



**HAL**  
open science

# Filtration d'un gaz à faible pression en milieux poreux. Quasi-statique et acoustique

Juliette Chastanet, Pascale Royer, Jean-Louis Auriault

► **To cite this version:**

Juliette Chastanet, Pascale Royer, Jean-Louis Auriault. Filtration d'un gaz à faible pression en milieux poreux. Quasi-statique et acoustique. 5èmes Journées d'Etudes sur les Milieux Poreux, Nov 2001, Marseille, France. hal-01718708

**HAL Id: hal-01718708**

**<https://hal.science/hal-01718708>**

Submitted on 5 Sep 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Filtration d'un gaz à faible pression en milieux poreux. Quasi-statique et acoustique.

J. Chastanet, P. Royer, J. L. Auriault

Laboratoire "Sols, Solides, Structures", UJF, INPG, CNRS UMR 5521,  
BP 53X, 38041  
Grenoble cedex

## Résumé

A faible pression, l'écoulement d'un gaz dans un milieu poreux est régi par la loi de Klinkenberg où la perméabilité est fonction de la pression. L'objet de cette étude est de déterminer, par la méthode des développements asymptotiques : i) la loi d'écoulement dans un composite poreux ; ii) la loi de l'acoustique d'un gaz à faible pression dans un milieu poreux. Dans chaque cas, on examine si la relation de Klinkenberg subsiste après le passage microscopique-macroscopique.

## 1. Introduction

A faible pression, la vitesse de filtration d'un gaz dans un milieu poreux est supérieure à celle prédite par la loi de Darcy. Ceci est dû au fait qu'à faible pression, le libre parcours moyen des molécules de gaz peut atteindre l'ordre de grandeur de la taille des pores. Ainsi, les molécules de gaz glissent sur la paroi solide au lieu d'y adhérer. On parle alors d'écoulement par glissement, ou bien d'effet Klinkenberg (Klinkenberg, 1941). La perméabilité au gaz  $k_g$  est alors donnée par :

$$k_g = k \left( 1 + \frac{b}{p} \right) \quad (1)$$

où  $k$  est la perméabilité au liquide,  $b$  est une constante et  $p$  est la pression. L'objectif général de la présente étude est d'examiner si la loi de Klinkenberg subsiste aux changements d'échelles. Deux problèmes distincts sont ainsi étudiés par homogénéisation : i) la filtration d'un gaz dans un milieu poreux composite à deux constituants ; ii) l'acoustique d'un gaz à faible pression en milieu poreux. La méthode d'homogénéisation utilisée est la méthode des développements asymptotiques. Ci-dessous, pour chaque problème on présente la description locale considérée et le comportement macroscopique obtenu. Les résultats révèlent la fragilité de la loi de Klinkenberg.

## 2. Filtration d'un gaz à faible pression dans un milieu poreux composite

Considérons un milieu composite poreux périodique composé de deux constituants interconnectés. A l'échelle de la période,  $\Omega$ , on désigne par  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  les domaines occupés par les deux constituants poreux, et par  $\Gamma$  leur frontière. Le milieu est saturé par un gaz à faible pression et on admet que la loi de Klinkenberg est valable dans les deux constituants supposés homogènes et isotropes. On suppose de surcroît que les deux perméabilités  $K_1$  et  $K_2$  sont du même ordre de grandeur. La description locale est la suivante :

$$\vec{v}_\alpha = -K_\alpha \vec{\nabla} p_\alpha, \quad K_\alpha = k_\alpha \left( 1 + \frac{b_\alpha}{p_\alpha} \right) \quad \text{dans } \Omega_\alpha (\alpha = 1, 2) \quad (2)$$

$$\phi_\alpha \frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot (\rho_\alpha \vec{v}_\alpha) = 0 \quad \text{dans } \Omega_\alpha (\alpha = 1, 2) \quad (3)$$

$$\rho_\alpha = A p_\alpha \quad \text{dans } \Omega_\alpha (\alpha = 1, 2) \quad (4)$$

$$(\rho_1 K_1 \vec{\nabla} p_1) \cdot \vec{n} = (\rho_2 K_2 \vec{\nabla} p_2) \cdot \vec{n} \quad \text{sur } \Gamma \quad (5)$$

$$p_1 = p_2 \quad \text{et} \quad \rho_1 = \rho_2 \quad \text{sur } \Gamma \quad (6)$$

On obtient le comportement macroscopique suivant :

$$\langle \phi \rangle \frac{\partial p}{\partial t} - \bar{\nabla} \cdot (p K_e \bar{\nabla} p) = 0, \quad (7)$$

où  $K_e$  est la perméabilité effective du milieu et définie par :

$$K_{eij} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} K (I_{ij} + \frac{\partial \tau_j}{\partial y_i}) d\Omega, \quad (8)$$

où le vecteur  $\bar{\tau}(p)$  est la solution d'un problème aux limites défini sur la période. Suivant la géométrie du milieu, la forme de la loi de Klinkenberg peut donc être modifiée : la forme en  $1/p$  n'est pas forcément respectée. Ceci peut s'illustrer facilement en considérant un composite bilaminé, pour lequel une expression analytique de  $K_e$  peut être obtenue. On montre que la forme (1) est respectée parallèlement aux couches, mais ne l'est pas perpendiculairement aux couches.

### 3. Acoustique d'un gaz à faible pression en milieu poreux rigide

Nous étudions ici un milieu poreux simple saturé en gaz à faible pression soumis à des vibrations mécaniques. Soit  $\Omega$  la période de ce milieu avec  $\Omega_p$  le volume des pores et  $\Omega_s$  le volume solide, l'interface solide-gaz est notée  $\Gamma$  avec  $\bar{t}_1$  et  $\bar{n}$  ses vecteurs tangent et normal. Dans ce cas, on suppose les lois de l'acoustique linéaire valable et l'effet Klinkenberg est décrit ici par une condition de glissement sur l'interface (Skjetne et Auriault, 1999). L'étude est conduite en régime harmonique. Les lois physiques locales s'écrivent de la façon suivante :

$$\mu \bar{\nabla}^2 \bar{v} + (\eta + \mu) \bar{\nabla} (\bar{\nabla} \cdot \bar{v}) - \bar{\nabla} p = i\omega \rho^e \bar{v} \quad \text{dans } \Omega_p \quad (9)$$

$$i\omega \rho + \rho^e \bar{\nabla} \cdot \bar{v} = 0 \quad \text{dans } \Omega_p \quad (10)$$

$$p = A\rho \quad \text{dans } \Omega_p \quad (11)$$

$$\bar{v} = -c\lambda \bar{t}_1 \cdot (\bar{\nabla} \cdot \bar{v}) \cdot \bar{n} \bar{t}_1 \quad \text{sur } \Gamma \quad (12)$$

où  $c$  est une constante et  $\lambda$  est le libre parcours moyen des molécules de gaz.

Après homogénéisation et pour des petits nombres de Knudsen  $Kn$  (rapport du libre parcours moyen sur la taille des pores), on obtient le modèle macroscopique suivant (dans l'espace des fréquences) :

$$\langle \bar{v} \rangle = -K(\omega)(1 + K_n H(\omega)) \bar{\nabla} p \quad (13)$$

où  $K$  est la perméabilité dynamique complexe fonction de la pulsation et  $H$  est un tenseur complexe. La forme du flux obtenu ici est celle de Klinkenberg (1) avec des paramètres dépendants de la pulsation. Lors du passage dans l'espace du temps, un produit de convolution intervient, indiquant un effet de mémoire comme dans le cas de l'acoustique classique. L'étude d'un réseau de capillaire montre que l'effet Klinkenberg tend à inhiber la dissipation d'énergie et l'effet de masse ajouté.

### 4. Conclusion

On a établi des modèles macroscopiques pour des problèmes relatifs aux écoulements de gaz à faible pression dans les milieux poreux. La forme de la loi établie par Klinkenberg s'est révélée fragile lors du changement d'échelles dans plusieurs cas. Par contre on retrouve l'effet de mémoire mis en évidence en acoustique classique.

### Références

- KLINKENBERG L.-J. (1941), The permeability of a porous media to liquids and gas, *Drilling and production practice, American Petroleum Inst.*, pp.200-213
- SKJETNE E. & AURIAULT J.-L. (1999), Homogenization of wall-slip gas flow through porous media, *Transport in porous media*, Vol. 36, pp.293-306