étudiés sont identifiés à partir des limites de fatigue médianes à  $10^7$  cycles en traction ( $s_{-1} = 56.2 MPa$ ) et en torsion ( $t_{-1} = 36.1 MPa$ ) alternées symétriques [8]. Les paramètres  $\beta_i$  sont identiques pour les trois critères ( $\beta_{cr} = \beta_m = \beta_{dv}$ ). Les expressions des paramètres  $\alpha_i$  sont données par le tableau 2. Enfin, une comparaison entre les facteurs de danger mésoscopiques déterminés à partir de l'état de contrainte moyenné à l'échelle du grain et l'indicateur de fatigue macroscopique est illustré à la figure 2. Cette comparaison montre l'existence de grains en surface ou en volume dont l'indicateur de fatigue dépasse le seuil macroscopique. Ce seuil n'est donc pas applicable à cette échelle surtout dans le cas du critère de Crossland (Figure 2-(a)) où un grand nombre de grains se trouve dans la zone de "rupture" de l'éprouvette (en dessus de la droite seuil). Pour les critères de Mataka et de Dang Van, le nombre de grains dont le facteur de danger dépasse le critère reste réduit (Figure 2-(b) et (c)). Une analyse statistique de la sensibilité à la microstructure est donc nécessaire pour déterminer le nouveau seuil dit mésoscopique des indicateurs de fatigue à l'échelle des grains.

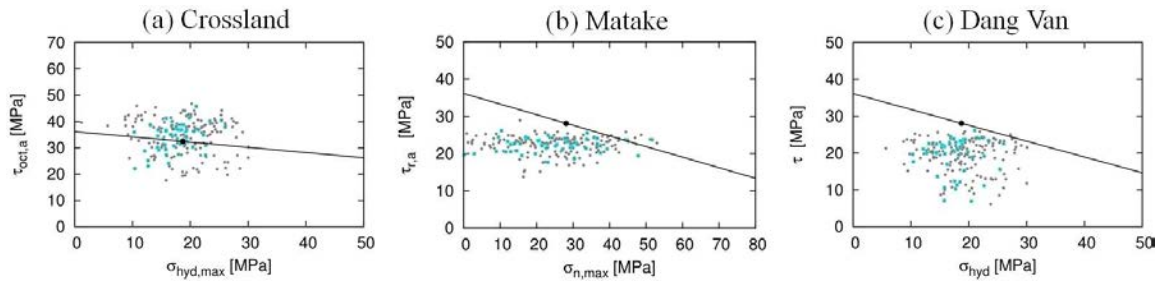


Fig. 2 – Localisation des 200 facteurs de danger à l'échelle du grain (points en gris) et du facteur de danger macroscopique (points en noir) dans le cas de la traction ( $R_\sigma = -1$ ). Les points correspondant aux facteurs de danger des grains de surface sont entourés en bleu. La droite correspond au seuil expérimental macroscopique médian

## 4 Sensibilité à la microstructure

En fatigue, on s'intéresse principalement au grain critique dont la réponse mène à des valeurs maximales du coefficient de danger au sens d'un critère de résistance. Ces valeurs extrêmes se situent au niveau des queues des fonctions de densité de probabilité des réponses mésoscopiques (voir figure 3) et elles sont fortement sensibles à la microstructure. Pour étudier ces grains critiques plusieurs approches statistiques sont possibles. La méthode sélectionnée pour ce travail est basé sur la probabilité des valeurs extrêmes. Elle consiste à déterminer la distribution statistique des valeurs maximales des indicateurs de fatigue étudiés.

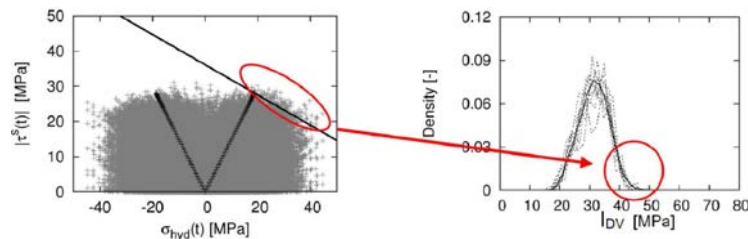


Fig. 3 – Localisation des valeurs extrêmes dans la queue de la distribution du facteur de danger mésoscopique de Dang Van

Une base de données des valeurs maximales des facteurs de danger mésoscopiques étudiés est nécessaire pour déterminer leurs distributions. Cette base de donnée est construite en identifiant la valeur maximale parmi les 200 facteurs de danger déterminés à partir des états de contraintes issus du calcul

EF et moyennés sur les 200 grains qui composent chaque volume élémentaire étudié. Ces volumes élémentaires sont dits statistiques. Le nombre de volumes élémentaires statistiques étudiés est donc égal à la taille de la base de donnée (entre 25 et 35), ils sont obtenus par combinaison de 7 microstructures équiaxes (Figure 4-(a)) avec 5 textures isotropes (Figure 4-(b)) tirés tous aléatoirement. Le nombre de calculs est suffisant pour déterminer avec précision la distribution des valeurs extrêmes. En effet, Przybyla a montré qu'à partir d'un nombre de volume élémentaire statistique supérieur à 20, l'écart entre la distribution empirique et l'échantillon (expérimental) est négligeable [3, 4]. Enfin, pour illustrer l'effet de surface libre, les valeurs maximales des indicateurs de fatigue sont déterminées, d'une part, à partir de tous les grains du volume élémentaire, et d'autre part, en considérant uniquement les grains de surface.

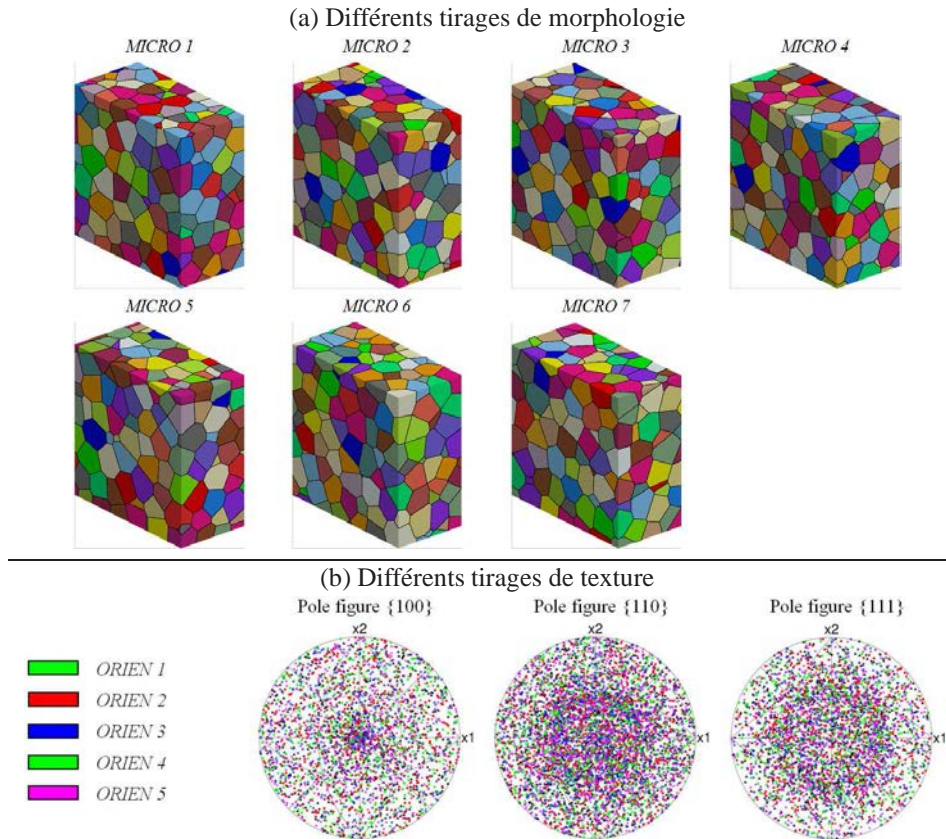


Fig. 4 – (a) Différents tirages de morphologie et (b) différents tirages d'orientation cristallographique

## 5 Probabilité des valeurs extrêmes généralisée

Soit  $X$  une variable aléatoire (VA) de fonction de répartition  $F_X(x) = P(X \leq x)$ . Les  $n$  réalisations extrêmes dans  $n$  échantillons de la VA  $X$  peuvent être définies comme suit :

$$Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1)$$

La fonction de distribution de  $Y_n$  est définie en  $x$  de la manière suivante :

$$F_{Y_n}(x) \equiv P(Y_n \leq x) = P(X_1 \leq x, X_2 \leq x, \dots, X_n \leq x) \quad (2)$$

D'après le théorème de Fisher-Tippet, s'il existe deux suites réelles normalisant  $(a_n)_{n \geq 1} > 0$  et  $(b_n)_{n \geq 1}$  et une distribution non-dégénérée (non réduite à 1 point)  $G$  telles que :

$$P\left(\frac{Y_n - b_n}{a_n} \leq x\right) = [F(a_n x + b_n)]^n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} G(x) \quad (3)$$

Alors la fonction de répartition  $G$  est nécessairement l'un des trois types suivantes : Fréchet, Weibull ou Gumbel. Jenkinson [12] a proposé une seule et unique forme paramétrique (équation 4) appelée loi

des valeurs extrêmes généralisée (GEV). Elle regroupe les trois lois limites et dépend d'un seul paramètre  $\xi$ . La fonction de répartition de cette loi est donnée par :

$$GEV : G_{\xi}(x) = \begin{cases} \exp\left(-\left(1 + \xi x\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right) & \text{si } \xi \neq 0, \forall x / 1 + \xi x > 0 \\ \exp(-\exp(-x)) & \text{si } \xi = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Le paramètre  $\xi$  est appelé indice extrême ou facteur de forme de la distribution. Son signe renseigne sur le type de la loi asymptotique du maximum : la fonction de distribution est de type Gumbel si  $\xi = 0$ , de type Fréchet si  $\xi > 0$  ou de type Weibull si  $\xi < 0$ . La variable  $x = \frac{Y_n - b_n}{a_n}$  est appelée maximum normalisé de la VA  $X$ . Les paramètres  $a_n$  et  $b_n$  sont appelés facteurs d'échelle de la distribution.

On s'est intéressé aux valeurs maximales des différents indicateurs de fatigue cités dans le tableau 2. Les facteurs d'échelle ( $a_n$  et  $b_n$ ) ainsi que l'indice des extrêmes sont déterminés avec la méthode du maximum de vraisemblance pour un intervalle de confiance de 99 %. La figure 5 illustre une comparaison entre la distribution déterminée et l'échantillon des valeurs maximales de l'indicateur de fatigue au sens de Crossland étudié dans le cas de la traction alternée symétrique. La fonction de densité de probabilité ainsi que la fonction de répartition identifiées présentent une bonne corrélation avec la densité de probabilité et la probabilité cumulée déterminées à partir de la base de données des valeurs extrêmes.

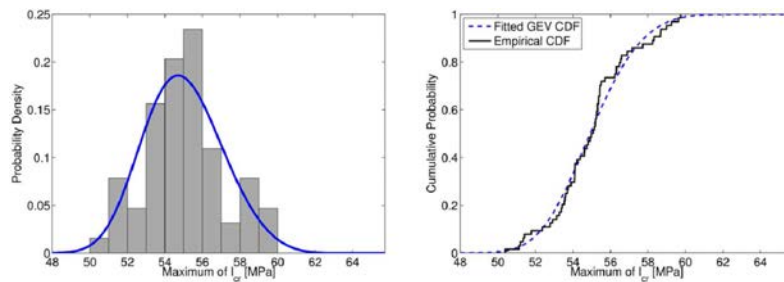


Fig. 5 – Densité de probabilité et probabilité cumulée déterminées avec la méthode du maximum de vraisemblance à partir des valeurs extrêmes de l'indicateur de fatigue mésoscopique de Dang Van pour un chargement de traction alternée symétrique

## 6 Résultats et discussions

La figure 6 présente les seuils mésoscopiques (les médianes et les quantiles pour des probabilités de 0.1 et 0.9) pour chaque condition de chargement. Ces seuils sont déterminées statistiquement à partir des facteurs de danger déterminés à l'échelle du grain en tenant compte de son état de contrainte local issu d'un calcul EF. Une comparaison entre les seuils mésoscopiques obtenues à partir d'un modèle EF 3D et ceux obtenues en considérant un modèle 2D en déformations planes généralisées [13] est présentée dans cette figure. Les seuils mésoscopiques sont normalisés par le seuil macroscopique pour analyser l'effet de la variabilité de la microstructure. En se référant à la figure 6, pour toutes les conditions de chargement et quel que soit l'indicateur de fatigue étudié, les seuils mésoscopiques normalisés sont toujours supérieurs à 1 dans le cas des états de contraintes mésoscopiques calculés à partir d'un modèle EF 2D [13]. Pour un modèle 3D, ce seuil normalisé diminue dans le cas des critères de Mataka (Figure 6-(b)) et Dang Van (Figure 6-(c)) et s'approche de 1. Il devient même inférieur ou égal à 1 lorsque l'on considère uniquement les grains de surface pour ce type de modélisation. Dans le cas du critère de Crossland (Figure 6-(a)), le seuil normalisé déterminé à partir des facteurs de danger mésoscopique reste très supérieur à 1 pour les deux modèles 2D et 3D (supérieur à 1.5). Lorsque ce seuil est déterminé en prenant en compte uniquement les grains appartenant à la surface libre, il devient de l'ordre de 1.4. Cette comparaison montre que les hypothèses de changement d'échelle dans le cas des critères de Dang Van et Mataka permettent une bonne estimation de la médiane des valeurs extrêmes des facteurs de danger mésoscopique.

Les seuils mésoscopiques, définis comme la médiane de la distribution des valeurs extrêmes (maximales) des facteurs de danger étudiés dépend des cas de chargement surtout dans le cas du critère de Mataka (Figure 6-(b)) pour les chargements combinés (traction/torsion) avec un déphasage de 90 °.

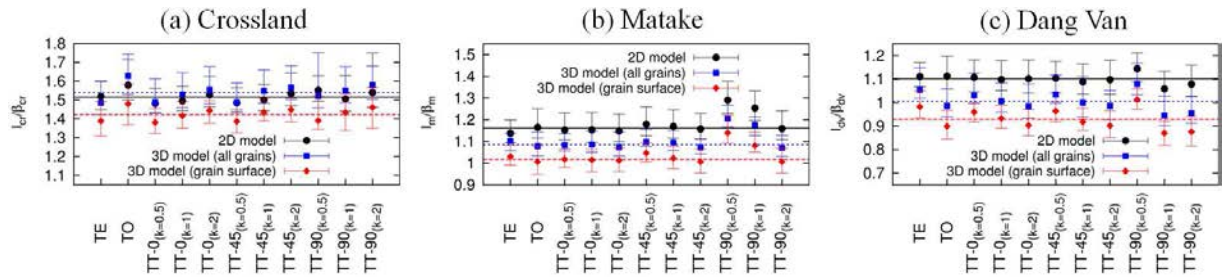


Fig. 6 – Evolution des médianes (pour une probabilité de 0.5) des distributions des valeurs extrêmes des facteurs de danger au sens de (a) Crossland, (b) Mataka et (c) Dang Van en fonction des conditions de chargement déterminées en considérant un modèle EF 2D (en noir) et 3D (en bleu et en rouge). Les deux bornes des intervalles correspondent à des probabilités de 0.1 et 0.9

Les seuils mésoscopiques communs à tous les cas de chargement (illustrés par des droites horizontales dans la figure 6) sont déterminés à partir des facteurs de danger critiques de toutes les conditions de chargement étudiées. En gardant la même valeur des paramètres  $\alpha_i$  (déterminées à partir des limites de fatigue médianes expérimentales selon les équations du tableau 2), le nouveau critère contenant la contribution des composants de la microstructure à l'échelle mésoscopique est présenté dans la cas du critère de Dang Van à la figure 7-(a). Cette figure contient deux droites seuils : la première est déterminée en sélectionnant les valeurs extrêmes (maximales) parmi tous les indicateurs de fatigue des grains des éléments de microstructure étudiés (droites en rouge de la figure 7-(a)), la deuxième est déterminée en considérant uniquement les facteurs de danger des grains de surface (droites en bleu de la figure 7-(a)). Lorsque le seuil mésoscopique est inférieur ou égal au seuil macroscopique (droites en noir de la figure 7-(a)), le critère macroscopique (original) reste donc valable à l'échelle mésoscopique. Ceci est particulièrement le cas du critère de Dang Van pour lequel les deux seuils mésoscopiques déterminés avec ou sans l'effet de la surface libre sont inférieurs ou égaux au seuil macroscopique. L'écart entre le seuil mésoscopique déterminé en considérant uniquement les grains de surface et celui déterminé à partir de tous les grains peut être expliqué par l'augmentation de la contrainte hydrostatique dans les grains de volume à cause de l'effet de voisinage. La comparaison entre la distribution des contraintes hydrostatiques mésoscopiques dans le volume et en surface (Figure 7-(c)) montre que ce variable est plus important pour les grains de volume alors que le cisaillement et presque le même entre le volume et la surface (Figure 7-(b)). Enfin, à travers la méthode de calcul ainsi développée, nous pouvons déduire que les deux approches de type plan critique étudiées permettent une bonne estimation de la médiane des valeurs extrêmes des facteurs de danger mésoscopique surtout lorsqu'on suppose que l'amorçage ne concerne que les grains de surface.

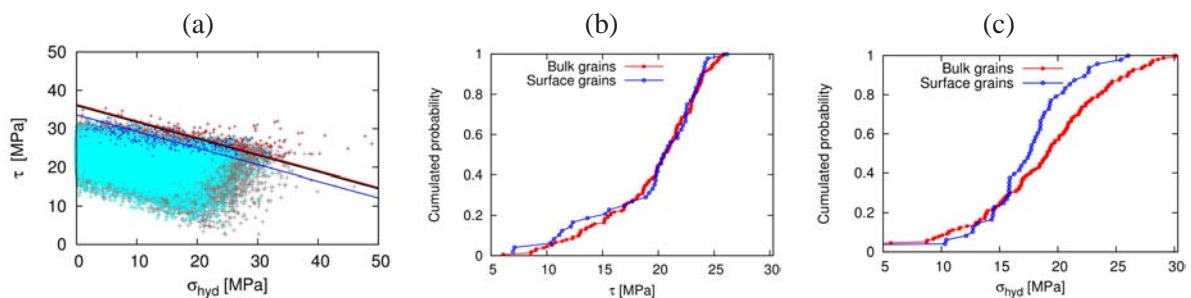


Fig. 7 – (a) Localisation des facteurs de danger au sens de Dang Van par rapport au seuil macroscopique (droites noires) et aux seuils mésoscopiques déterminés à partir des facteurs de danger des grains de surface (points bleus) et de tous les grains du volume (points rouges). Distribution du cisaillement (b) et des contraintes hydrostatique (c) dans les grains situés sur la surface libre et ceux dans le volume de l'agrégat pour une même morphologie et orientation des grains



## 7 Conclusions

Une analyse des réponses mésoscopiques des critères de fatigue multiaxiale largement utilisés dans la littérature (Crossland, Matake et Dang Van) a été réalisée en utilisant une modélisation EF de la morphologie des grains basée sur la théorie de la plasticité cristalline et couplée à une étude statistique des indicateurs de fatigue des grains critiques. Cette étude statistique permet de tenir compte de la variabilité microstructurale dans la résistance en fatigue à travers la prise en compte des états de contraintes locaux à l'échelle du grain. Ces états de contraintes sont sensibles en plus de la morphologie et de l'orientation cristallographique du cristal à l'effet de voisinage (des grains).

La comparaison entre les prévisions mésoscopiques de ces critères et le seuil macroscopique (déterminé à partir des limites de fatigue médianes expérimentales) montre les limites des critères originaux et impose la définition d'un nouveau seuil dit mésoscopique. La méthode de détermination du seuil mésoscopique est basée sur l'étude de la distribution des facteurs de danger des grains critiques de différents tirages des éléments de microstructure. Les réponses de ces grains critiques se situent au niveau des queues de distribution des facteurs de danger, la théorie des statistiques des valeurs extrêmes est donc employée pour analyser statistiquement la sensibilité des réponses critiques aux hétérogénéités microstructurales. La confrontation entre le seuil mésoscopique, défini comme étant la médiane de la distribution des valeurs extrêmes (maximales) des indicateurs de fatigue, et le seuil macroscopique montre la limitation des approches globales telles que le critère de Crossland et la capacité des approches de type plan critique présentent dans ce travail via les critères de Matake et Dang Van à tenir compte des phénomènes observés à une échelle inférieure. Enfin, à l'exception des chargements combinés avec un déphasage de  $90^\circ$ , le seuil mésoscopique est presque identique pour toutes les conditions de chargement étudiées. Ce seuil peut donc être identifié par application d'une seule condition de chargement ce qui permet de réduire considérablement les temps de calcul.

## Références

- [1] H.V. Atkinson and G. Shi. Characterization of inclusions in clean steels : a review including the statistics of extremes methods. *Progress in Materials Science*, 48(5) :457 – 520, 2003.
- [2] M. Liao. Probabilistic modeling of fatigue related microstructural parameters in aluminum alloys. *Engineering Fracture Mechanics*, 76 :668–680, 2009.
- [3] Craig P. Przybyla, Rajesh Prasannavenkatesan, Nima Salajegheh, and David L. McDowell. Microstructure-sensitive modeling of high cycle fatigue. *International Journal of Fatigue*, 32(3) :512–525, 2010.
- [4] Craig P. Przybyla and David L. McDowell. Microstructure-sensitive extreme value probabilities for high cycle fatigue of ni-base superalloy in100. *International Journal of Plasticity*, 26(3) :372–394, 2010.
- [5] Ryszard Pyrz. Correlation of microstructure variability and local stress field in two-phase materials. *Materials Science and Engineering : A*, 177(1-2) :253–259, 1994.
- [6] L. Meric and G. Cailletaud. Single crystal modeling for structural calculations : Part 2—finite element implementation. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 113(1) :171–182, 1991.
- [7] C. Gérard, F. N'Guyen, N. Osipov, G. Cailletaud, M. Bornert, and D. Caldemaison. Comparison of experimental results and finite element simulation of strain localization scheme under cyclic loading. *Computational Materials Science*, 46(3) :755–760, 2009. Proceedings of the 18th International Workshop on Computational Mechanics of Materials - IWCMM-18.
- [8] P. Lukás and L. Kunz. Effect of mean stress on cyclic stress-strain response and high cycle fatigue life. *International Journal of Fatigue*, 11(1) :55–58, 1989.
- [9] B. Crossland. Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. pages 138–149, London, 1956. Institution of Mechanical Engineers, International Conference on Fatigue on Metals.
- [10] T. Matake. An explanation on fatigue limit under combined stress. *Bulletin of the JSME*, 141 :257–263, 1977.
- [11] K. Dang Van, B. Griveau, and O. Message. On a new multiaxial fatigue limit criterion : theory and application, biaxial and multiaxial fatigue. *EGF 3. Mechanical Engineering Publications, London*, pages 479–496, 1989.
- [12] A.F. Jenkinson. The frequency distribution of the annual maxima (or minimum) values of meteorological elements. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 81, 1955.
- [13] A. Hor, N. Saintier, C. Robert, F. Morel, and T. Palin-Luc. Analysis of the mesoscopic high cycle fatigue strength of fcc metals with polycrystalline plasticity and extreme value probability methods. Kazan, 2012. 19th European Conference on Fracture, Fracture Mechanics for Durability, Reliability and Safety (ECF19).