



Stratégie numérique pour modéliser des plis dans les membranes minces

Saeid Nezamabadi, Kahina Sad Saoud, Bernard Maurin

► To cite this version:

Saeid Nezamabadi, Kahina Sad Saoud, Bernard Maurin. Stratégie numérique pour modéliser des plis dans les membranes minces. 11e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2013, Giens, France. hal-01717825

HAL Id: hal-01717825

<https://hal.science/hal-01717825>

Submitted on 26 Feb 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Stratégie numérique pour modéliser des plis dans les membranes minces

Saeid NEZAMABADI¹*, Kahina SAD SAOUD¹, Bernard MAURIN¹

¹ Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Université Montpellier 2, UMR CNRS 5508
saeid.nezamabadi@univ-montp2.fr, bernard.maurin@univ-montp2.fr

* Auteur correspondant

Résumé — Dans cet article, on présente un algorithme numérique simple basé sur une technique de perturbation appelée Méthode Asymptotique Numérique pour l'étude de la formation de plis dans une membrane mince. L'efficacité et la précision de la méthode sont examinées en comparant cet algorithme avec des résultats expérimentaux.

Mots clés — Membranes minces, ondulations, méthode asymptotique numérique, flambage

1. Introduction

Les structures élancées ou minces ont fait depuis ces dernières années l'objet de nombreuses études. Elles sont en effet de plus en plus utilisées par divers secteurs industriels pour les propriétés remarquables de résistance qu'elles apportent tout en utilisant peu de matière. Néanmoins, sous certaines sollicitations et à cause de leur faible épaisseur, ces systèmes sont exposés au phénomène de flambage. Par conséquent, il est important de bien maîtriser leur comportement avant et après sa survenue. Différents auteurs ont abordé ce sujet sous plusieurs angles ; ils ont développé des modèles analytiques pour essayer de décrire la géométrie des plis, des méthodes numériques permettant de traiter les problèmes de flambage et différents dispositifs d'essais afin d'avoir une meilleure compréhension du phénomène de flambage (voir [1] et ses références).

Dans ce travail, une approche numérique simple, mais qui permet de prévenir l'apparition de plis formés dans une membrane mince soumise à des contraintes de compression, est proposée. Elle repose sur l'utilisation d'éléments de poutre dans la direction des actions de compression (direction également perpendiculaire aux plis) et de barres le long des plis. L'élément de poutre permet en effet de prendre en compte une rigidité de flexion dans sa longueur car, bien que cette rigidité soit très faible pour une membrane mince, elle joue un rôle clé dans l'apparition des plis. Le problème numérique obtenu à partir de cette modélisation est cependant de nature non linéaire. On a ainsi utilisé une méthode de continuation, dite la Méthode Asymptotique Numérique (MAN), afin de résoudre efficacement ces questions en présence d'instabilités [2].

2. Formulation du problème

On considère une membrane rectangulaire de dimension $L \times l \times t$ (avec $t \ll l \leq L$). Les bords inférieur et supérieur sont encastres et les bords droite et gauche sont soumis à un chargement de compression. On suppose qu'il y a des précontraintes dans les directions x et y (σ_{0x} et σ_{0y}). Le comportement de la membrane est considéré comme élastique linéaire (Figure 1a).

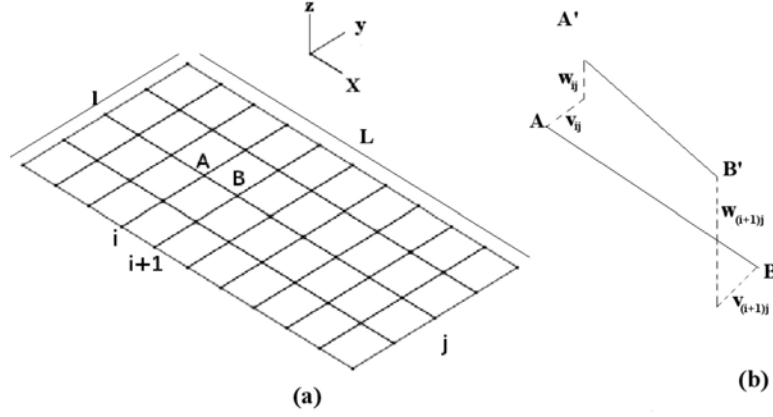


Figure 1 : (a) maillage ; (b) déformation nominale

Pour modéliser des plis dans cette membrane, l'idée est de la discrétiser en utilisant des barres (n_x et n_y barres respectivement dans les directions x and y). Comme les lignes de crête des ondulations sont perpendiculaires aux directions des contraintes de compression, les plis apparaissent le long de la direction x . Dans la direction des forces de compression (soit y), les lignes de compression sont donc perpendiculaires aux ondulations. Comme une rigidité de flexion est intégrée au modèle dans la direction y , des éléments de poutre sont considérés dans cette direction et leur déformation peut alors se définir d'après :

$$\varepsilon_y = v_{,y} + \frac{1}{2} (w_{,y})^2 + z \theta_{,y} \quad (1)$$

où v et w sont les déplacements longitudinaux (direction x) et transversaux (direction y), $(\cdot)_{,y}$ est la dérivée par rapport à y , et θ représente la rotation ($\theta = -w_{,y}$).

Dans la direction x , une déformation nominale est considérée (voir figure 1b) :

$$\varepsilon_x^j = \frac{A'B'}{AB} - 1 \approx \frac{(v_{(i+1)j} - v_{ij})^2 + (w_{(i+1)j} - w_{ij})^2}{2L_e^2} \quad (2)$$

avec $i=1 \dots n_x+1$ et $j=1 \dots n_y+1$, L_e étant la longueur de l'élément ($L_e = L/n_x$).

En définissant le vecteur $\mathbf{u}$ dont les composantes sont v , w et θ , la forme variationnelle de la relation d'équilibre pour cette membrane peut être écrite sous la forme :

$$\delta \Pi = \int_{\Omega} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_{0x} \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \sigma_{0y} \delta \varepsilon_y) d\Omega - \lambda \int_{\partial\Omega_f} f \cdot \delta \mathbf{u} d\Gamma = 0 \quad (3)$$

où f sont les efforts imposés et λ le paramètre de chargement. En considérant le comportement élastique linéaire de la membrane, les contraintes σ_x et σ_y sont donc définies par (E étant le module d'élasticité de la membrane) :

$$\sigma_x = E \varepsilon_x \quad \sigma_y = E \varepsilon_y$$

Le remplacement des équations (1) et (2) dans (3) donne :

$$\delta \Pi = W_{ix} + W_{iy} - W_e = 0 \quad (4)$$

avec :

$$\begin{cases} W_{ix} = \int_{\Omega} (E \varepsilon_x \delta \varepsilon_x + \sigma_{0x} \delta \varepsilon_x) d\Omega \\ W_{iy} = \int_{\Omega} (E \varepsilon_y \delta \varepsilon_y + \sigma_{0y} \delta \varepsilon_y) d\Omega \\ W_e = \lambda \int_{\partial\Omega_t} f \cdot \delta u \, d\Gamma \end{cases} \quad (5)$$

où $(.)$ représente le produit scalaire.

Dans ce travail, la résolution du problème non-linéaire (4) est effectuée à l'aide de la MAN. Cette dernière est basée sur un développement en série des variables intervenant dans le problème. De ce fait, elle constitue un prédictor d'ordre élevé qui permet de rechercher les solutions branche par branche. L'introduction des séries dans le problème non-linéaire permet de le transformer en une suite récurrente de problèmes linéaires bien posés, qui peuvent alors être résolus numériquement. Tous ces problèmes linéaires admettent la même matrice de rigidité tangente, ce qui permet de ne décomposer qu'une seule matrice par pas asymptotique. De plus, la représentation en série contient plusieurs informations qui sont difficilement accessibles par les algorithmes classiques et la longueur de chaque pas de calcul est estimée a posteriori. La MAN est une technique très simple à mettre en œuvre pour résoudre les problèmes impliquant des bifurcations et des instabilités, par comparaison aux méthodes itératives classiques basées sur la méthode de Newton-Raphson associée avec une technique de pilotage en longueur d'arc pour passer les points limites. Pour plus d'informations sur cette méthode, le lecteur peut consulter la référence [2].

3. Exemple numérique

L'éprouvette considérée dans cette étude a une forme de croix. Le choix d'une telle géométrie particulière est dû au fait que des données expérimentales, obtenues par l'Université de Nantes [1] (voir les figures 2a et 2b), sont disponibles. La formation et l'évaluation des plis sur ces éprouvettes cruciformes ont été étudiées en utilisant une machine d'essai bi-axiale. Dans les simulations numériques décrites dans cet article, on perturbe le maillage initial en lui imposant un déplacement aléatoire afin d'initier le flambement de la membrane. Pour différentes perturbations initiales, deux configurations distinctes pour un spécimen de 125 μm d'épaisseur (soumis au cas de chargement $\delta_1 = -2 \text{ mm}$ et $\delta_2 = 0 \text{ mm}$) ont été obtenues. Les profils déformés, relevés au niveau de la ligne centrale ($x = 0$), sont présentés sur la figure 3 où apparaissent simultanément les résultats des simulations numériques et des essais expérimentaux. Ils montrent que les résultats obtenus avec le modèle développé dans cette étude (formes des ondulations et leurs caractéristiques) sont en bonne adéquation avec ceux issus des essais. Ce constat a été conforté par la réalisation d'autres comparatifs sur différents cas de chargement.

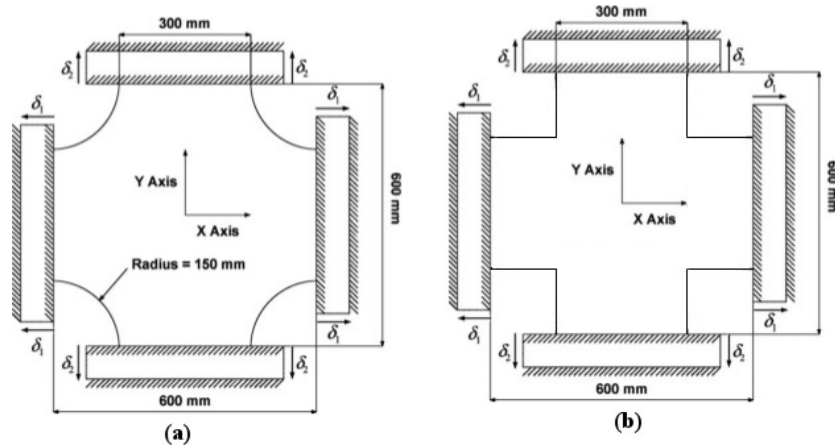


Figure 2. Géométries et conditions aux limites (a) du spécimen testé dans [1] et (b) du spécimen considéré dans cette étude.

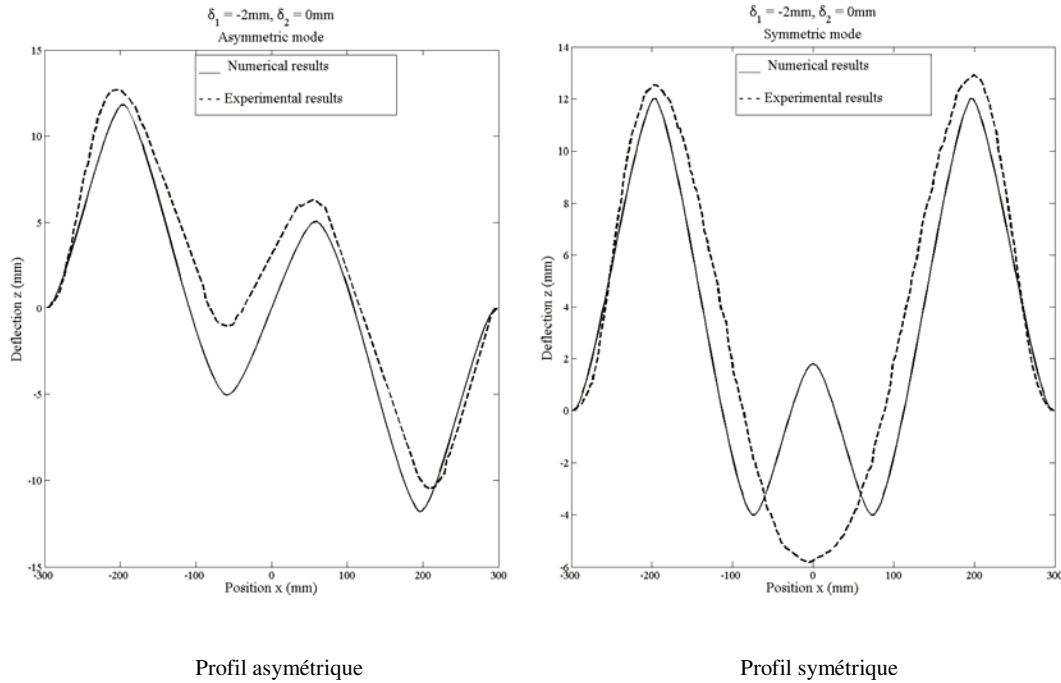


Figure 3 : comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour $\delta_1 = -2$ mm et $\delta_2 = 0$ mm

4. Conclusion

La modélisation développée et basée sur des éléments de poutre et de barre semble relativement réaliste malgré sa simplicité, cela montrant également que, pour simuler correctement l'apparition de plis dans une membrane mince, il est nécessaire de prendre en compte un effet de flexion. L'utilisation d'uniquement ces deux types d'éléments rend cependant cette approche dépendante de la direction des plis. Par exemple, elle ne pourra pas être utilisée pour l'identification de plis issus de sollicitations en cisaillement. Toutefois, les résultats liés au cas d'une membrane comprimée sont convaincants. Les travaux en cours consistent à intégrer à ce modèle des éléments de coque, pour lesquels une rigidité de flexion est présente, tout en utilisant une résolution et un pilotage numérique à partir de la MAN.

Références

- [1] Y. Lecieux, R. Bouzidi. Experimental analysis on membrane wrinkling under biaxial load – Comparison with bifurcation analysis, *International Journal of Solids and Structures*, Elsevier, 47 : 2459-2475, 2010.
- [2] B. Cochelin, N. Damil, M. Potier-Ferry. *Méthode asymptotique numérique*. Hermès Science Publications, 2007.