



HAL
open science

Un algorithme implicite pour le couplage fluide-structure utilisant un maillage intermédiaire pour le transfert des données

Mohamad Ramadan, Laurent Stainier, Alban Leroyer

► **To cite this version:**

Mohamad Ramadan, Laurent Stainier, Alban Leroyer. Un algorithme implicite pour le couplage fluide-structure utilisant un maillage intermédiaire pour le transfert des données. 11e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2013, Giens, France. hal-01717839

HAL Id: hal-01717839

<https://hal.science/hal-01717839>

Submitted on 26 Feb 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Un algorithme implicite pour le couplage fluide-structure utilisant un maillage intermédiaire pour le transfert des données

Mohamad RAMADAN^{1, 2}, Laurent STAINIER², Alban LEROYER³

¹ Energy and Thermo-Fluid group, School of Engineering, Lebanese International University, Liban, dr.ramadan.mohamad@gmail.com

² Institut GeM, UMR-CNRS 6183, Ecole Centrale de Nantes, France, {mohamad.ramadan, laurent.stainier}@ec-nantes.fr

³ Laboratoire LHEEA, UMR-CNRS 6598, Ecole Centrale de Nantes, alban.leroyer@ec-nantes.fr

Résumé — Ce papier présente un algorithme pour le couplage fluide-structure. La librairie ZorgLib et le code de calcul Navier-Stokes ISIS-CFD sont utilisés respectivement pour la partie structure et fluide. Les deux physiques sont interfacées par un couplage implicite interne. Une procédure conservative pour le transfert des champs est développée. Un premier cas de validation basique est présenté dont les résultats sont comparés avec ceux existants dans la littérature.

1 Introduction

L'interaction fluide-structure est l'action réciproque qui se produit lorsqu'un corps solide est en contact avec un fluide. Elle est étudiée dans de nombreuses applications mécaniques. A titre d'exemples, on peut citer sans être exhaustif, les structures élancées en génie civil, les vaisseaux sanguins en biomécanique, la conception d'avion en aérodynamique et les faisceaux de tube des générateurs de vapeurs des installations nucléaires. Or, les grandes avancées réalisées dans les deux domaines de mécanique numérique fluide et structure ont permis à la simulation d'interaction fluide-structure d'évoluer énormément, ce qui s'est traduit par une large expansion de ce domaine durant la dernière décennie. Le couplage multiphysique peut être réalisé par deux stratégies, monolithique ou partitionnée [1]. Dans l'approche monolithique, un seul système d'équations est construit, en intégrant toutes les physiques à modéliser. L'approche partitionnée discrétise et résoud chaque milieu séparément en utilisant un échange de données à l'interface des milieux pour réaliser le couplage. En terme de vitesse et de propriétés de convergence, l'approche monolithique est optimale puisqu'elle intègre les équations de couplage directement dans le système à résoudre [5, 6]. Cependant, cette méthode est difficile à mettre en oeuvre et pose des problèmes de mémoire, et de stratégie de résolution, les systèmes à résoudre étant en général très mal conditionnés ([7]). Elle est majoritairement utilisée dans le cas d'une formulation unique pour les deux milieux, et ne permet pas de prendre en compte les spécificités de chaque milieu que ce soit en terme de maillages (par exemple pour la capture des couches limites) que de méthodes numériques. L'utilisation de codes existants dédiés à chaque milieu offre l'avantage de profiter de méthodes et modèles spécifiques adaptées à chaque physique (écoulement 3D autour de géométries modélisées par des éléments de type poutre ou coque par exemple) et de fonctionnalités avancées déjà testées et validées si l'on se base sur des codes existants, ce qui est un réel atout pour traiter des applications industrielles. Même si on peut théoriquement construire une formulation monolithique à partir de deux codes distincts en explicitant les opérateurs globaux de couplage des variables fluides \rightarrow structures et structures \rightarrow fluides, cette étape est trop complexe à mettre en oeuvre pour être utilisée en pratique. Des approches partitionnées sont donc utilisées. Elles se composent de trois entités, que sont, le solveur fluide, le solveur structure et la procédure de couplage qui représente le cœur de l'algorithme.

La solution numérique de ce couplage peut dépendre de l'algorithme utilisé pour le réaliser dans le cas d'approches explicites (qui ne possèdent pas de boucle itérative entre les problèmes fluide et structure au cours d'un pas de temps), mais aussi de la façon de transférer des données à l'interface entre les deux milieux. C'est pourquoi de nombreux travaux de recherche ont été consacrés pour ce sujet. Farhat et al. propose dans [2] une méthode de transfert de données basée sur la conservation de l'énergie entre la structure et le fluide. Elle consiste à construire le champ de forces qui agit sur

la structure en imposant l'égalité des travaux virtuels fluide et structure à l'interface. Bien qu'elle soit conservative, la formulation proposée n'est adaptée que pour des configurations où le maillage fluide est plus fin que le maillage structure. Dans le cas contraire, certains nœuds structure peuvent se retrouver sans aucun chargement fluide. Cela consiste un handicap pour les applications dont le maillage structure peut se retrouver localement plus fin que le maillage fluide. Le développement que l'on propose pour se libérer de la contrainte imposée sur la taille des mailles fluides et structures est d'utiliser un maillage intermédiaire plus fin que les deux maillages fluide et structure (au minimum basé sur l'intersection entre les deux maillages d'interface) de sorte que la communication entre les deux maillages se fasse à travers ce maillage.

2 Problème fluide

Dans le cadre de ce travail, la partie fluide est résolue dans le code ISIS-CFD [3]. Il est basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes en moyenne de Reynolds (RANSE) sous une forme fortement conservative. Il repose sur une méthode de volumes finis généralisée à des maillages non-structurés composés de volumes polyédriques arbitraires.

Le champ de vitesse U est obtenu à partir des équations de conservation de quantité de mouvement et la pression P est déterminée selon la contrainte d'incompressibilité transformée en équation de pression. Le couplage vitesse-pression est assuré par un algorithme de type SIMPLE. L'ensemble des variables est stocké au centre des volumes de contrôle. Les intégrales de volume et de surface sont évaluées par des approximations précises au second ordre. Le mode de discrétisation temporelle utilisé pour les calculs instationnaires est une méthode du deuxième ordre décentrée à deux pas de temps. A chaque pas de temps, une boucle interne (appelée "boucle non-linéaire") associée à une linéarisation de Picard est effectuée pour résoudre les non-linéarités. Le passage à l'itération temporelle suivante est opéré lorsque le résidu des équations a été réduit d'un certain gain (typiquement 3 ordres pour des calculs physiquement instationnaires). Les calculs multiprocesseurs sont gérés par MPI.

On a aussi la possibilité de simuler des écoulements avec surface libre. Ils sont gérés par une méthode de capture d'interface. L'ensemble des deux phases est vu comme un fluide unique dont les propriétés varient avec un taux de présence. Celui-ci est traité comme un Lagrangien emporté par le fluide global. Sa discrétisation nécessite des schémas appropriés pour éviter une diffusion trop importante de l'interface. Une formulation ALE (Arbitrary Eulerian Lagrangian) est utilisée pour traiter des configurations avec des corps mobiles et/ou déformables. Elle est associée à des techniques de déformation de maillage pour conserver un maillage qui s'appuie sur la surface des corps. Les degrés de liberté associés à des mouvements de corps rigides peuvent aussi être gérés par des mouvements en bloc du maillage afin de pouvoir simuler des déplacements de grandes amplitudes.

3 Problème structure

Le mouvement d'un corps solide peut être décrit par l'équation du mouvement :

$$\rho(\ddot{X} - f) - \nabla \cdot \sigma = 0 \quad (1)$$

où ρ est la densité, \ddot{X} est l'accélération, f les forces volumiques, et σ le tenseur de contraintes. Dans le cas de corps rigide relié à un ressort vertical (cf. section 6), l'équation du mouvement se réduit alors à :

$$m\ddot{Y} + c_y\dot{Y} + k_y Y = F_y \quad (2)$$

où m est la masse, et c_y, k_y, F_y sont respectivement le coefficient d'amortissement, la constante de raideur et le vecteur des forces externes suivant la direction y . Dans le cadre de ce travail, le calcul structure est effectué en utilisant la bibliothèque ZorGLib. Cette bibliothèque permet de résoudre des problèmes thermo-mécaniques non-linéaires en quasi-statique et en dynamique, incluant une large variété de modèles de comportement (thermo-visco-plasticité, thermo-visco-élasticité, endommagement,...). Pour les problèmes de dynamique des structures, elle contient notamment les algorithmes classiques de la famille Newmark (ou α -généralisé, cf. [4]), applicables à tout type de système mécanique discret, résultant d'un assemblage de corps rigides ou de la discrétisation d'un milieu continu (MEF). Ce sont ces algorithmes qui sont utilisés pour les applications illustrées ici.

4 Couplage temporel

On trouve dans la littérature de nombreux travaux consacrés aux algorithmes de couplage. Parmi les approches partitionnées, on distingue différentes catégories :

- des algorithmes explicites parallèles ou séquentiels dans lesquels on utilise les champs connus des pas de temps précédents du milieu fluide (resp. structure) pour l'avance en temps du milieu structure (resp. fluide). Dans ce cas, aucune boucle n'est réalisée pour assurer la convergence du couplage même si des stratégies additionnelles de corrections peuvent être ajoutées pour limiter l'accumulation d'erreur. Ce type d'algorithmes dont l'atout principal est le temps de calcul limité, se trouve souvent mis en défaut dès lors que l'on souhaite étudier la limite de stabilité d'un système. De plus, il pose des problèmes d'instabilités numériques lorsque les effets de masses ajoutés du fluide sont importants ([8, 9]).
- des algorithmes implicites externes dans lesquels on réalise une boucle de convergence du système couplée en résolvant successivement au pas de temps courant le problème fluide et le problème structure en utilisant les informations issues du dernier résultat connu de l'autre milieu comme conditions aux limites. Différentes stratégies, comme la méthode d'Aïtken peuvent être utilisées pour accélérer la convergence du couplage. Cette méthode assure à convergence un résultat identique à une approche monolithique. Pour un problème d'interaction fluide-structure, la majeure partie du temps de calcul est en général consommée par la résolution de la partie fluide. Dans ce type d'approche, le temps de calcul du système couplée fluide-structure est alors de l'ordre de n fois le temps de calcul du problème fluide seul, où n est le nombre d'itérations de couplage fluide-structure. Pour des systèmes fortement couplés dans lesquels une forte sous-relaxation des données est nécessaire pour assurer un couplage stable, le nombre d'itérations de couplage nécessaire pour converger devient élevé, rendant ces algorithmes assez prohibitifs en temps de calcul.
- des algorithmes implicites internes dans lesquels on intègre la résolution du problème structure (dont le temps CPU est en général faible par rapport à celui de la structure) au sein de la boucle non-linéaire de résolution du problème fluide. Celui-ci intègre donc la mise à jour des conditions aux limites imposées par la structure au cours du processus de convergence, ce qui rend ces approches très performantes pour peu que l'on dispose d'algorithmes de déformation de maillage rapides et robustes dans le cas d'une formulation ALE pour le fluide. A convergence, on obtient aussi un résultat identique à une approche monolithique. Un traitement particulier des équations du problème structure peut être nécessaire pour assurer un couplage stable dans le cas où les efforts fluides dépendent fortement de l'accélération de la structure, i.e. dans les cas où les effets de masses ajoutés dus à la présence du fluide environnant sont du même ordre ou supérieurs aux effets d'inertie de la structure.

Dans le cadre de ce travail un algorithme implicite interne est utilisé. Plus précisément, lorsqu'un nouveau pas de temps démarre, les variables fluides sont calculées à partir d'une prédiction du champ de déplacement structure à la première itération non-linéaire de la résolution fluide. L'effort fluide obtenu est ensuite transféré sur le maillage structure où il est utilisé comme condition aux limites dans la résolution du problème structure. Une fois le problème structure résolu, le champ de déplacement obtenu sert à mettre à jour le maillage structure et les nœuds du maillage fluide appartenant à l'interface. Une nouvelle évaluation du problème fluide linéarisé est alors effectuée après déformation du maillage fluide volumique, ce qui permet d'obtenir une nouvelle évaluation des efforts fluides s'exerçant sur la structure. Cette procédure est répétée jusqu'à ce que la convergence soit atteinte, on passe alors à un nouveau pas de temps. L'algorithme de couplage se déroule ainsi comme suit (pour l'itération non-linéaire $k > 1$ du pas de temps n) :

- 1- Projeter $(F^n)^k$ sur le maillage structure
- 2- Résoudre le problème structure
- 3- Mettre à jour le maillage structure
- 4- Mettre à jour le maillage fluide surfacique puis volumique
- 5- Mettre à jour les flux de vitesse de déplacement du maillage
- 6- Linéariser, discrétiser et résoudre le problème fluide
- 7- Calculer l'effort fluide $(F^n)^{k+1}$
- 8- Tester la convergence

5 Transfert des efforts

Comme dans tout problème multiphysique, pour coupler les différentes physiques par une approche partitionnée, une technique de transfert de données est nécessaire.

Une méthode classique pour faire le transfert des efforts est d'interpoler directement les points de Gauss du maillage structure sur le maillage fluide comme suit :

$$F_i^S = \sum_{g=1}^{n_g} W_g \beta_{gi} \sigma_g \quad (3)$$

où F_i^S est la force nodale au nœud structure i , n_g le nombre de points de Gauss, W_g le poids associé au point de Gauss g , β_{gi} la valeur de la fonction d'interpolation associée au nœud i au point g et σ_g le tenseur des contraintes fluides en g .

L'avantage de cette méthode est qu'elle n'impose aucune contrainte sur les maillages fluide et structure. Cela donne à l'utilisateur une plus grande marge de liberté au niveau du choix des maillages. Par contre, son principal inconvénient est qu'elle ne conserve pas l'énergie transmise, ni même l'effort global. En fait, le système fluide-structure est un système fermé ce qui signifie que le travail et l'énergie libérée par le fluide (resp. la structure) est totalement absorbée par la structure (resp. le fluide). Or la méthode d'interpolation directe ne permet pas de vérifier cette propriété. En d'autres termes, elle n'est pas conservative.

Pour surmonter ce problème, une méthode de couplage basée sur la conservation du travail virtuel est proposée dans [2]. Elle consiste à calculer le champ de forces structures F^S en imposant l'égalité du travail virtuel sur l'interface fluide-structure :

$$\delta W^F = \delta W^S \quad (4)$$

Où δW^F et δW^S représentent respectivement le travail virtuel fluide et le travail virtuel structure, sur l'interface. Bien que cette méthode conserve le travail entre le fluide et la structure, sa formulation initiale nécessite que le maillage fluide soit plus fin que celui de la structure pour que la structure soit convenablement chargée.

5.1 Méthode de maillage intermédiaire

La solution que l'on propose ici est d'utiliser un maillage intermédiaire différent des maillages structure et fluide et qui soit plus fin que les deux sur tout le domaine (au minimum basé sur l'intersection entre les deux maillages d'interface) de telle sorte que la communication entre le fluide et la structure se passe via ce maillage. Les étapes du calcul se déroulent alors de la manière suivante :

a) Calcul de σ^I :

Soit σ^F le champ de contrainte fluide obtenu par la résolution des équations de Navier-Stokes. σ^F est transféré du maillage fluide vers le maillage intermédiaire par la méthode d'interpolation inverse qui consiste à attribuer à chaque élément du maillage d'arrivée la valeur de l'élément de départ contenant son barycentre :

$$\sigma_g^I = \sigma_f^F \quad (5)$$

où σ_g^I est le tenseur de contraintes de l'élément g appartenant au maillage intermédiaire et σ_f^F le tenseur de contraintes de l'élément f qui contient le barycentre de g . Si le maillage fluide et le maillage intermédiaire sont emboîtés, l'effort global sera alors conservé et aucune perte d'information ne sera engendrée.

b) Calcul du travail virtuel sur le maillage intermédiaire :

Le travail virtuel intermédiaire δW^I peut être écrit :

$$\delta W^I = \sum_{m=1}^{m_I} \sum_{e=1}^{e_I} S_e \sigma_e^I L_m \tilde{u}_m^I \quad (6)$$

avec m_I le nombre de nœuds du maillage intermédiaire, e_I le nombre d'éléments du maillage intermédiaire, S_e la surface de l'élément e , σ_e^I le tenseur de contraintes de l'élément e , L_m une fonction d'interpolation définie sur le maillage intermédiaire et \tilde{u}_m^I le champ de déplacement virtuel au nœud m . L'équation précédente s'écrit :

$$\delta W^I = \sum_{m=1}^{m_I} \phi_m^I \tilde{u}_m^I \quad (7)$$

où ϕ_m^I est donnée par :

$$\phi_m^I = \sum_{e=1}^{e_I} S_e \sigma_e^I L_m \quad (8)$$

Le déplacement virtuel intermédiaire est relié au déplacement structure comme suit :

$$\tilde{u}_m^I = \sum_{i=1}^{i_S} \beta_{mi} \tilde{u}_i^S \quad (9)$$

En substituant (9) dans (7) on obtient :

$$\delta W^I = \sum_{i=1}^{i_S} \sum_{m=1}^{m_I} \phi_m^I \beta_{mi} \tilde{u}_i^S \quad (10)$$

c) Calcul du champ de force structure F_S

La conservation du travail virtuel entre le maillage intermédiaire et le maillage structure s'écrit :

$$\sum_{i=1}^{i_S} F_i^S \tilde{u}_i^S = \sum_{i=1}^{i_S} \sum_{m=1}^{m_I} \phi_m^I \beta_{mi} \tilde{u}_i^S \quad (11)$$

Finalement on obtient la valeur de F_i^S :

$$F_i^S = \sum_{m=1}^{m_I} \phi_m^I \beta_{mi} \quad (12)$$

5.1.1 Conservation du champ de forces

Bien que notre formulation soit basée sur la conservation du travail virtuel, elle permet de conserver la résultante du champ de forces. La résultante des forces sur la maillage intermédiaire est donnée par :

$$\sum_{e=1}^{e_I} F_e^I = \sum_{e=1}^{e_I} S_e \sigma_e^I \quad (13)$$

$$\sum_{e=1}^{e_I} F_e^I = \sum_{e=1}^{e_I} \sum_{m=1}^{m_I} S_e \sigma_e^I L_m \quad (14)$$

$$\sum_{e=1}^{e_I} F_e^I = \sum_{m=1}^{m_I} \sum_{e=1}^{e_I} S_e \sigma_e^I L_m \quad (15)$$

$$\sum_{e=1}^{e_I} F_e^I = \sum_{m=1}^{m_I} \phi_m^I \quad (16)$$

D'autre part, la somme des forces structures s'écrit :

$$\sum_{i=1}^{i_s} F_i^S = \sum_{i=1}^{i_s} \sum_{m=1}^{m_l} \phi_m^I \beta_{mi} \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^{i_s} F_i^S = \sum_{m=1}^{m_l} \sum_{i=1}^{i_s} \phi_m^I \beta_{mi} \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^{i_s} F_i^S = \sum_{m=1}^{m_l} \phi_m^I \sum_{i=1}^{i_s} \beta_{mi} \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^{i_s} F_i^S = \sum_{m=1}^{m_l} \phi_m^I \quad (20)$$

Les équations (16) et (20) montrent que la somme des forces sur le maillage intermédiaire est bien conservée sur le maillage structure, mettant ainsi en évidence un autre avantage de cette méthode.

6 Applications

Le couplage présenté dans ce papier permet de simuler un large panel d'applications fluide-structure, contenant des mouvements de corps rigides, des déformations élastiques et même de l'endommagement. Cependant, afin de valider l'algorithme proposé dans ce papier, un premier cas-test simple de la littérature a été choisi [10]. Il s'agit d'un carré de côté $D=1$ [m] relié à un ressort vertical et soumis à un écoulement horizontal. Il a un seul degré de liberté qu'est le déplacement vertical. La densité et la viscosité du fluide sont respectivement égales à 1000 [kg/m³] et 0.01 [Pa.s]. La masse du solide est égal à 20 [kg]. La raideur du ressort et le coefficient d'amortissement sont respectivement égaux à 3.084 [kg/s²] et 0.058 [kg/s⁻¹]. La simulation est faite avec une vitesse d'entrée est égale à 2.5[m/s] ce qui correspond à un nombre de Reynolds $Re = uD\rho/\mu$ égale à 250. Le maillage intermédiaire est discrétisé en 88 éléments triangulaires et 64 nœuds, le maillage fluide est constitué de 18407 éléments hexaédriques et 38000 nœuds et le maillage structure contient 44 éléments et 14 nœuds. Les maillages intermédiaire et structure sont montrés sur la figure 1 et le maillage fluide est montré sur la figure 2. Le calcul est effectué avec un pas de temps constant égal à 0.025[s]. La figure 3 montre les lignes de courant autour du corps en mouvement à un instant donné. La courbe de déplacement est donnée sur la figure 4. La fréquence de déplacement est égale à la fréquence naturelle du corps solide, par contre la fréquence de l'effort fluide vertical est 6 fois plus grande que celle du déplacement (voir figures 4 et 5). Les amplitudes maximales du déplacement normalisé y/D et de l'effort fluide vertical pour une largeur unitaire sont respectivement égales 1.3 et 3.8[N]. Elles sont en accord avec celles obtenues dans [10]. Ces résultats valident bien la méthode de couplage sur ce cas simple et montrent sa robustesse.

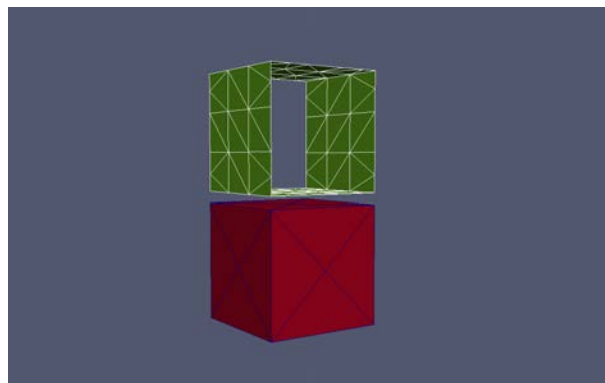


Fig. 1 – Maillage Intermédiaire : partie supérieure et maillage structure : partie inférieure

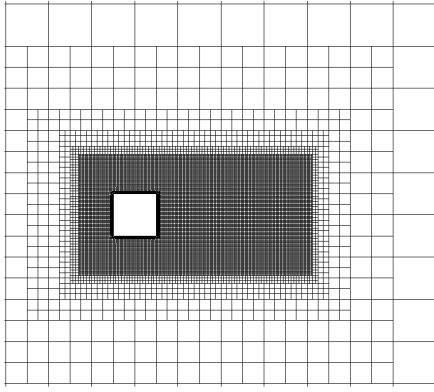


Fig. 2 – Maillage fluide

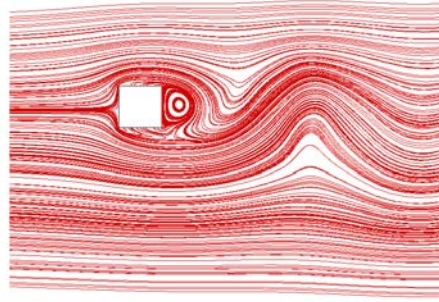


Fig. 3 – Lignes de courant

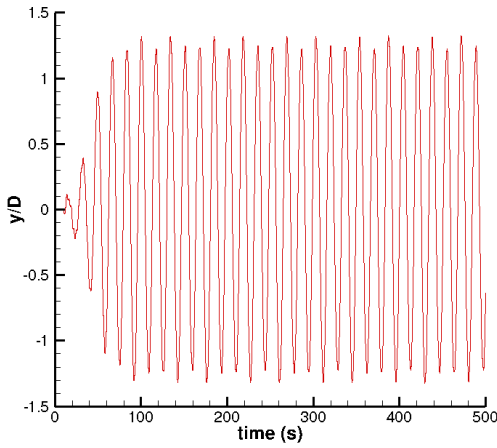


Fig. 4 – Déplacement adimensionnel en fonction du temps

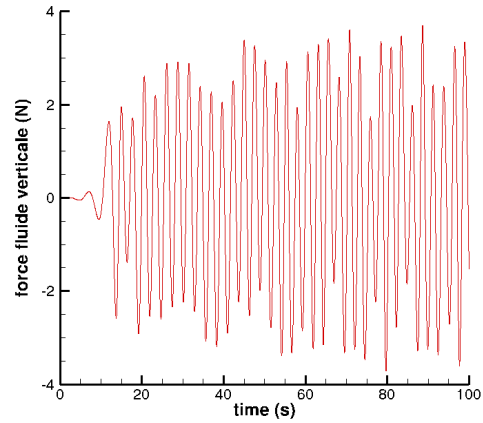


Fig. 5 – effort vertical en fonction du temps

7 Conclusion

Un algorithme robuste et conservatif pour l'interaction fluide-structure est développé et utilisé pour coupler la librairie ZorgLib et le code de calcul fluide ISIS-CFD. Le solveur structure est appelé au sein de la boucle de résolution fluide qui itère jusqu'à la convergence du système couplé. L'algorithme développé permet de simuler une large gamme d'applications comme l'interaction entre un fluide et un corps rigide, l'interaction entre un fluide et une structure déformable et l'endommagement d'un corps solide sous l'effet d'un écoulement. Les résultats de l'application du carré lié à un ressort et soumis à un écoulement fluide sont cohérents avec ceux existant dans la littérature et forment un premier cas de validation, même si pour les cas de corps rigides, un transfert direct de la résultante des efforts est suffisant. L'utilisation d'un maillage intermédiaire pour effectuer la communication entre les maillages fluide et structure assure un transfert conservatif et élimine toute contrainte sur les tailles de mailles fluide et structure. Lorsque le maillage intermédiaire est une subdivision du maillage fluide et structure, le transfert de données fluide \rightarrow structure s'opère du mieux possible relativement aux descriptions spatiales fluide et structure en présence. Cette procédure va être pleinement mise à profit pour des applications mettant en jeu des corps flexibles où la distribution locale des contraintes fluides sur la structure est requise. Des cas de validation sont actuellement menés en ce sens, et un développement est en cours pour mettre en place la génération d'un maillage intermédiaire subdivision du maillage d'interface fluide et structure en 3D.

Références

- [1] M. Ramadan, L. Fourment, H. Dignonnet. *Fast resolution of incremental forming processes by the Multi-Mesh method. Application to cogging*, Int J Mater Form, (DOI) 10.1007/s12289-012-1121-8, 2012
- [2] C. Farhat, M. Lesoinne, P. Le Tallec. *Load and motion transfer algorithms for fluid/structure interaction problems with nonmatching discrete interfaces : momentum and energy conservation, optimal discretization and application to aeroelasticity*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg, Volume 157, pages 95-114, 1998
- [3] A. Leroyer, M. Visonneau. *Numerical methods for RANSE simulations of a self-propelled fish-like body*, Journal of Fluids and Structures, Volume 20, pages 975-991, 2005
- [4] J. Chung, G.M. Hulbert. *A time integration algorithm for structural dynamics with improved numerical dissipation : the generalized α -method*, ASME J. Appl. Mech. Volume 60, pages 371-375, 1993
- [5] B. Hübner, E. Walhorn, D. Dinkler. *A monolithic approach to fluid-structure interaction using space-time finite elements* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Volume 193, pages 2087-2104, 2004
- [6] M. Heil *An efficient solver for the fully coupled solution of large-displacement fluid-structure interaction problems* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Volume 193, pages 1-23, 2004
- [7] B. Janssen, T. Wick. *Block preconditioning with Schur complements for monolithic fluid-structure interactions* V European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2010
- [8] P. Causin, J.F. Gerbeau, F. Nobile. *Added-mass effect in the design of partitioned algorithms for fluid-structure problems*, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., volume 194, pages 4506-4527, 2005
- [9] C. Forster, W. Wall, E. Ramm. *Artificial added mass instabilities in sequential staggered coupling of nonlinear structures and incompressible viscous flow*, Comput. Methods Appl. Mech. Eng. Volume 196, pages 1278-1293, 2007
- [10] W.G. Dettmer, D. Peric. *A Fully Implicit Computational Strategy for Strongly Coupled Fluid-Solid Interaction*, Arch Comput Methods Eng, Volume 14, page 205-page 247, 2007