



**HAL**  
open science

## Caractérisation de la naissance de fissures pour une méthode multi-échelles

Jérémy Marty, Julien Réthoré, Alain Combescure

► **To cite this version:**

Jérémy Marty, Julien Réthoré, Alain Combescure. Caractérisation de la naissance de fissures pour une méthode multi-échelles. 11e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2013, Giens, France. hal-01717116

**HAL Id: hal-01717116**

**<https://hal.science/hal-01717116v1>**

Submitted on 25 Feb 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

## Caractérisation de la naissance de fissures pour une méthode multi-échelles

J. Marty<sup>1</sup>, J. Réthoré<sup>1</sup>, A. Combescure<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LaMCoS, INSA Lyon, France, [jeremy.marty; julien.rethore; alain.combescure]@insa-lyon.fr

---

**Résumé** — Dans cette étude, nous présentons une méthode de caractérisation expérimentale de la naissance de fissure pour des méthodes multi-échelles en grandes déformations à l'aide d'un critère en déformation. La corrélation d'images, sur des éprouvettes à géométrie contrôlée, permet de calculer les champs de déformation à l'échelle microscopique. Ensuite, la transformée de Radon est utilisée pour déterminer la position et l'angle d'une fissure. A partir de cette localisation, nous pouvons extraire une discontinuité, à l'aide des méthodes X-FEM, amenée à remonter vers l'échelle macroscopique. De même, nous avons mesuré le comportement macroscopique de l'éprouvette à l'aide de la corrélation d'images et d'un enrichissement des éléments classiques pour calculer le saut de déplacement macroscopique.

**Mots clés** — Localisation, méthodes multi-échelles, critère de naissance de fissures, X-FEM

---

### 1 Introduction

Depuis une décennie, le développement des méthodes multi-échelles [1] a offert de nouvelles perspectives pour obtenir des informations détaillées à deux échelles (ou plus). En particulier, les méthodes basées sur la technique  $FE^2$ , développée par Feyel [2] imbriquent deux modèles éléments finis non-linéaires. Les comportements homogénéisés sont obtenues en décrivant le comportement du matériau à l'échelle de la microstructure. Ces méthodes sont très performantes pour des petites déformations. Mais lors de grandes déformations, des problématiques sur le choix du volume élémentaire de référence (VERs) apparaissent. Les conditions aux limites imposées aux bords peuvent aussi varier et la condition de périodicité peut être perdue. Les hypothèses de définition des VERs sont présentées par Gitman dans [3].

D'autres auteurs, comme *Coenen et Al* [4] se penchent sur les problèmes de localisation dans les méthodes multi-échelles en ajoutant des lois cohésives à l'échelle macroscopique pour représenter une localisation. L'apparition et la croissance de ces localisations se choisit à l'échelle macroscopique où le comportement du matériau n'est pas connu. Il est difficile de prendre en compte les non-linéarités géométriques en plus de celles du comportement de l'échelle microscopique. L'objectif de ce travail est de caractériser l'apparition d'une localisation à l'aide d'une technique de mesures de champs cinématiques, la corrélation d'images [5, 6], à partir de l'échelle microscopique. Des expériences ont été menées sur une structure architecturée à géométrie contrôlée. La corrélation d'images nous permet de suivre l'évolution de l'échantillon tout au long de sa déformation et de déterminer le moment où la déformation localise et ce à l'échelle macroscopique et microscopique.

La corrélation d'images à l'échelle des VERs permet de connaître le champ de déformation réel de celui-ci et donc d'appliquer des techniques d'imagerie pour détecter le support géométrique d'une localisation de la déformation. En utilisant des éléments finis avec des fonctions enrichies, nous pouvons calculer un saut de déplacement sur le VER à l'échelle macroscopique. La technique de corrélation d'images permet aussi de suivre l'évolution des déformations avec un maillage grossier ne tenant pas compte de la microstructure en utilisant des fonctions enrichies et ainsi calculer le saut de déplacement de la structure macroscopique [7].

## 2 Matériau modèle

La structure expérimentale étudiée est une plaque, d'épaisseur 1 mm, percée de trous alignés dans les deux directions de l'espace. Elle est représentée sur la figure 1. La zone architecturée est centrée avec des bords libres répartis tout autour de la zone pour éviter les effets de bords dont les conséquences sont difficiles à maîtriser. Le matériau utilisé est un acier inoxydable 304L. Il a un comportement élasto-plastique connu. Lors de grandes déformations, cette non-linéarité du comportement ajoutée aux non-linéarités géométriques entraînent la localisation de la déformation dans une microstructure complètement connue et maîtrisée. Dans ce travail, la déformation totale est assimilée à la déformation plastique du fait des grandes déformations par rapport à la déformation élastique. De plus, nous considérons que l'hypothèse des contraintes planes peut être utilisée à cause de la faible épaisseur de la plaque. La plaque est sollicitée en traction suivant la direction horizontale comme le montre la figure 1. Les champs de déplacement et de déformation de Green-Lagrange à l'échelle macroscopique et à l'échelle microscopique sont calculés par corrélation d'images.

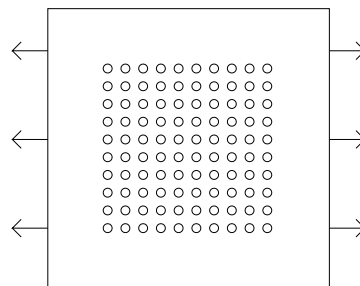


Fig. 1 – Représentation de la géométrie et déplacement imposé lors de l'essai.

## 3 Analyse de l'échelle microscopique

### 3.1 Critère d'apparition de la fissure

La corrélation d'images sur la géométrie architecturée à l'échelle microscopique nous permet d'obtenir les champs de déformation de Green-Lagrange. Pour cela, nous avons utilisé, pour calculer les champs de déplacement et de déformation, un maillage élément fini assez fin décrivant explicitement la micro-structure. Lors de l'expérience, les déplacements des mors sont imposés et représentés sur la figure 1. Notre but dans cette étude est de déterminer un critère d'apparition de la localisation en déformation. En effet, à partir d'un certain niveau déplacement imposé, la transition entre la zone architecturée et la zone non architecturée produit une concentration de la déformation le long d'une rangée de trous, celle de droite ou de gauche.

La corrélation d'images nous permet donc de trouver expérimentalement le moment d'apparition de la localisation. Le critère appliqué ici est formulé en déformation plastique pour un matériau très fortement ductile. Nous supposons que la localisation apparaît quand la déformation totale présente plusieurs pics par rapport à sa valeur moyenne. A ce moment là, une localisation naît dans les cellules élémentaires contenant les pics de déformation. Nous aurons ainsi accès à un critère expérimental d'apparition de localisation en déformation. Dans la littérature, il existe surtout des critères d'apparition en énergie comme celui de Dumstorff [8], critère minimisant l'énergie de la structure à partir de la déformation plastique.

Les cartes de déformation de Green-Lagrange, assimilée à la déformation plastique, sont présentées sur la figure 2. Nous pouvons observer sur l'image de gauche la carte des déformations avant la localisation de la déformation. On observe des concentrations de déformations le long des ligaments orientés suivant la direction de sollicitation. Dans les zones écrantées par la présence des trous, de faibles niveaux de déformation sont mesurés. Sur la seconde image, la déformation commence à se localiser et nous remarquons que la localisation peut apparaître le long des trous à l'extrémité gauche ou droite des ligaments. Enfin sur l'image de droite, la localisation se produit le long de la rangée de trous à l'extrémité droite

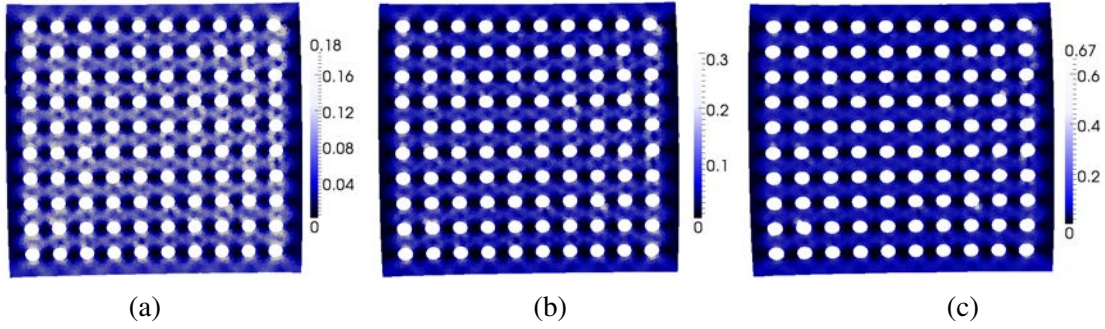


Fig. 2 – (a) Carte des déformations de Green-Lagrange sans localisation à 18% ; (b) Carte des déformations de Green-Lagrange au début de la localisation (maximum local de 30%) ; (c) Carte des déformations de Green-Lagrange avec localisation avec un maximum local de 67%.

des ligaments. Nous utilisons alors un critère d'apparition de la localisation en déformation. Dès que la moyenne de la déformation sur le VER dans les ligaments chargées est au minimum égale à 35% alors le VER localise :

$$E_{crit} = 0,35 \quad (1)$$

### 3.2 Outil d'analyse de la localisation

Une fois la localisation amorcée, le maillage du volume élémentaire représentatif considéré est extrait. Grâce à la transformée de Radon, habituellement utilisée en imagerie [9], la position et l'angle de la localisation qui maximise la déformation des éléments sont déterminés.

La transformée de Radon est l'intégrale de la projection d'un champ sur l'ensemble des droites traversant ce champ. Chacune de ces droites est définie par son angle d'inclinaison et son ordonnée à l'origine. L'expression de cette transformée est donnée par la formule suivante pour un champ  $f$  :

$$T_f = \int_x \int_y [f(x,y) \cdot (x \cos \theta + y \sin \theta + b)] dx dy \quad (2)$$

Le champ des déformations de Green-Lagrange issu de la corrélation d'images sur un élément de référence ayant localisé est analysé. Dans le cas des grandes déformations, la déformation de Green-Lagrange est assimilée à la déformation totale. Pour trouver la position de la localisation, nous calculons la déformation scalaire de Green-Lagrange au sens de Von Mises, explicitée ci dessous :

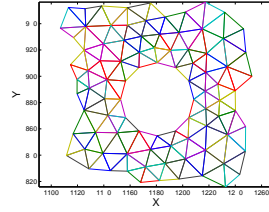
$$\bar{E} = \left[ \frac{2}{3} (u_{x,x} + \frac{1}{2} (u_{x,x}^2 + u_{y,y}^2))^2 + \dots \right. \\ \left. \frac{2}{3} (u_{y,y} + \frac{1}{2} (u_{y,y}^2 + u_{x,x}^2))^2 + \dots \right. \\ \left. \frac{1}{3} (u_{x,y} + u_{y,x} + u_{x,x} \cdot u_{x,y} + u_{y,y} \cdot u_{y,x})^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

Ce champ des déformations est représenté sur la figure 3(b). Pour obtenir la droite support de la localisation de la déformation, la transformée de Radon du champ de déformation  $\bar{E}$  est normalisée par la transformée de Radon d'un champ unitaire pour prendre en compte la longueur effective du VER coupée par la droite. La transformée de Radon normalisée du champ est donnée sur la figure 3(c). Le maximum de la transformée de Radon donne l'angle et la position de la localisation le VER. Dans le VER représenté sur la figure 3(b), le support de la localisation est incliné de 7 degrés par rapport à la verticale et est pratiquement placé au centre. A partir de cette droite, le saut de déplacement est calculé en projetant le champ de déplacement du VER sur une cinématique enrichie de type X-FEM.

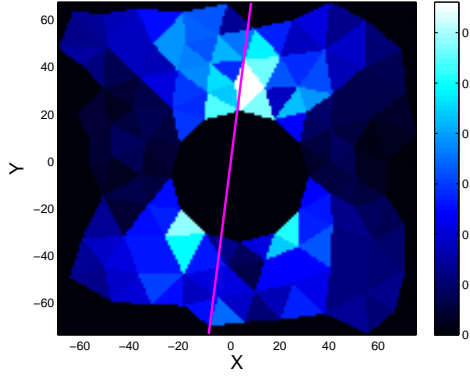
En prenant en compte chaque VER de la ligne où la déformation localise, nous représentons sur la figure 4, l'ensemble des droites support de la localisation. Une dispersion est obtenue sur la position des droites support dans les VERs. Cela est dû aux effets de bords pour les trous aux extrémités mais aussi au bruit de mesure affectant la mesure du champ de déformation. L'orientation de la localisation sur l'ensemble des VERs, est comprise entre -4 et 7 degrés.

### 3.3 Extraction d'une discontinuité

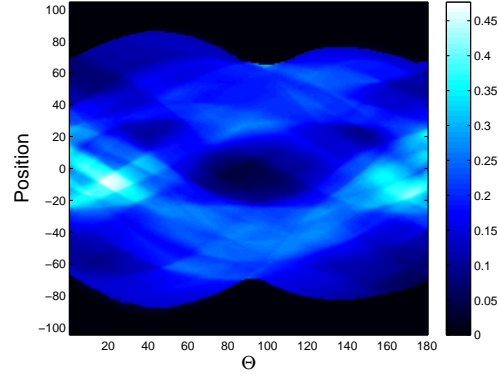
Les volumes élémentaires représentatifs, coupés par une bande de localisation, sont assimilés à des quadrangles dont la cinématique est enrichie pour permettre de calculer un saut de déplacement. Grâce



(a)



(b)



(c)

Fig. 3 – (a) VER extrait du maillage utilisé pour la corrélation d’images ; (b) Champ de déformation  $\bar{E}$  dans le VER et droite représentant la position de la localisation calculée ; (c) Transformée de Radon du champ  $\bar{E}$ . Maximum obtenu pour un angle de 7 degrés passant à proximité du trou.

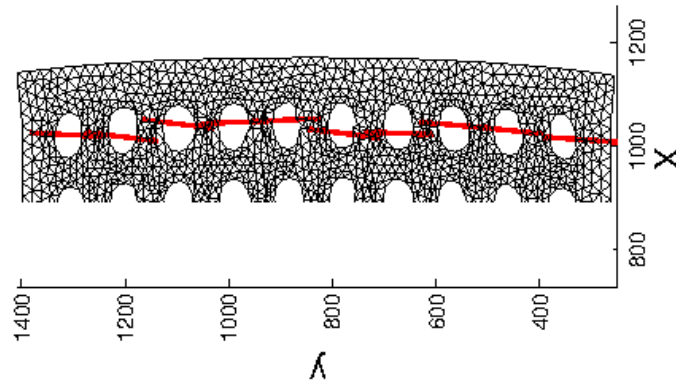


Fig. 4 – Visualisation des droites de localisation dans la rangée de VER déformée coupés à une déformation moyenne de la plaque de 24%.

à la partition de l’unité, des fonctions de forme discontinues construites sur le modèle de la fonction de Heaviside sont introduites :

$$H = \begin{cases} 0 & \text{si } y < x \tan \theta + b \\ 1 & \text{si } y > x \tan \theta + b \end{cases} \quad (4)$$

Où l’équation  $y = x \tan \theta + b$  est celle de la droite support de la localisation dans le VER considéré. Cette fonction de Heaviside est à valeur comprise entre 0, ’à gauche’ de la localisation, et 1 ’à droite’ de celle-ci. Les fonctions de forme de discontinuité sont décrites ci-dessous :

$$\begin{cases} H_1 = N_1 \cdot (H - H(x_1)) \\ H_2 = N_2 \cdot (H - H(x_2)) \\ H_3 = N_3 \cdot (H - H(x_3)) \\ H_4 = N_4 \cdot (H - H(x_4)) \end{cases} \quad (5)$$

où  $x_1, x_2, x_3$  et  $x_4$  sont les coordonnées des quatre nœuds du quadrangle et  $N_1, N_2, N_3$  et  $N_4$  les fonctions de forme éléments finis classiques associées à ces nœuds. Nous avons utilisés les fonctions enrichies dites décalées (*shifted*) présentées par Zi [10]. Les deux parties du déplacement, continue et discontinue, sont obtenues de manière identique grâce à une projection au sens des moindres carrés. Pour calculer la partie continue du déplacement, seuls les déplacements des nœuds du contour du VER sont projetés. Pour obtenir la partie discontinue du déplacement, on projette la différence entre la projection continue et le déplacement total sur l'ensemble du VER.

Les fonctions de forme classiques éléments finis et les fonctions de forme de saut sont ensuite assemblées respectivement dans les matrices  $L_{cont}$  et  $L_{dis}$  ci-dessous :

$$\begin{cases} L_{cont} &= [N1 \ N2 \ N3 \ N4] \\ L_{dis} &= [N1 \ N2 \ N3 \ N4 \ H1 \ H2 \ H3 \ H4], \end{cases} \quad (6)$$

Les déplacements continu et discontinu dans le VER sont enfin calculés en résolvant le problème :

$$\begin{cases} a_{cont} &= L_{cont}^{-1} U \\ a_{dis} &= L_{dis}^{-1} U \end{cases} \quad (7)$$

Le déplacement calculé est assemblé entre les nœuds du contour qui contiennent la partie continue et le reste des nœuds la partie discontinue. Celui-ci est représenté sur la figure 5 par rapport à la normale à la localisation. Le saut de déplacement des éléments de référence est calculé de manière itérative pour

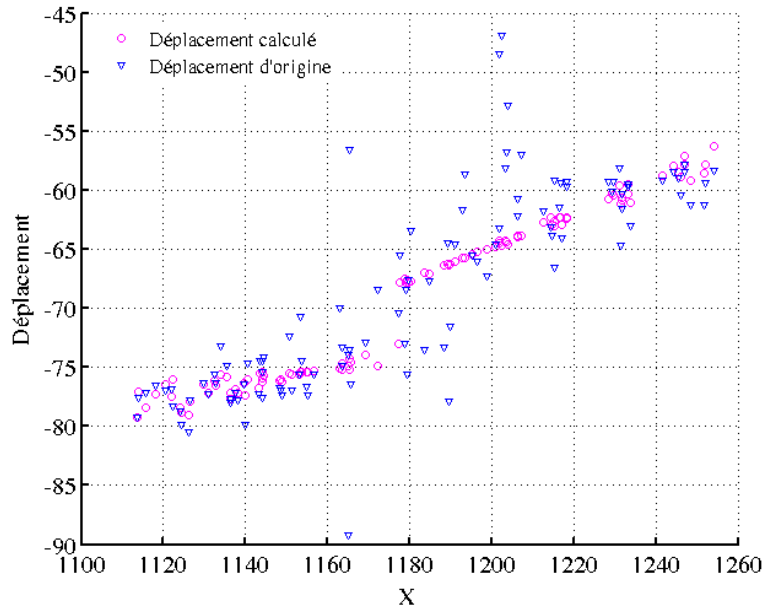


Fig. 5 – Position des nœuds du VER par d'origine (obtenus par corrélation d'images) et position des nœuds calculée avec le saut de déplacement.

avoir un suivi eulérien de la position de la localisation.

## 4 Analyse de l'échelle macroscopique

### 4.1 Corrélation d'images X-FEM

Nous analysons la structure à l'échelle macroscopique, c'est-à-dire que nous utilisons un élément pour la corrélation d'images qui représente un VER de la microstructure. Ainsi, en connaissant la position finale de la localisation, nous pouvons enrichir les éléments qui seront coupés par celle-ci lors du calcul de corrélation d'images.

Sur la figure 6, le déplacement macroscopique horizontal obtenu par la corrélation d'images enrichie à l'échelle macroscopique est représenté. La carte d'erreur de corrélation associée est présentée sur la

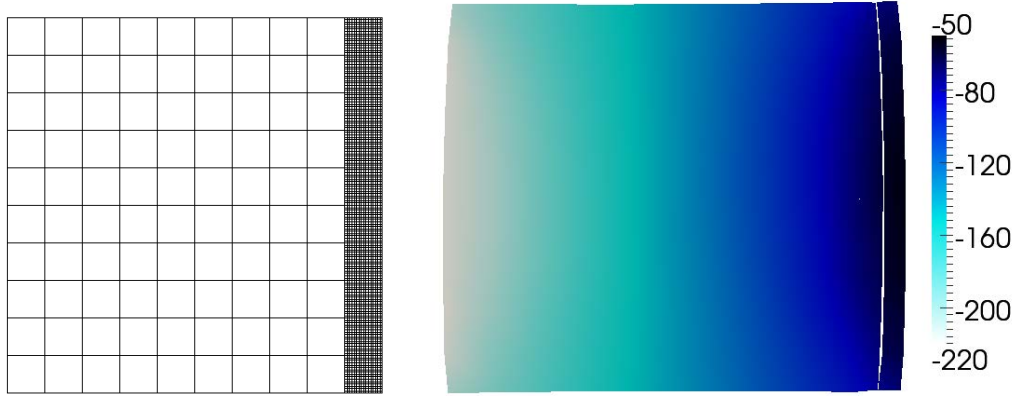


Fig. 6 – Visualisation de l'enrichissement du maillage macroscopique ; Carte du déplacement horizontal avec déformation moyenne de 25%.

figure 7. Les maximums d'erreur sont placés aux contours des cavités car la cinématique macroscopique n'est pas assez riche pour représenter les concentrations de déformation à l'échelle micro. La moyenne de l'erreur sur la zone d'étude est de l'ordre de 4% de la dynamique de niveau de gris de l'image. Alors que dans le cas de l'échelle microscopique, l'erreur est concentrée sur les ligaments chargés puisque la corrélation capte les effets microscopiques et la moyenne de l'erreur sur la zone considérée est du même ordre que dans le cas macroscopique.

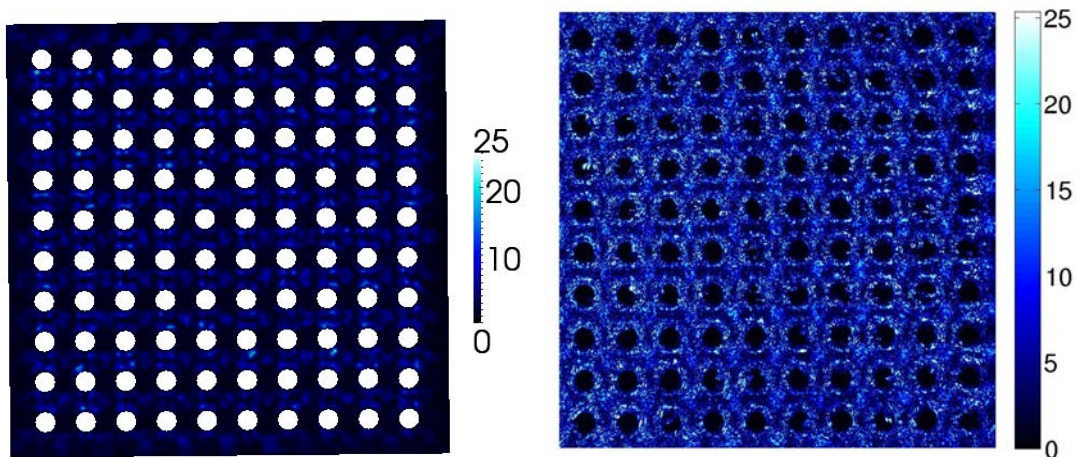


Fig. 7 – Carte d'erreur du calcul de corrélation d'images microscopique et macroscopique avec une déformation moyenne de 25%.

## 4.2 Comparaison des sauts de déplacements microscopique et macroscopique

Grâce à la corrélation d'images faites à l'échelle macroscopique et à l'échelle microscopique et aux différents outils utilisés, nous pouvons comparer les résultats obtenus en terme de sauts de déplacements. Sur la figure 8 sont tracés les deux sauts de déplacement moyens extraits à partir des deux échelles en fonction de la déformation moyenne de l'éprouvette. Alors que la déformation moyenne de l'éprouvette est limitée à 20%, la rangée de trous est déjà localisée ce qui est montrée précédemment. Le saut de déplacement microscopique n'est calculé qu'à partir d'une déformation moyenne de la plaque de 5% où la déformation dans un des VÉRs atteint le critère énoncé dans la partie 3. Quant au saut macroscopique, celui-ci est libre d'évoluer dès le départ puisque nous plaçons l'enrichissement sur toute la rangée à posteriori. L'écart entre les deux courbes peut s'expliquer par le fait que la corrélation d'images microscopique conserve une rigidité des éléments finis au cours de la déformation alors qu'à l'échelle macroscopique, ceux-ci ont plus de liberté du fait de l'enrichissement. Des problèmes surviennent pour des déformations plus élevées dus au bruit des images et des résultats de corrélation d'images.



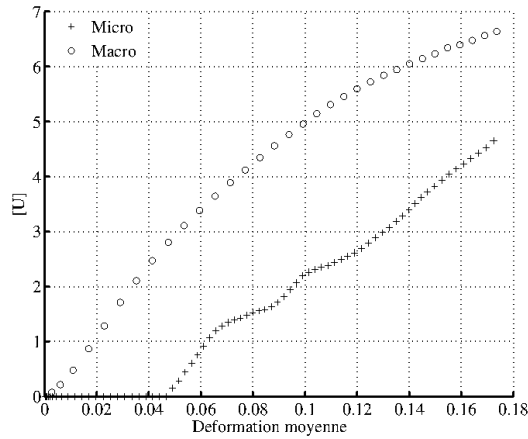


Fig. 8 – Visualisation du saut de déplacement moyen à partir de l’analyse macroscopique et microscopique en fonction de la déformation moyenne.

## 5 Conclusion

Le contexte général est ici l’analyse des techniques de changement d’échelles lors de localisations de la déformation. L’objectif est de détecter l’apparition de la localisation et d’extraire des cinématiques discontinues à partir de la corrélation d’images aux échelles microscopique et macroscopique. Nous utilisons un critère d’apparition en déformation pour placer la localisation dans les VERs. Ensuite, grâce aux techniques d’imagerie et aux éléments finis enrichis nous extrayons un saut de déplacement que nous comparons au saut de déplacement directement mesuré par la corrélation d’images à l’échelle macroscopique.

Dans ces expériences, la limitation de la résolution des caméras nous empêchent de pousser l’analyse de l’échelle microscopique pour des très grandes déformations. De nouvelles caméras à très haute résolution ont été reçues au laboratoire pour essayer de remédier à ces limites. Ensuite, cette étude est à insérer dans des simulations multi-échelles pour prendre en compte l’apparition des discontinuités. Le but est d’insérer les discontinuités à partir de la microstructure (provenant de la géométrie, du comportement ou des faiblesses) au lieu que celles-ci soient placées à l’échelle macroscopique avant l’apparition.

## Références

- [1] P. Kanoute, D. Boso, J. Chaboche, and B. Schrefler. Multiscale methods for composites : A review. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 16 :31–75, 2009. 10.1007/s11831-008-9028-8.
- [2] Frederic Feyel and Jean-Louis Chaboche. Fe2 multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre sic/ti composite materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183(3-4) :309 – 330, 2000.
- [3] I.M. Gitman, H. Askes, and L.J. Sluys. Representative volume : Existence and size determination. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(16) :2518 – 2534, 2007.
- [4] E.W.C. Coenen, V.G. Kouznetsova, and M.G.D. Geers. Multi scale continuous discontinuous framework for computational homogenization localization. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 60(8) :1486 – 1507, 2012.
- [5] Perie J.N. and Besnard G. and Hild F. and Leclerc H. and Réthoré J. and Roux S. La corrélation d’images : un outil de mécanique expérimentale. *Essais et Simulations*, 108, 2011.
- [6] Julien Réthoré. A fully integrated noise robust strategy for the identification of constitutive laws from digital images. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 84(6) :631–660, 2010.
- [7] Julien Réthoré, Stephane Roux, and Francois Hild. Optimal and noise-robust extraction of fracture mechanics parameters from kinematic measurements. *Engineering Fracture Mechanics*, 78(9) :1827 – 1845, 2011.
- [8] Peter Dumstorff and Günther Meschke. Crack propagation criteria in the framework of x-fem-based structural analyses. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 31(2) :239–259, 2007.



- [9] R. Bracewell. *Two-dimensional imaging*. 1995.
- [10] Goangseup Zi and Ted Belytschko. New crack-tip elements for xfem and applications to cohesive cracks. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 57(15) :2221–2240, 2003.