



**HAL**  
open science

# Application de la méthode des discontinuités fortes à un modèle de rupture ductile avec endommagement

Jérémie Bude, Delphine Brancherie, Jean-Marc Roelandt

## ► To cite this version:

Jérémie Bude, Delphine Brancherie, Jean-Marc Roelandt. Application de la méthode des discontinuités fortes à un modèle de rupture ductile avec endommagement. 11e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2013, Giens, France. hal-01717062

**HAL Id: hal-01717062**

**<https://hal.science/hal-01717062v1>**

Submitted on 25 Feb 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

## Application de la méthode des discontinuités fortes à un modèle de rupture ductile avec endommagement

Jeremie BUDE <sup>1</sup>, Delphine BRANCHERIE <sup>2</sup>, Jean-Marc ROELANDT <sup>3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire Roberval, UTC, jeremie.bude@utc.fr

<sup>2</sup> Laboratoire Roberval, UTC, delphine.brancherie@utc.fr

<sup>3</sup> Laboratoire Roberval, UTC, jean-marc.roelandt@utc.fr

---

**Résumé** — Dans ce travail, nous présentons l'association de la méthode des discontinuités fortes à un comportement matériau non linéaire couplant plasticité et endommagement permettant de décrire la rupture des métaux ductiles. Un saut de déplacement linéaire est introduit dans un élément quadrangulaire pour régulariser le problème de localisation induit par la modélisation d'un tel matériau adoucissant.

**Mots clés** — rupture ductile, métaux, endommagement, discontinuités fortes

---

### 1 Introduction

Le travail présenté ici a pour objectif le développement d'un outil numérique robuste permettant de décrire le comportement jusqu'à rupture de structures composées de matériaux ductiles. Les matériaux ductiles sont caractérisés par un comportement fortement non linéaire induisant deux phases distinctes de la réponse globale jusqu'à rupture complète d'une structure : la phase pré-pic durant laquelle se développent la plasticité et l'endommagement et la phase post-pic adoucissante conduisant au développement d'une macro-fissure responsable de la rupture. Afin de rendre compte des différents mécanismes dissipatifs intervenant dans la phase pré-pic du comportement, nous considérons le modèle de Lemaître couplant plasticité et endommagement [1]. Concernant la phase post-pic, la régularisation est assurée par la méthode des discontinuités fortes [2] dont la robustesse a déjà été mise en évidence dans le cadre de la description de la rupture de matériaux quasi-fragiles. Un des enjeux de ce travail est de proposer une méthode permettant de coupler les modèles élastoplastiques éventuellement endommageables couramment utilisés pour la description de la phase pré-pic (tel que le modèle de Lemaître [1]) à la méthode à discontinuité forte pour décrire de façon objective la phase post-pic du comportement. Deux critères d'introduction de la surface de discontinuité sont considérés : l'un s'appuie sur un seuil en contrainte principale maximale, l'autre sur un seuil en endommagement. La phase post-pic du comportement et, en particulier, l'énergie dissipée au cours de cette phase du comportement est gérée par l'introduction d'une loi discrète sur la surface de discontinuité liant traction et saut de déplacement [2].

La plupart des travaux sur les méthodes à discontinuité forte considèrent un saut de déplacement constant sur la surface de discontinuité introduite dans chaque élément. Ceci conduit, dans certains cas, à des phénomènes de blocage. Par ailleurs, une telle hypothèse ne permet pas tenir compte de l'éventuelle hétérogénéité du champ de déformation à représenter. Afin d'améliorer la description du saut de déplacement permettant de décrire la phase post-pic de façon objective, nous considérons dans ce travail un élément quadrangulaire à quatre nœuds, enrichi par un saut de déplacement linéaire [3]. L'enrichissement de la cinématique de l'élément s'appuie sur la méthode des modes incompatibles [4] ce qui permet de garantir un enrichissement élémentaire sans ajout de degrés de liberté nodaux ni de modification de l'architecture globale du code de calcul. L'enrichissement cinématique se traduit ainsi par l'apparition du saut de déplacement comme inconnue élémentaire. La détermination de ces inconnues locales est assurée par la résolution au niveau élémentaire de la forme faible discrétisée de l'équation de continuité des tractions à travers la surface de discontinuité. La résolution du problème d'équilibre global est, quant à elle, réalisée de façon classique moyennant la modification de la matrice de rigidité élémentaire afin de prendre en compte le développement de la surface de discontinuité.

Le travail présenté ici se limite à l'étude de chargements quasi-statiques sous l'hypothèse défor-

mations planes et dans le cadre des petites déformations. Une extension au cadre des grandes transformations est en cours de développement de façon à pouvoir traiter le cas de la rupture des matériaux métalliques. Le caractère régularisant de la méthode et l'intérêt de la prise en compte d'un saut linéaire sur la discontinuité sont, ici, démontrés à travers deux essais numériques : un essai de traction simple ainsi qu'un essai de flexion trois points.

## 2 Méthode à discontinuité forte : formulation théorique

Dans cette partie, nous présentons brièvement les deux modèles de comportement considérés pour décrire les phases pré et post-pic du comportement. Nous présentons également l'enrichissement cinématique spécifique nécessaire pour assurer la description d'une surface de discontinuité de déplacement dans le cadre de la méthode à discontinuité forte.

### 2.1 Modèle volumique : le modèle de Lemaître

Afin de décrire la phase pré-pic du comportement du matériau, nous considérons le modèle d'endommagement/plasticité couplé de Lemaître [1] très largement utilisé dans la littérature pour la modélisation de la rupture des matériaux ductiles. Nous considérons la version isotrope du modèle (la variable  $D$  note l'endommagement isotrope) et nous limitons à la prise en compte d'un écrouissage isotrope ( $\bar{\xi}$  note la variable d'écrouissage et  $\bar{q}$  sa variable duale). Le tableau 1 résume les principaux ingrédients du modèle écrit en fonction de la contrainte effective  $\bar{\sigma} = \sigma/(1-D)$ .

Modèle constitutif	
Energie libre de Helmholtz	$\bar{\Psi}(\bar{\epsilon}^e, D, \bar{\xi}) = \frac{1}{2} \bar{\epsilon}^e : (1-D) \bar{\mathbf{C}}^e : \bar{\epsilon}^e + \bar{\Xi}(\bar{\xi})$
Fonction seuil	$\bar{\Phi}(\sigma, D, \bar{q}) = \sqrt{\frac{3}{2}} dev(\bar{\sigma}) : dev(\bar{\sigma}) - (\sigma_{y_0} + \bar{q}(\bar{\xi}))$
Equation d'état	$\sigma = (1-D) \bar{\sigma} = (1-D) \bar{\mathbf{C}}^e : \bar{\epsilon}^e$ $\bar{q} = -\frac{d}{d\bar{\xi}} \bar{\Xi}(\bar{\xi})$ $Y = -\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial D} = \frac{1}{2} \bar{\epsilon}^e : \mathbf{C}^e : \bar{\epsilon}^e$
Equations d'évolution	
Dissipation	$0 < \mathcal{D} = \sigma : \dot{\bar{\epsilon}}^p + Y \dot{D} + \bar{q} \dot{\bar{\xi}}$
Evolution des variables internes	$\dot{\bar{\xi}} = \dot{\gamma}$ $\dot{\bar{\epsilon}}^p = \dot{\gamma} \mathbf{N}$ avec $\mathbf{N} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{dev(\sigma)}{(1-D) \ dev(\sigma)\ }$
Equations d'évolution des contraintes	$\dot{\bar{\sigma}} = (1-D) \bar{\mathbf{C}}^e : \dot{\bar{\epsilon}}^e$

Tableau 1 – Modèle élastoplastique couplé à de l'endommagement

$Y$  est la force thermodynamique associée à la variable d'endommagement  $D$ ,  $\dot{\gamma}$  est le multiplicateur plastique et  $S$  et  $r$  sont les deux paramètres du modèle de Lemaître. L'écriture du module tangent élastoplastique-endommageable n'est pas détaillée ici mais son implémentation est nécessaire à l'efficacité de l'intégration numérique d'un tel modèle (voir [5]).

### 2.2 Modèle surfacique : discontinuité forte

Du fait de la présence d'endommagement, le modèle décrit précédemment présente une phase adoucissante qui nécessite un traitement numérique spécifique afin de garantir l'objectivité de la solution. Nous avons ici choisi d'utiliser les méthodes à discontinuité forte [6, 2] dans lesquelles les bandes de localisation des déformations sont prises en compte par l'introduction de surfaces de discontinuité du saut de déplacement. Les phénomènes dissipatifs se produisant à l'échelle des bandes de localisation sont alors pris en compte par l'introduction d'une loi traction/saut de déplacement.

### 2.2.1 Loi discrète sur la discontinuité

La loi choisie ici pour représenter le comportement de la surface de discontinuité est une loi endommageable multi-surface. La fonction seuil est de la forme :

$$\begin{cases} \bar{\Phi}_n(\mathbf{t}_{\Gamma_s}, \bar{q}) = \mathbf{t}_{\Gamma_s} \cdot \mathbf{n} - (\bar{\sigma}_f - \bar{q}_n) \\ \bar{\Phi}_m(\mathbf{t}_{\Gamma_s}, \bar{q}) = |\mathbf{t}_{\Gamma_s} \cdot \mathbf{m}| - (\bar{\sigma}_s - \bar{q}_m) \end{cases} \quad (1)$$

$\mathbf{n}$  et  $\mathbf{m}$  notent, respectivement, les vecteurs unitaires normaux et tangentiels à la surface de discontinuité. Une loi d'endommagement isotrope, construite dans le cadre de la thermodynamique des interfaces, est introduite sur la surface de discontinuité (voir [2]). La surface de discontinuité peut alors être considérée comme une interface rigide-endommageable.

### 2.2.2 Critère d'introduction de la discontinuité

Divers critères d'introduction de la surface de discontinuité peuvent être considérés. Un premier choix consiste à introduire la surface de discontinuité lorsque l'objectivité de la solution d'un point de vue numérique n'est plus assurée i.e. lorsque le tenseur acoustique associé à la loi de comportement utilisée pour décrire les phénomènes volumiques devient singulier. Nous avons, dans ce travail, considéré deux autres choix basés sur des considérations physiques : l'un consiste à introduire la surface de discontinuité lorsque la contrainte principale maximale atteint un seuil fixé, le deuxième s'inspire des travaux basés sur les méthodes de destruction d'éléments pour la description de la rupture qui considèrent un seuil en endommagement.

## 3 Implantation numérique

Dans cette partie, nous ne présentons pas en détail l'implémentation numérique d'un élément enrichi par la méthode des discontinuités fortes mais nous en donnons les principaux ingrédients, en particulier la cinématique enrichie de l'élément Q4 avec discontinuité linéaire.

### 3.1 Cinématique de l'élément

L'introduction d'une discontinuité du champ de déplacement impose l'enrichissement des fonctions de forme standards par des fonctions de forme incompatibles permettant d'interpoler le saut de déplacement sur la discontinuité. L'enrichissement étant basé sur la méthode des modes incompatibles, seules les interpolations des déformations sont modifiées. Comme précisé précédemment, nous considérons un élément quadrangulaire à 4 nœuds avec saut de déplacement linéaire. Sur la base des travaux de [3], le saut de déplacement est projeté sur une base  $(n_0, n_1, m_0, m_1)$  qui correspondent aux différents modes d'ouverture de fissure dans le cas linéaire : un mode  $n_0$  d'ouverture normal et constant, un mode d'ouverture  $n_1$  normal linéaire correspondant à la rotation de la discontinuité autour de son centre  $\mathbf{x}_{\Gamma_s}$ , un mode d'ouverture  $m_0$  tangent et constant et un mode d'ouverture  $m_1$  tangent linéaire.

La cinématique proposée (décrite dans les figures 1, 2, 3 et 4) permet de rendre compte de tous les modes d'ouverture possibles en deux dimensions dans le cas d'un saut de déplacement linéaire.

Le champ de déplacement total est alors interpolé via l'ajout de fonctions de formes associées à chacun de ces modes d'ouverture sous la forme :

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_{a=1}^{a=4} \mathbf{N}_a(\mathbf{x}) \mathbf{u}_a - \left[ \sum_{a \in \Omega^+} \mathbf{N}_a(\mathbf{x}) - \mathcal{H}_{\Gamma_s}(\mathbf{x}) \right] [\alpha_{n0}, \alpha_{m0}]^T + \alpha_{n1} \left[ - \sum_{a \in \Omega^+} \mathbf{N}_a(\mathbf{x}) (\mathbf{n} \otimes \mathbf{m} - \mathbf{m} \otimes \mathbf{n}) \cdot (\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_{\Gamma_s}) + (\mathbf{n} \otimes \mathbf{m} - \mathbf{m} \otimes \mathbf{n}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\Gamma_s}) \mathcal{H}_{\Gamma_s} \right] + \alpha_{m1} \left[ - \sum_{a \in \Omega^+} \mathbf{N}_a(\mathbf{x}) ((\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_{\Gamma_s}) \cdot \mathbf{m}) \mathbf{m} + ((\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\Gamma_s}) \cdot \mathbf{m}) \mathbf{m} \mathcal{H}_{\Gamma_s} \right] \quad (2)$$

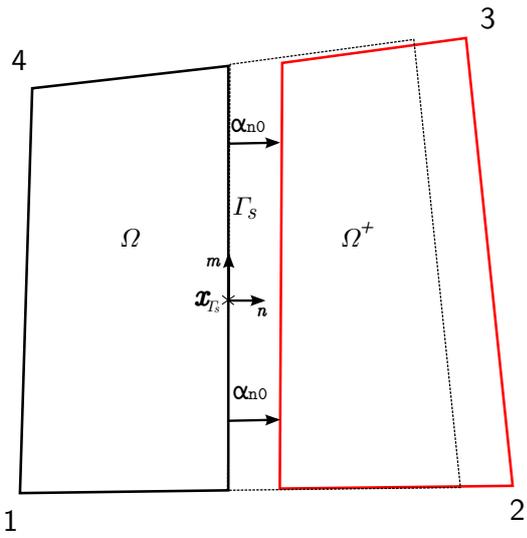


Fig. 1 – Paramètre  $\alpha_{n0}$  sur  $\Gamma_s$  (mode normal constant)

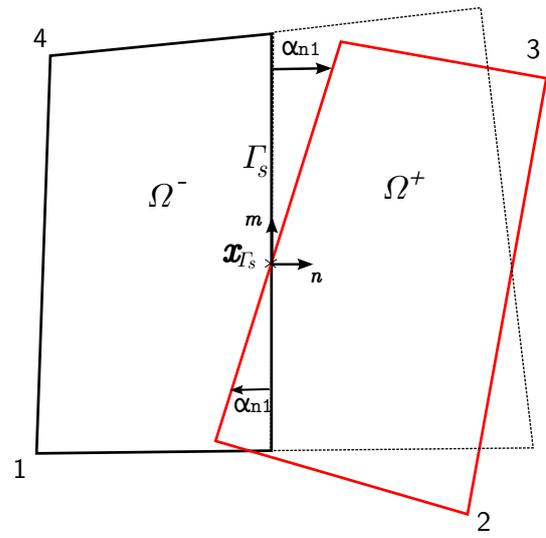


Fig. 2 – Paramètre  $\alpha_{n1}$  sur  $\Gamma_s$  (mode normal linéaire)

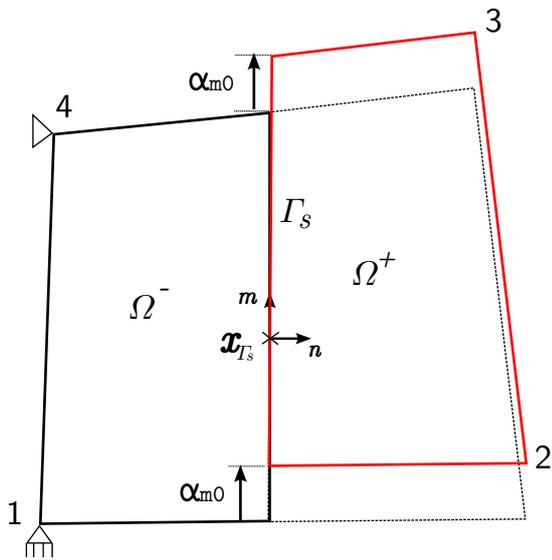


Fig. 3 – Paramètre  $\alpha_{m0}$  sur  $\Gamma_s$  (mode tangent constant)

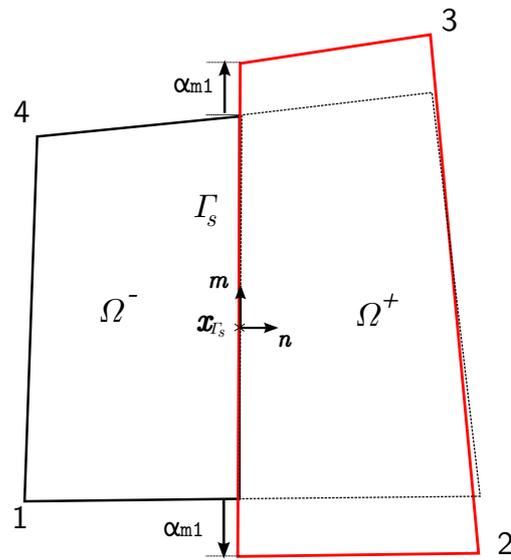


Fig. 4 – Paramètre  $\alpha_{m1}$  sur  $\Gamma_s$  (mode tangent linéaire)

Sur la base de ce champ de déplacement, l'interpolation de la déformation est donnée sous la forme :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}^h(\mathbf{x}) = & \sum_{a=1}^{a=4} \mathbf{B}_a(\mathbf{x}) \mathbf{u}_a - \left[ \sum_{a \in \Omega^+} \mathbf{B}_a(\mathbf{x}) - \mathbf{N} \right] [\alpha_{n0}, \alpha_{m0}]^T \\ & + \alpha_{n1} \left[ - \sum_{a \in \Omega^+} \mathbf{B}_a(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} (\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_{\Gamma_s}) + \xi_{\Gamma_s} \mathbf{N} \cdot \mathbf{n} \delta_{\Gamma_s} \right] \\ & + \alpha_{m1} \left[ - \sum_{a \in \Omega^+} \mathbf{B}_a(\mathbf{x}) ((\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_{\Gamma_s}) \cdot \mathbf{m}) \mathbf{m} + \mathbf{Mm} \mathcal{H}_{\Gamma_s} + ((\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\Gamma_s}) \cdot \mathbf{m}) \mathbf{Nm} \delta_{\Gamma_s} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

où  $\xi_{\Gamma_s} = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\Gamma_s}) \cdot \mathbf{m}$  ( $\mathbf{x} \in \Gamma_s$ ) représente l'abscisse curviligne le long de la discontinuité,  $\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_x & 0 \\ 0 & \mathbf{n}_y \\ \mathbf{n}_y & \mathbf{n}_x \end{bmatrix}$

(de même pour  $\mathbf{M}$ ) et  $\delta_{\Gamma_s}$  note la distribution de Dirac sur la surface de discontinuité.

La déformation peut donc se mettre sous la forme générale :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}\mathbf{u} + \bar{\mathbf{G}}_r \boldsymbol{\alpha} + \bar{\bar{\mathbf{G}}}_r \boldsymbol{\alpha} \delta_{\Gamma_s} \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{\alpha} = \langle \alpha_{n0}, \alpha_{n1}, \alpha_{m0}, \alpha_{m1} \rangle^T \quad (4)$$

La déformation virtuelle est, quant à elle, interpolée sur le même modèle, sous la forme :

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B} \delta \mathbf{u} + \bar{\mathbf{G}}_v \delta \boldsymbol{\alpha} + \bar{\bar{\mathbf{G}}}_v \delta \boldsymbol{\alpha} \delta_{\Gamma_s} \quad (5)$$

où  $\bar{\mathbf{G}}_v$  et  $\bar{\bar{\mathbf{G}}}_v$  sont construites à partir de  $\bar{\mathbf{G}}_r$  et  $\bar{\bar{\mathbf{G}}}_r$  de façon à satisfaire le patch-test. Avec ce choix d'interpolation pour les champs de déformation réels et virtuels, le problème discrétisé prend la forme des équations obtenues dans le cadre de la méthode des modes incompatibles ([4]) :

$$\begin{cases} \sum_{e=1}^{Nel} [\mathbf{f}^{int,e}(t) - \mathbf{f}^{ext,e}(t)] = \mathbf{0} \\ \mathbf{h}^e(t) = \int_{\Omega^e \setminus \Gamma_s} \bar{\mathbf{G}}_v^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega + \int_{\Gamma_s} \bar{\bar{\mathbf{G}}}_v^T \boldsymbol{\sigma}|_{\Gamma_s} d\Gamma = \mathbf{0}, \quad \forall e \in [1, Nel] \end{cases} \quad (6)$$

L'équation d'équilibre global est complétée par une équation locale écrite pour chaque élément localisé et qui correspond à la projection sur les différents modes d'ouverture de la forme faible de l'équation de continuité des tractions le long de  $\Gamma_s$ .

### 3.2 Résolution globale et locale

Le système (6) linéarisé s'écrit alors sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^{(i)} & \mathbf{F}_r^{(i)} \\ \mathbf{F}_v^{T(i)} + \mathbf{K}_d^{(i)} & \mathbf{H}^{(i)} + \mathbf{K}_\alpha^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{d}^{(i)} \\ \Delta \boldsymbol{\alpha}^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}^{ext} - \mathbf{f}^{int(i)} \\ -\mathbf{h}^e(i) \end{bmatrix} \quad (7)$$

où :

$$\mathbf{K}^{(i)} = \int_{\Omega^e} \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{(i)} \mathbf{B} d\Omega \quad ; \quad \mathbf{F}_r^{(i)} = \int_{\Omega^e} \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{(i)} \bar{\mathbf{G}}_r d\Omega \quad (8)$$

$$\mathbf{F}_v^{(i)} = \int_{\Omega^e} \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{(i)} \bar{\mathbf{G}}_v d\Omega \quad ; \quad \mathbf{H}^{(i)} = \int_{\Omega^e} \bar{\mathbf{G}}_v^T \mathbf{C}^{(i)} \bar{\mathbf{G}}_r d\Omega \quad (9)$$

$$\mathbf{K}_d^{(i)} = \int_{\Gamma_s} \bar{\bar{\mathbf{G}}}_v^T \frac{\partial \mathbf{t}_{\Gamma_s}^{(i)}}{\partial \mathbf{d}} d\Gamma \quad ; \quad \mathbf{K}_\alpha^{(i)} = \int_{\Gamma_s} \bar{\bar{\mathbf{G}}}_v^T \bar{\bar{\mathbf{C}}}^{(i)} \frac{\partial \bar{\bar{\mathbf{u}}}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} d\Gamma \quad (10)$$

avec  $\mathbf{C}^{(i)}$  et  $\bar{\bar{\mathbf{C}}}^{(i)}$  les modules tangents cohérents, respectivement des contributions de la partie volumique et de la partie surfacique.

L'équation d'équilibre locale est résolue au niveau élémentaire de façon à déterminer les paramètres  $\boldsymbol{\alpha}$ .

Après condensation statique au niveau élémentaire, la résolution du problème se réduit à la résolution de l'équation classique :

$$\widehat{\mathbf{K}}^{(i)} \Delta \mathbf{d}^{(i)} = \mathbf{f}^{ext} - \mathbf{f}^{int(i)} \quad (11)$$

où  $\widehat{\mathbf{K}}^{(i)} = \mathbf{K}^{(i)} - \mathbf{F}_r^{(i)} \left( \mathbf{H}^{(i)} + \mathbf{K}_\alpha^{(i)} \right)^{-1} \left( \mathbf{F}_v^{T(i)} + \mathbf{K}_d^{(i)} \right)$  prend en compte au niveau «macro» le comportement à l'échelle de la bande de localisation.

## 4 Premiers résultats numériques

On présente ici quelques résultats mettant en évidence la méthode utilisée. On étudie dans un premier temps le comportement d'un seul élément et l'influence de l'utilisation du mode de séparation linéaire. Puis on étudie un essai de traction simple et enfin un essai de flexion trois points.

### 4.1 Traction simple

Les résultats présentés ici concernent un essai de traction simple sur une plaque de 10 cm par 5 cm (épaisseur de 5cm) en déformations planes. On impose un déplacement de 30 mm sur la partie droite de l'éprouvette. Le modèle matériau utilisé est un modèle d'endommagement de Lemaître avec écrouissage isotrope exponentiel avec saturation ( $\sigma_{y0} = 620$  MPa,  $\sigma_{\infty} = 3920$  MPa et  $\beta = 0.4$ ) dont les paramètres de Lemaître sont  $S = 3.5$  MPa et  $r = 1.0$ . Une décharge élastique a été entreprise aux alentours de 20 mm et on peut constater que de l'endommagement s'est déjà développé dans le volume. La discontinuité est introduite lorsque la contrainte principale maximale atteint  $\sigma_d = 928$  MPa pour la totalité des éléments tandis qu'un élément situé sur la partie basse a été affaibli avec  $\sigma_d = 927$  MPa afin de simuler un micro-défaut dans la structure. Les différents maillages étudiés et les résultats en termes d'effort/déplacement sont présentés dans la figure 5. La solution reste donc bien indépendante de la taille de maille utilisée.

La figure 6 présente l'évolution de l'endommagement dans l'élément qui présente un critère de contrainte principale maximale plus faible que le reste de la structure. Il évolue jusqu'à environ 0,13, instant auquel est introduite la discontinuité. A partir de cet instant l'endommagement de la structure est uniquement dû à l'endommagement qui évolue sur la discontinuité qui commence à s'activer, le matériau hors-discontinuité suit alors une évolution de décharge élastique. L'adoucissement global que l'on observe sur la figure 5 (b) intervient après que la discontinuité ait commencé à se charger localement.

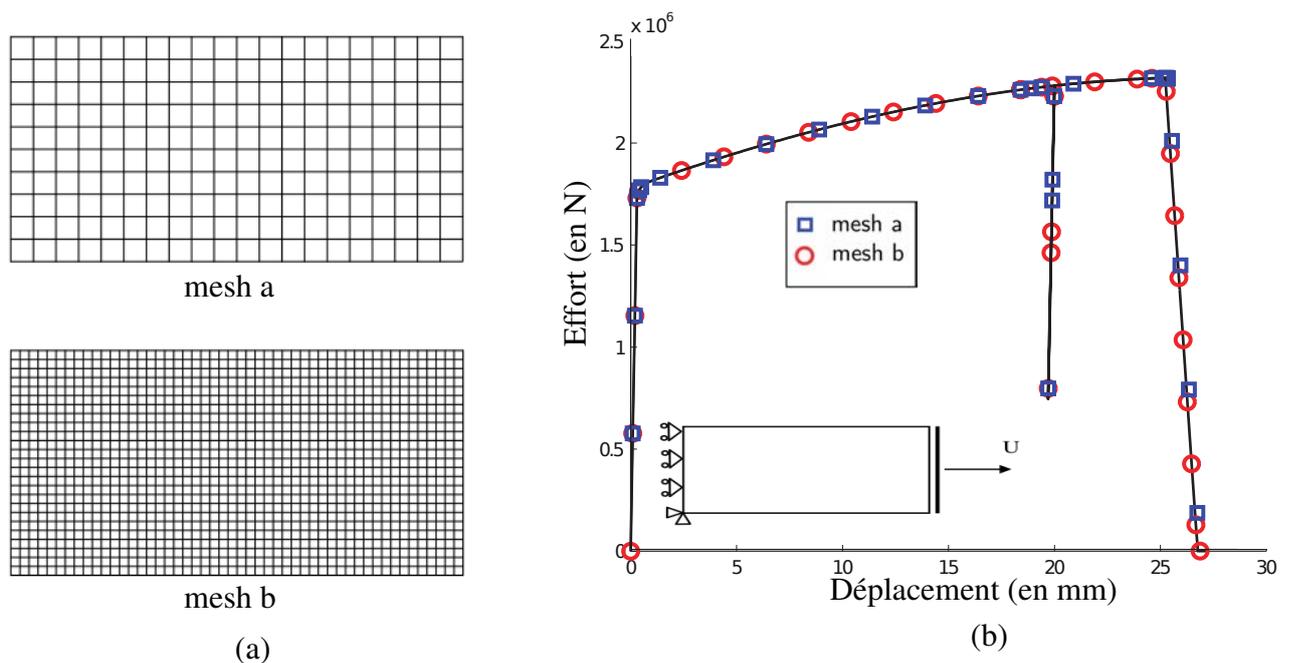


Fig. 5 – (a) Maillages utilisés , (b) Courbe effort/déplacement

### 4.2 Flexion trois points centrée

On s'intéresse ici à un essai de flexion trois points sur une éprouvette entaillée. Le modèle matériau utilisé est encore le modèle d'endommagement de Lemaître avec les mêmes paramètres matériaux que pour l'essai précédent. On dispose d'une éprouvette entaillée de 1800 mm de longueur et de 500 mm de hauteur, l'épaisseur est de 50 mm, une entaille de 20 mm de largeur et de 200 mm de hauteur est présente au centre de l'éprouvette. On applique un déplacement de 13 mm sur la partie supérieure de l'éprouvette

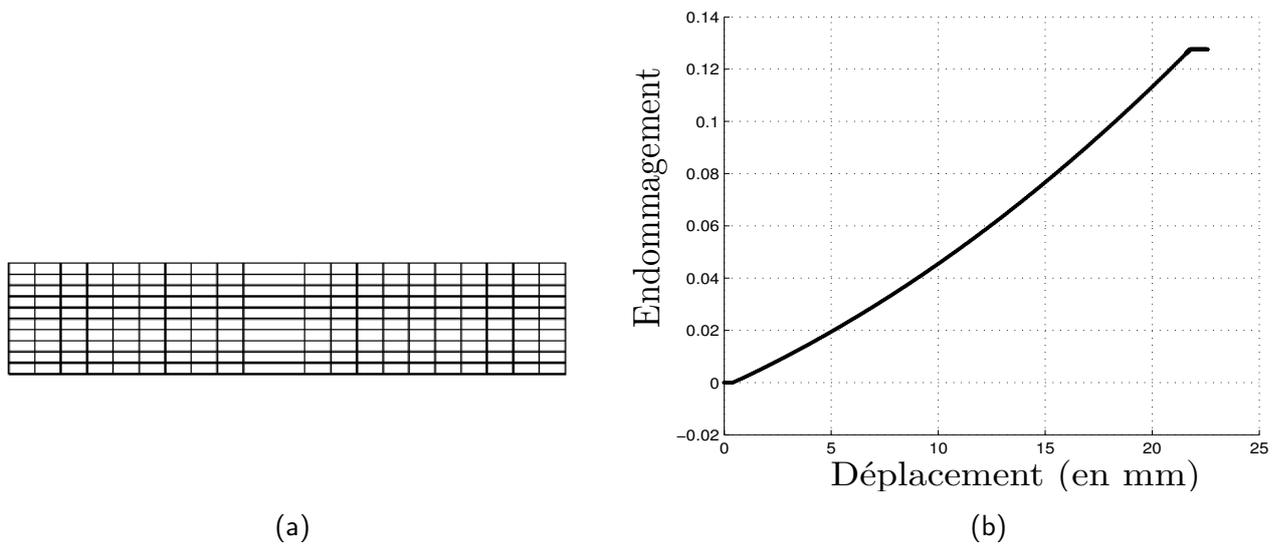


Fig. 6 – (a) Déformée (x20), (b) Evolution de l'endommagement

et dans l'alignement exact de l'entaille.

Pour cet essai, on a étudié l'influence de l'activation du mode d'ouverture linéaire sur la réponse, pour deux maillages topologiquement identiques mais de tailles de mailles différentes. Le premier contient 1015 éléments Q4 et le second en contient 4060.

Les maillages étudiés ainsi que les résultats en terme de réponse effort/déplacement sont présentés dans la figure 7.

On remarque que les résultats diffèrent légèrement avec l'ajout du mode linéaire, et le pic de la réponse globale est moins élevé qu'avec un saut de déplacement constant. De plus, les réponses ne diffèrent qu'après le passage du pic, alors qu'avec le mode constant seul, elles diffèrent avant le pic.

L'ajout du mode linéaire montre son intérêt pour cet essai, en effet une concentration de contrainte est présente au niveau de l'entaille, et qui induit donc un état de contrainte hétérogène pour les éléments à proximité. Ainsi, une ouverture de fissure linéaire permet de représenter plus fidèlement l'état de traction sur l'interface pour ces éléments, qu'une simple ouverture constante.

La déformée pour le maillage a est présentée dans la figure 8.

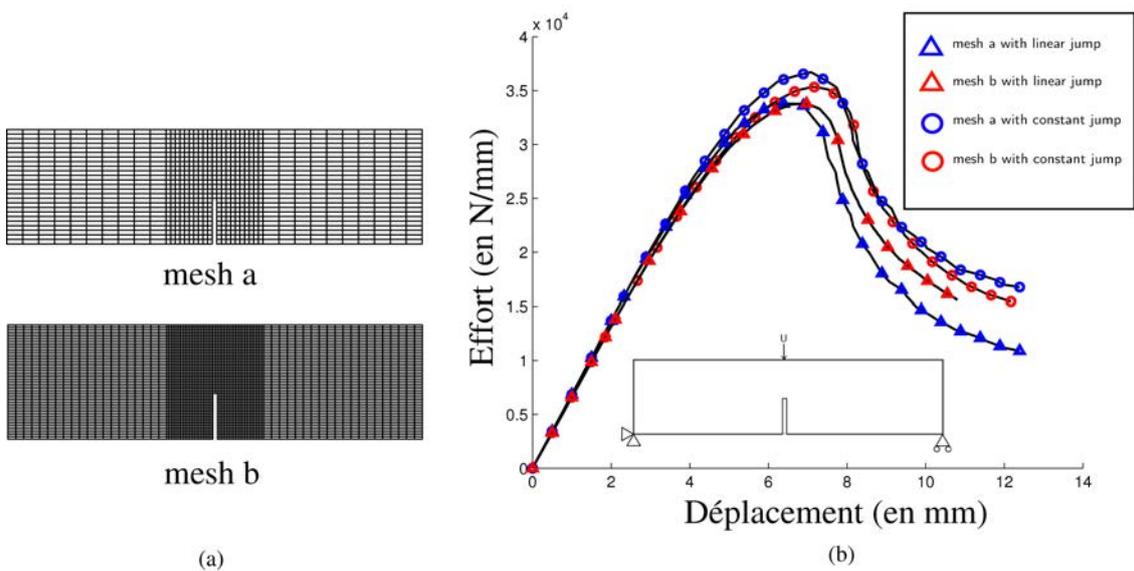


Fig. 7 – (a) Maillages utilisés , (b) Courbe effort/déplacement

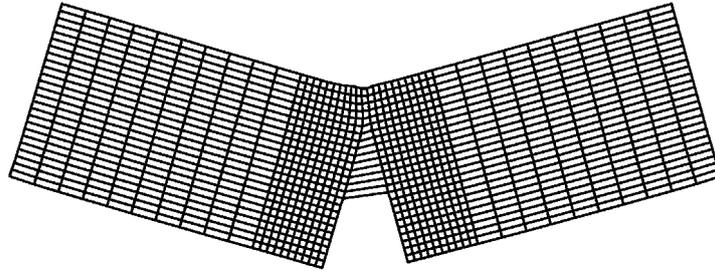


Fig. 8 – Déformée (x20)

## 5 Conclusion

Nous avons présenté une application de la méthode des discontinuités fortes adaptée à la prise en compte d'un saut de déplacement linéaire dans un élément quadrangulaire, couplée à un comportement matériau hors-discontinuité prenant en compte la plasticité et l'endommagement. Le comportement de l'interface a été considéré rigide-endommageable. Des résultats attestant du caractère régularisant de la méthode employée ont été présentés. L'ajout du mode d'ouverture de fissure linéaire a démontré son intérêt dans le cas d'un essai de flexion trois points. La méthode de régularisation proposée ne dépend pas des lois de comportement utilisées et il est envisagé d'étendre la méthode à l'utilisation de critères basés sur des niveaux d'endommagement afin de représenter les phénomènes observés lors de la rupture de matériaux ductiles. Une des perspectives de ce travail consiste en la prédiction de la propagation de fissure, notamment à travers la prise en compte du troisième invariant du tenseur des contraintes dans la loi de comportement hors-discontinuité qui pour le moment ne prend en compte que le taux de triaxialité et le second invariant du tenseur des contraintes. Une autre perspective peut être l'extension de ce travail au cadre des grandes transformations dont la pertinence est certaine compte-tenu de la ductilité des matériaux dont on désire simuler le comportement.

## 6 Références bibliographiques

### Références

- [1] J. Lemaitre, J.L. Chaboche. *Mechanics of Solid Materials*. University Press : Cambridge, 1990.
- [2] D. Brancherie, A. Ibrahimbegovic. *Novel anisotropic continuum-discrete damage model capable of representing localized failure of massive structures. Part I : theoretical formulation and numerical implementation*, Journal of Engineering Computations, 26, 100-127, 2009.
- [3] J. Dujc, B. Brank, A. Ibrahimbegovic. *Quadrilateral finite element with embedded strong discontinuity for failure analysis of solids*, Computer Modeling in Engineering and Sciences, 69, 223-258, 2011
- [4] A. Ibrahimbegovic, E.L. Wilson. *A modified method of incompatible modes*, Communications in Applied Numerical Methods, 7, 187-194, 1991.
- [5] E. A. de Souza Neto. *A fast, one-equation integration algorithm for the Lemaitre ductile damage model*, Communications in Numerical Methods in Engineering, 18, 541-554, 2002.
- [6] J.C. Simo, J. Oliver, F. Armero. *An Analysis of Strong Discontinuity Induced by Strain Softening Solutions in Rate-Independent Solids*, Journal of Computational Mechanics, 12, 277-296, 1993.