

De la détermination de la triaxialité des contraintes sur un bord libre à l'estimation de la plasticité par post-traitement

Adrien Darlet, Rodrigue Desmorat

▶ **To cite this version:**

Adrien Darlet, Rodrigue Desmorat. De la détermination de la triaxialité des contraintes sur un bord libre à l'estimation de la plasticité par post-traitement. 11e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2013, Giens, France. hal-01722067

HAL Id: hal-01722067
https://hal.science/hal-01722067

Submitted on 2 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

CSMA 2013
11e Colloque National en Calcul des Structures
13-17 Mai 2013

De la détermination de la triaxialité des contraintes sur un bord libre à l'estimation de la plasticité par post-traitement

Adrien DARLET [1] [2], Rodrigue DESMORAT [1]

[1] LMT-Cachan, ENS Cachan/UPMC/CNRS/PRES UniverSud Paris,[darlet;desmorat]@lmt.ens-cachan.fr
[2] Snecma Villaroche, Rond-Point René Ravaud - Réau, 77550 Moissy-Cramayel

Résumé —
Une approche simplifiée de résolution sur les bords libres de problèmes élastoplastiques transitoires est présentée. Cette approche se place dans le cadre de la plasticité localisée que l'on rencontre lorsque la structure présente des zones de concentration de contraintes. La zone plastique petite par rapport au reste de la structure est vue comme une inclusion. Les lois de changement d'échelle ou lois de localisation de la théorie d'homogénéisation sont alors utilisées, notamment celles d'une inclusion hémisphérique en surface. La notion de triaxialité des contraintes et d'heuristique de multiaxialité est introduite pour enrichir la loi localisation. La méthode est illustrée sur deux structures 3D soumises à des chargements multiaxiaux alternés (proportionnels et non proportionnels).
Mots clés — Triaxialité des contraintes, bord libre, plasticité localisée, homogénéisation, post-traitement.

1 Introduction

Le prédimensionnement des structures présentant des géométries complexes et composées de matériaux dont le comportement est fortement non linéaire conduit à des temps de calcul très longs en fatigue notamment. On comprend alors l'intérêt d'utiliser des méthodes simplifiées pour post-traiter la plasticité à partir de calculs élastiques linéaires beaucoup moins coûteux en temps de calcul.

Dans ce contexte, les nombreuses méthodes proposées peuvent être hierarchisées en trois niveaux de difficulté (du plus simple niveau 1 au plus sophistiqué niveau 3). Les méthodes du niveau 3 considèrent la structure avec un comportement élastoplastique. Le calcul en plasticité est mené jusqu'au cycle stabilisé en fond d'entaille si stabilisation il y a. En cyclique, les procédures d'accélération peuvent être de type sauts de cycles ou d'obtention directe de la solution stabilisée. Le niveau 3 est considéré comme le calcul de référence. Dans notre cas la solution de référence sera donnée par un calcul éléments finis en plasticité. Pour les méthodes du niveau 2, les calculs en plasticité sont monotones ou réalisés sur un seul cycle. Cela permet d'identifier les paramètres d'une loi de localisation [10]. Les méthodes du niveau 1 les plus utilisées sont les approches de type "énergétique". Proposée à l'origine par Neuber [16] et Molski & Glinka [15], elles considèrent que les densités d'énergies déformation au point le plus sollicité d'une structure avec un comportement élastique ou avec un comportement élasto-plastique sont équivalentes. Cependant, elles présentent des difficultés lorsque le chargement est alterné [11]. Néanmoins, l'approximation est très bonne pour des chargements monotones (proportionnels ou non proportionnels) lorsque ces méthodes sont corrigées à l'aide de la triaxialité des contraintes [4].

L'objectif de cette étude est de proposer une méthode de niveau 1 permettant de traiter les chargements complexes, cycliques ou non, proportionnels ou non proportionnels.

2 Problème de l'inclusion

En homogénéisation, l'objectif est de déterminer le comportement équivalent d'un Volume Elémentaire Représentatif (VER) composé d'une matrice et d'une inclusion. La résolution de ce problème est souvent réalisée par une approche de type "changement d'échelle". Les travaux d'Eshelby [8] ensuite étendus dans le cadre des modèles autocohérents [12] ont permis d'établir des lois de changement

d'échelle :

$$\boldsymbol{\sigma}^{\mu} = \boldsymbol{\Sigma} - 2G(1-\beta)\boldsymbol{\varepsilon}^{p\mu} \qquad \text{avec} \qquad \beta = \frac{2(4-5\nu)}{15(1-\nu)} \tag{1}$$

Le coefficient β est donné par la résolution du problème de l'inclusion d'eshelby [8]. Les lettres en minuscule σ^{μ}, $\boldsymbol{\varepsilon}^{\mu}$ et $\boldsymbol{\varepsilon}^{p\mu}$ représentent les grandeurs (contrainte, déformation totale et déformation plastique) calculées à l'échelle "microscopique" et les lettres en majuscule Σ et E représentent les grandeurs calculées à l'échelle "macroscopique" du VER.

La loi de localisation de Kröner (eq. (1)) est définie pour le problème d'une inclusion sphérique plongée dans une matrice. On utilisera le terme générique "matrice" bien que le terme "milieu homogène équivalent" soit plus approprié dans le cadre des schémas autocohérents. La loi de localisation permet de rendre compte des phénomènes à l'intérieur des structures. Elle ne vérifie pas la condition de bord libre ($\sigma_{ij}.n_j = 0$ si $\boldsymbol{n}$ est le vecteur normal au bord libre).

La prise en compte des effets de surface dans l'analyse par changement d'échelle a été introduite par les travaux de Cox [3], Deperrois & Dang Van [5] et Sauzay & Gilormini [17]. Ces auteurs se sont intéressés au problème d'une inclusion hémisphérique avec une surface libre. La loi de changement d'échelle associée à ce problème dépend de la position dans l'inclusion. Sauzay [17] a donné la forme la loi de changement d'échelle en différentes positions et notamment au centre de la surface libre de l'hémisphère :

$$\boldsymbol{\sigma}^{\mu} = \boldsymbol{\Sigma} - 2G(1-\beta)\,\mathbb{M} : \boldsymbol{\varepsilon}^{p\mu} \tag{2}$$

avec tous les coefficients de $\mathbb{M}$ nuls sauf :

$$M_{2222} = M_{3333} = 1.79 \tag{3}$$

$$M_{2233} = M_{3322} = 0.79 \tag{4}$$

$$M_{2323} = M_{3223} = M_{3232} = M_{2332} = 0.5 \tag{5}$$

Les lois de localisation ont été "détournées" de leur utilisation originale pour faire de l'analyse par post-traitement. Ce type d'analyse a été développée pour le calcul de la durée de vie des structures sollicitées en fatigue à grand nombre de cycles. Pour ce type d'application, l'endommagement se produit en règle générale à une échelle inférieure à celle de la plasticité. Les fissures amorcent sur des micro-défauts (en surface ou à l'intérieur) qui sont difficilement modélisés à l'échelle de la structure. Pour remédier à cette difficulté, de nombreux travaux [7, 9, 13, 14] ont proposé d'analyser l'endommagement et la plasticité à deux échelles différentes : l'endommagement et la plasticité à l'échelle "microscopique" et l'élasticité et/ou la plasticité à l'échelle "mesoscopique" du VER. Le passage d'une échelle à l'autre s'effectue avec une loi de localisation.

3 Analyse par changement d'échelle de la plasticité localisée

Lorsque la plasticité est localisée, la structure se comporte globalement de manière élastique. A l'instar des analyses par changement d'échelle, on fait l'hypothèse que la zone plastique se comporte comme une inclusion en surface. Le passage entre la solution élastique et la solution élasto-plastique s'effectue par une loi de localisation. Ce type d'analyse est empirique et est aussi vu comme la correction plastique d'un champ élastique. Sermage [18] a proposé d'utiliser la loi de localisation de Kröner (eq. 1) pour estimer l'endommagement en fond d'entaille. Herbland [10] a proposé d'utiliser le formalisme suivant :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\Sigma} - \mathbb{C}\boldsymbol{\varepsilon}^{p} \tag{6}$$

où σ et ε^{p} sont les contraintes et les déformations plastiques en fond d'entaille calculées en élasto-plasticité alors que $\boldsymbol{\Sigma}$ et $\boldsymbol{E}$ sont les contraintes et les déformations calculées au même point en élasticité. Les coefficients du tenseur $\mathbb{C}$ sont identifiés sur la base d'un calcul éléments finis monotone en plasticité (méthode de niveau 2).

Dans certains cas de chargement, l'accommodation plastique de la structure est mieux représentée en utilisant le formalisme de la loi de localisation de Pilvin-Cailletaud [2] :

$$\sigma = \Sigma - \mathbb{C} : (\beta - \delta\mathbb{K} : \boldsymbol{\varepsilon}^{p}) \qquad \text{avec} \qquad \dot{\beta} = \dot{\varepsilon}^{p} - \mathbb{D} : \boldsymbol{\beta}\dot{p} \tag{7}$$

Les tenseurs $\mathbb{C}$ et $\mathbb{D}$ et la constante δ sont identifiés sur la base d'un calcul en plasticité (une montée en charge plus un cycle). Le tenseur $\mathbb{K}$ est un tenseur constant diagonal.

La méthodologie proposée par Herbland [10] permet d'obtenir une bonne estimation des contraintes, déformations et déformations plastiques en fond d'entaille. Cependant, elle nécessite une identification de la loi de localisation par comparaison avec des calculs en plasticité. Cette identification devient particulièrement complexe pour la version non linéaire (eq. (7)). Elle doit être réitérée pour chaque loi de comportement utilisée et pour chaque type de chargement (traction, torsion, flexion...) et pour chaque géométrie.

4 Triaxialité des contraintes et approches par changement d'échelle

4.1 Triaxialité des contraintes sur un bord libre en DP

La triaxialité des contraintes T_X, est définie comme le rapport entre la contrainte hydrostatique et la contrainte équivalente de von Mises.

$$T_X = \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \qquad \text{avec} \quad \sigma_H = \frac{1}{3}\text{tr}\,(\boldsymbol{\sigma}) \qquad \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}\boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}'} \qquad \boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \sigma_H \mathbf{1} \tag{8}$$

La triaxialité des contraintes en un point de la structure dépend en général du chargement (de son intensité et de sa direction), de la loi de comportement utilisée et de la géométrie de la structure. Cependant, la triaxialité des contraintes prend des valeurs particulières pour certains états de contrainte : en traction/compression uniaxiale $T_X = \pm 1/3$, en equi-biaxial $T_X = \pm 2/3$, en cisaillement pur $T_X = 0$.

Il est également possible de déterminer analytiquement l'évolution de la triaxialité des contraintes sur un bord libre dans le cas des déformations planes [6] et plus généralement pour tous les état de contrainte sur un bord libre en utilisant l'heuristique de multiaxialité proposée dans un travail antérieur [4]. Ces travaux permettent de connnaitre avec précision l'évolution de la triaxialité des contraintes sur les bords libres de structures ayant un comportement élastoplastique à l'aide de deux calculs éléments finis élastiques (un calcul avec le comportement élastique du matériau utilisé et un calcul élastique quasi-incompressible avec coefficient de Poisson $\nu = 0.499$).

4.2 Heuristique de multiaxialité

Dans le repère principal du tenseur des contraintes, la direction associée à σ_1 est considérée normale au bord libre. La condition de bord libre donne donc $\sigma_1 = 0$. En outre, la convention $\sigma_2 \geq \sigma_3$ est adoptée. Dans ce cadre, il a été proposé de relier les composantes principales du tenseur de déformation à l'aide de l'heuristique de multiaxialité suivante [4]

$$\varepsilon_3 = -a\varepsilon_2^e - b\varepsilon_2^p \tag{9}$$

où a et b sont des paramètres à déterminer. Une détermination à partir de deux calculs élastiques permet d'obtenir les valeurs limites de ces paramètres. Un premier calcul éléments finis de la structure mené en élasticité avec les vrais paramètres "matériau" E et ν permet de déterminer la valeur initiale de a. La partie plastique des déformations est nulle ($\boldsymbol{\varepsilon}^p = 0$). On a alors en fond d'entaille :

$$a = -\frac{\Sigma_3 - \nu\Sigma_2}{\Sigma_2 - \nu\Sigma_3} \tag{10}$$

Un deuxième calcul éléments finis mené en élasticité mais avec un comportement quasi-incompressible ($\nu = 0.499$) permet de déterminer la valeur à saturation de b atteinte comme lorsque la plasticité est généralisée. Si l'on néglige la partie élastique des déformations $\boldsymbol{\varepsilon}^e \ll \varepsilon^p$, on a en effet :

$$b \approx -\frac{\dot{\varepsilon}_3^p}{\dot{\varepsilon}_2^p} = -\frac{\sigma_3 - \frac{1}{2}\sigma_2}{\sigma_2 - \frac{1}{2}\sigma_3} \tag{11}$$

qui est la même expression que pour a mais en remplaçant ν par $1/2$.

Ce formalisme est exact lorsque l'état de contrainte est uniaxial, equi-biaxial, en cisaillement pur et en déformations planes et approché dans tous les autres cas. Finalement, une intégration d'une équation différentielle donnant la triaxialité des contraintes sur un bord libre peut être réalisée. Cette intégration est analytique ou numérique en fonction de la complexité du problème. Des expressions de la triaxialité des contraintes $T_X(p,a,b)$ fonction de la déformation plastique cumulée notamment sont obtenues. Ces expressions ont été validées sur des structures 3D soumises à des chargements complexes monotones et alternés, proportionnels ou non proportionnels.

4.3 Démonstration de l'heuristique de multiaxialité à partir de l'analyse par changement d'échelle

En partant des équations de la loi de localisation proposée par Sauzay (eq. (2)) écrites dans le repère principal des contraintes et en supposant que le tenseur des contraintes et celui des déformations sont co-axiaux dans la même base, on obtient :

$$\Sigma_2 = \sigma_2 + 2G(1-\beta)Z\left(\varepsilon_2^p + z\varepsilon_3^p\right) \tag{12}$$

$$\Sigma_3 = \sigma_3 + 2G(1-\beta)Z\left(\varepsilon_3^p + z\varepsilon_2^p\right) \tag{13}$$

avec

$$Z = M_{2222} \qquad \text{et} \qquad z = \frac{M_{2233}}{M_{2222}} \tag{14}$$

La définition du paramètre a (eq. (10)) et les expressions (12) and (13) conduisent à l'expression suivante :

$$\varepsilon_3 = -a\varepsilon_2^e - b_0\varepsilon_2^p - c_0\varepsilon_3^p \tag{15}$$

avec

$$b_0 = \frac{2G(1-\beta)Z}{E}\left[(z-\nu) + a(1-\nu z)\right]$$

$$c_0 = \frac{2G(1-\beta)Z}{E}\left[(1-\nu z) + a(z-\nu)\right]$$

Finalement, en écrivant l'équation (15) en vitesse et sachant que $\dot{\varepsilon}_3^p/\dot{\varepsilon}_2^p = n_3/n_2$, $\vec{n}$ étant la normale à la surface de charge, on obtient :

$$\dot{\varepsilon}_3 = -a\dot{\varepsilon}_2^e - b\dot{\varepsilon}_2^p \tag{16}$$

avec $b = b_0 + c_0\dfrac{n_3}{n_2}$ qui dépend donc du chargement.

On peut donc justifier l'heuristique de multiaxialité à partir de la loi de changement d'échelle pour une inclusion en surface.

D'autre part, il est possible de relier le coefficient z aux paramètres de l'heuristique de multiaxialité. En dérivant l'équation (15) par rapport au temps et en se plaçant dans le cadre de la plasticité généralisée (les déformations élastiques sont négligées), on obtient :

$$z = \frac{a - b - \nu + ab\nu}{ab + \nu(a-b) - 1} \tag{17}$$

5 Méthodologie pour l'estimation rapide de la plasticité sur un bord libre

En combinant les travaux de Sauzay [17] et ceux sur la triaxialité [4], la relation pour analyser la plasticité par post-traitement suivante est proposée (plasticité en surface) :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\Sigma} - 2G(1-\beta)\,\mathbb{Z} : \boldsymbol{\varepsilon}^p \tag{18}$$

où $\mathbb{Z}$ est un tenseur d'ordre 4 dont les coefficients sont tous nuls sauf :

$$Z_{2222} = Z_{3333} = Z \tag{19}$$

$$Z_{2233} = Z_{3322} = zZ \tag{20}$$

$$Z_{2323} = Z_{3223} = M_{3232} = M_{2332} = Z\frac{1-z}{2} \tag{21}$$

La dernière relation est liée à l'indépendance à toute rotation autour de l'axe 1 (hémisphère). Les paramètres Z et z sont donnés par :

$$Z = 1.79 \qquad \text{et} \qquad z = \begin{cases} \dfrac{0.79}{1.79} & \text{si} \quad a \neq \nu \text{ et } b = \dfrac{1-a\nu}{a-\nu} \\ \dfrac{a-b-\nu+ab\nu}{ab+\nu(a-b)-1} & \text{sinon} \end{cases} \tag{22}$$

Les paramètres a et b sont déterminés à partir de deux calculs élastiques comme expliqué dans la section 4.2. Contrairement à la loi de changement d'échelle de Sauzay [17], la plupart des coefficients du tenseur de localisation $\mathbb{Z}$ ne sont pas forcément constant. Ils dépendent de la géométrie et de la direction du chargement au travers des paramètres a et b.

A la différence de l'analyse proposée par Herbland [10], le tenseur de localisation $\mathbb{Z}$ est complètement déterminé avec des calculs éléments finis élastiques et ne nécessite donc pas d'identifications sur des calculs menés en plasticité. L'autre avantage est que cette approche est valide pour des chargements thermo-mécaniques étant donné que les paramètres G, ν, a et b peuvent dépendre de la température.

La démarche utilisée pour évaluer l'approche est la suivante. La loi de comportement élastoplastique est supposée connue. La localisation des points critiques est déterminée à partir du calcul de la structure complète en élasticité. La comparaison entre la référence et l'estimation donnée par notre approche est effectuée au niveau des points critiques en fond d'entaille. Ici, la référence est donnée par la solution d'un calcul éléments finis en plasticité sur la structure complète.

6 Applications sur structures

Deux applications numériques ont permis d'évaluer la méthode présentée dans la section 5. Les structures étudiées ont des zones critiques multiaxiales soumises à des chargements proportionnels (pour l'éprouvette axisymétrique, cas test issu de [10]) et non proportionnel (pour l'éprouvette en croix de malte). Deux matériaux ont été utilisés : l'acier 30NCD8 et le titane TA6V. Pour ces deux matériaux le comportement élastoplastique est modélisé avec un écrouissage cinématique non linéaire de type Armstrong-Frederick ($\dot{X} = 2/3C\dot{\varepsilon}^p - \gamma X\dot{p}$). L'écrouissage isotrope est considéré saturé. La fonction critère est donnée par : $f = (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{X})_{eq} - k$. Les caractéristiques de ces matériaux sont présentées dans le tableau 1.

Matériau	**Température °C**	**Module d'Young MPa**	**Coefficient de Poisson**	k **MPa**	C **MPa**	γ
Acier 30NCD8	20	189000	0.3	555	102200	294
Titane TA6V	20	119000	0.32	260	560000	1000

Tableau 1 – Caractéristiques des matériaux utilisés.

6.1 Éprouvette axisymétrique soumise à un chargement de traction-torsion

Le premier exemple s'intéresse à une éprouvette axisymétrique entaillée soumise à un chargement de traction-torsion (Fig. 1). Un effort traction correspondant à un état de contrainte uniaxial maximal de 200 MPa est imposé sur la tête de l'éprouvette dans la direction Y. Un moment de torsion dont la valeur maximale est de 114 N.m est aussi appliqué sur la tête de l'éprouvette. Ces valeurs ont été déterminées de manière à ce que la triaxialité des contraintes vaille $T_X = 0.32$ en fond d'entaille pour un comportement purement élastique. Le chargement est cyclique, oscillant entre zéro et une valeur maximale.

Pour ce type de chargement et avec un écrouissage cinématique non linéaire, on observe une accommodation plastique en fond d'entaille (voir Fig. 2). Les contraintes moyennes se relaxent jusqu'à atteindre la valeur zéro. Le comportement se stabilise à partir du 30^e cycle.

L'évolution des composantes des contraintes et des déformations est très bien décrite par l'analyse proposée. Les niveaux d'erreur sur les amplitudes de contraintes du cycle stabilisé sont faibles (voir le tableau 2). Notre analyse a été comparée avec deux autres méthodes d'estimation rapide : la méthode énergétique de Buczynski-Glinka [1], et la méthode de correction linéaire d'Herbland [10] présentée

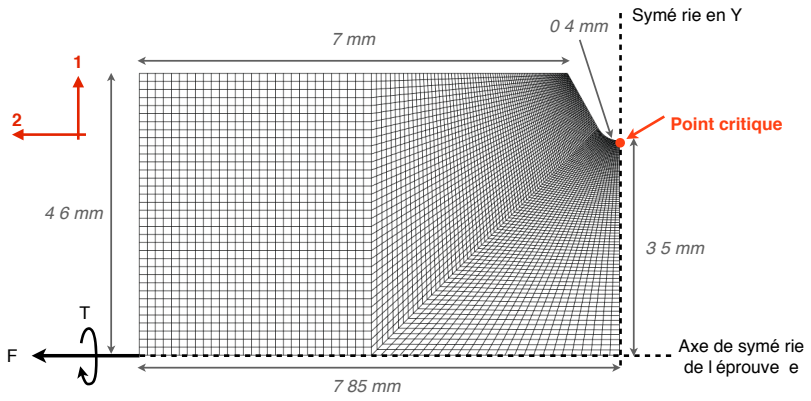


Fig. 1 – Géométrie et maillage de l'éprouvette axisymétrique [10].

dans la section 3. L'analyse proposée et la méthode de Buczynski-Glinka sont de niveau 1. Elles ne nécessitent que des calculs élastiques (2 pour la notre). La méthode de Herbland est de niveau 2. Elle nécessite un calcul élastoplastique monotone pour identifier les coefficients du tenseur $\mathbb{C}$. Le tableau 2 montre que la méthode proposée donne de meilleurs résultats que la méthode de Buczynski-Glinka sur toutes les composantes. Les résultats sont meilleurs que la méthode d'Herbland sur les composantes les plus significatives. Sur les composantes les plus petites l'erreur est plus importante.

Le gain en temps de calcul de la méthode proposée par rapport au calcul en plasticité sur la structure complète et sur 30 cycles est d'environ 300.

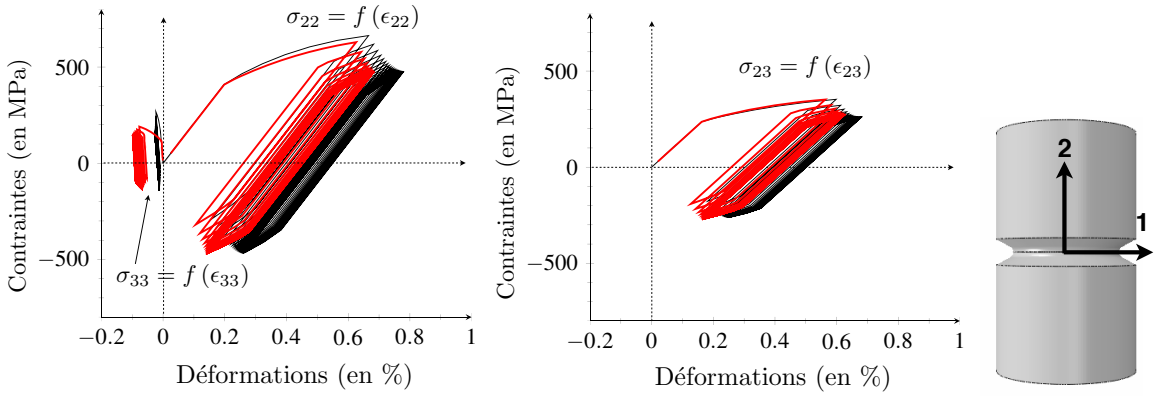


Fig. 2 – Évolution des courbes de comportement local dans le fond d'entaille de l'éprouvette axisymétrique (—— calcul éléments finis en plasticité, —— analyse de la plasticité par post-traitement).

		Erreur en % par rapport au calcul éléments finis en plasticité		
		Buczynski-Glinka 2003 [1]	Darlet-Desmorat 2013	Herbland (eq. (6)) 2009 [10]
$\Delta\sigma_{22}$ (MPa)	956.2	1.2	0.86	1.4
$\Delta\sigma_{23}$ (MPa)	523.8	3.9	2.9	4.7
$\Delta\sigma_{33}$ (MPa)	284.5	11.1	8.8	4.7
$\Delta\varepsilon_{22}$ (10^{-3})	5.3	5.3	3.0	3.4
$\Delta\varepsilon_{23}$ (10^{-3})	4.3	10.2	5.7	10.4
$\Delta\varepsilon_{33}$ (10^{-3})	0.18	139.2	94.7	1.0

Tableau 2 – Comparaison des méthodes de calcul accélérées sur l'exemple de l'éprouvette axisymétrique (1 est la normale au bord libre et 2 l'axe du cylindre).

6.2 Éprouvette en croix de malte soumise à un chargement non proportionnel

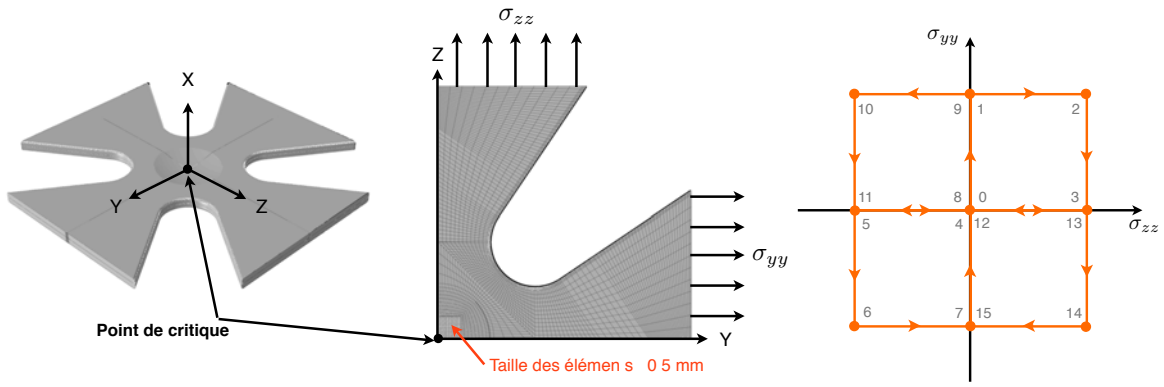


Fig. 3 – Géométrie, maillage de l'éprouvette en croix de malte.

Le deuxième exemple s'intéresse à une éprouvette en croix de malte en général utilisée pour des essais de fatigue biaxiale sur la machine ASTREE du LMT-Cachan. La zone critique est située au centre de l'éprouvette. La géométrie, le maillage et le chargement sont présentés dans la figure 3. Le chargement est non proportionnel de type "carré-croisé". Il permet d'évaluer la capacité de la méthode à suivre la rotation des directions principales des tenseurs des contraintes et des déformations. Les résultats sont donnés par la figure 4. On observe que l'évolution des contraintes et des déformations est très bien décrite.

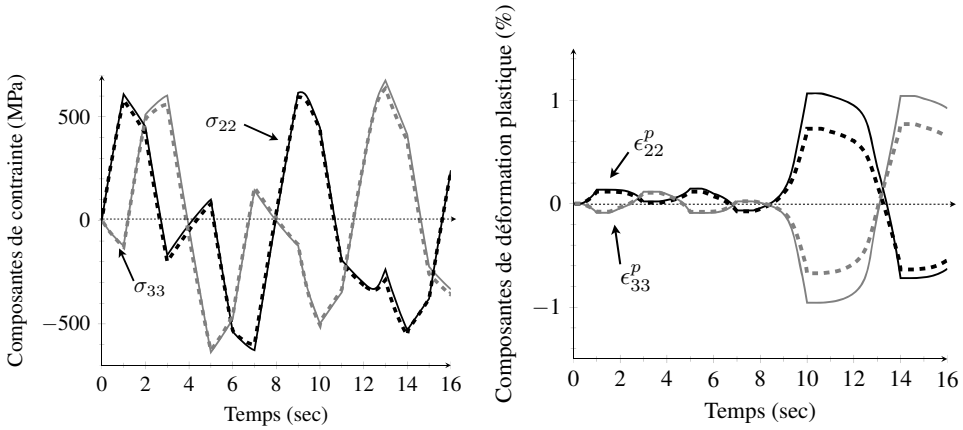


Fig. 4 – Évolution des composantes des contraintes et des déformations plastiques au point critique de l'éprouvette en croix de malte (—— calcul éléments finis en plasticité, - - - analyse de la plasticité par post-traitement).

7 Conclusion

L'analyse de la plasticité en fond d'entaille proposée nécessite deux calculs élastiques sur la structure complète : un calcul avec le comportement élastique du matériau utilisé et un calcul élastique quasi incompressible. La loi de localisation proposé par Sauzay [17] est enrichie afin de mieux prendre en compte la triaxialité des contraintes sur un bord libre. Cela permet de prendre en compte les effets de la géométrie et des directions du chargement au travers des paramètres a et b.

L'intérêt de cette méthode par rapport aux autres méthodes de niveau 1 (méthode énergétique de type Neuber/Glinka) est que l'aspect multiaxial est mieux pris en compte grâce à l'heuristique de multiaxialité (rendant le tenseur de localisation $\mathbb{Z}$ non constant). L'évolution de l'état de contrainte et de la triaxialité des contraintes en fonction du chargement est mieux décrite avec la loi de localisation proposée. Point important, l'heuristique de multiaxialité est la seule, à la connaissance des auteurs, à pouvoir traiter les contraintes planes et les déformations planes dans un même cadre.

La méthode proposée présente des niveaux d'erreur du même ordre de grandeur que la méthode d'Herbland (méthode de niveau 2). Contrairement à cette dernière, la méthode proposée ne nécessite ni calcul élastoplastique ni procédure d'identification de paramètres de correction numériques.

La méthode a été évaluée sur de nombreuses autres géométries, sur d'autres lois de comportement et pour différent type de chargements mécaniques et thermomécaniques (différents rapports de charge, aléatoire, non proportionnel). À chaque fois, l'estimation de la réponse transitoire de la structure est correctement décrite. L'évolution des contraintes et des déformations plastiques au cours du temps peut être alors utilisée pour calculer l'endommagement, par exemple par la loi incrémentale de Lemaitre.

8 Remerciements

Les auteurs sont particulièrement reconnaissants à SNECMA Groupe SAFRAN pour son suppport financier. Ce travail est mené dans le cadre du programme français "PRC Structures Chaudes" impliquant le groupe Snecma-SAFRAN, le groupe Turbomeca-SAFRAN, l'ONERA et des laboratoires du CNRS (Mines Paris Tech, Institut P'-ENSMA, LMT-Cachan, LMS-X, CIRIMAT-ENSIACET et CEAT)

Références

[1] A. Buczynski, G. Glinka *An analysis of elasto-plastic strains and stresses in notched bodies subjected to cyclic non-proportional loading paths*, European Structural Integrity Society, 265-283, 2003.

[2] G. Cailletaud, P. Pilvin *Utilisation de modèles polycristallins pour le calcul par éléments finis*, Revue Européenne des Eléments Finis, 515-541, 1994.

[3] B.N. Cox *Surface displacements and stress field by a semi-ellipsoidal surface inclusion*, J Appl Mech, 564-570, 1989.

[4] A. Darlet, R. Desmorat. *Stress Triaxiality at Free Edges in Elastoplastic Structures*, International Symposium on Plasticity and Its Current Applications, 2013.

[5] A. Deperrois, K. Dang Van *Inclusions de surface et singularité Épine*, C. R. Acad. Sci. Paris, Série IIb 31, 1285-1290, 1990.

[6] R. Desmorat., *Fast estimation of localized plasticity and damage by energetic methods*, Int. J Solids Struct., 3289-3310, 2002.

[7] C. Doudard, S. Calloch, P. Cugy, A. Galtier, F. Hild *A probabilistic two-scale model for high-cycle fatigue life predictions*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 279-288, 2005.

[8] J.D. Eshelby. *The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, related problems*, Proc. Roy. Soc., London, A241-376, 1957.

[9] L. Flaceliere, F. Morel, A. Dragon *Coupling Between Mesoplasticity and Damage in High-cycle Fatigue*, International Journal of Damage Mechanics, 473-509, 2007.

[10] T. Herbland. *Modélisation de la fatigue des alliages métalliques sous chargement 3D aléatoire*, Thèse de doctorat, 2009.

[11] T. Herbland, G. Cailletaud, J.L. Chaboche, S. Quilici, F. Gallerneau *A Modified Neuber Method Avoiding Artefacts Under Random Loads*.

[12] E. Kröner. *On the plastic deformation of polycrystals*, Acta Metall., 155-161, 1961.

[13] J. Lemaitre, I. Doghri. *Damage 90 : a post processor for crack initiation*, Comput. Methods Appl. Engng., 115-197, 1994.

[14] J. Lemaitre, J.P. Sermage, R. Desmorat. *A two scale damage concept applied to fatigue*, International Journal of Fracture, 67-81, 1999

[15] K. Molski, G. Glinka. *A method of Elastic-Plastic Stress and Strain Calculation at a Notch Root*, Materials Science and Engineering, 93-100, 1981.

[16] H. Neuber. *Theory of Stress Concentration for Shear -Strained Prismatical Bodies With Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Law*, Journal of Applied Mechanics, 544-550, 1961.

[17] M. Sauzay, P. Gilormini *Inclusion élastoplastique en surface*, C.R. Acad. Sci. Paris, Série IIb., 328, 117-122, 2000.

[18] J.P. Sermage. *Fatigue thermique multiaxiale à température variable*, Thèse de doctorat, 1998.