

# Comportement effectif d'un milieu cohésif: approche micromécanique

Nawfal Blal, Loïc Daridon, Yann Monerie, Stéphane Pagano

## ▶ To cite this version:

Nawfal Blal, Loïc Daridon, Yann Monerie, Stéphane Pagano. Comportement effectif d'un milieu cohésif: approche micromécanique. 11e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2013, Giens, France. hal-01717039

HAL Id: hal-01717039

https://hal.science/hal-01717039

Submitted on 25 Feb 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

## Comportement effectif d'un milieu cohésif : approche micromécanique

Nawfal BLAL<sup>1,2,3</sup>, Loïc DARIDON<sup>1,3</sup>, Yann MONERIE<sup>2,3</sup>, Stéphane PAGANO<sup>1,3</sup>

**Abstract** — On aborde dans ce papier le comportement effectif d'un milieu plastique contenant une collection de zones cohésives intrinsèques (avec raideur initiale). Une méthode d'homogénéisation non linéaire est appliquée et permet d'obtenir le comportement macroscopique effectif correspondant à une discrétisation de type éléments finis cohésifs-volumiques. Le modèle proposé relie d'une manière explicite les paramètres matériaux effectifs (propriétés matériaux macroscopiques) aux paramètres locaux (paramètres cohésifs) ainsi qu'aux caractéristiques numériques (type et taille de maillage).

Mots clés — Micromécanique, Modèles de Zones Cohésives, Plasticité, Homogénéisation non linéaire

### 1 Introduction

Dans les approches globales de la mécanique de l'endommagement, ce dernier est décrit à travers des variables internes (une variable scalaire pour l'endommagement isotrope et une variable tensorielle pour l'endommagement anisotrope). Bien qu'efficace pour le calcul de structures, ces modèles ne prennent pas en compte les effets de la microstructure. Dans l'optique de relier l'évolution microstructurale à la réponse globale du matériau, les approches micromécaniques visent à modéliser une approche locale de la rupture. Dans cette communication, on présente un modèle micromécanique d'endommagement basé sur les modèles de zones cohésives (MZCs) et des techniques d'homogénéisation. Le modèle proposé contribue à la compréhension de l'effet des paramètres cohésifs sur la réponse effective lors une simulation numérique de type éléments finis cohésifs-volumiques (EFCV).

Les modèles de zones cohésives sont largement utilisés dans les simulation numériques des mécanismes de fissuration et d'endommagement vu leur simplicité et efficacité. Le principe des MZCs, dont on doit les bases conceptuelles aux travaux de [1] et [2], réside dans la description de la relation entre l'effort résistant à la séparation de la fissure (un vecteur contrainte cohésive  $\mathbf{R}$ ) et l'ouverture de la fissure (un vecteur saut de déplacement  $[\mathbf{u}]$ ). Au travers cette relation, ces modèles permettent de suivre les mécanismes d'endommagement surfacique depuis l'amorçage des microfissures jusqu'à la rupture totale du matériau. Malgré les développements connus par ces modèles, quelques aspects numériques et mécaniques concernant leur application restent grandement ouverts tels que la dépendance au maillage et la calibration des paramètres de la loi cohésive. Afin d'apporter quelques éléments de réponses à ces questions, le modèle micromécanique proposé par [3,4] pour l'étude du comportement effectif d'un milieu isotrope élastique cohésif-volumique a été étendu dans [5] pour l'étude du comportement effectif élasto-endommageable.

Le résultat obtenu pour la partie élastique dans [4] définit un critère d'usage pratique pour la calibration des raideurs cohésives initiales, lors d'une simulation numérique par approches cohésives. Ce critère s'exprime en fonction : i) de la taille de maille et ii) des propriétés macroscopiques attendues. Il étend, notamment pour le cas des comportements élastiques, les résultats antérieurs partiels de la littérature [6, 7] à des trajets de chargements quelconques.

Pour les comportements quasi-fragiles, une méthodologie pour la calibration des paramètres cohésifs endommageables a été présenté dans [5]. Pour le cas d'une loi cohésive bilinéaire, des relations explicites entre les paramètres matériaux macroscopiques et les quantités locales définissant l'adoucissement cohésif, à savoir l'énergie locale cohésive et la contrainte maximale cohésive, ont été obtenues. En associant

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, CNRS, Université Montpellier 2 {nawfal.blal, loic.daridon, stephane.pagano}@univ-montp2.fr

 $<sup>^2</sup>$  Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire, Cadarache, France, yann.monerie@irsn.fr

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Laboratoire de Micromécanique et d'Intégrité des STructures (MIST), IRSN, CNRS, Université Montpellier 2

ces résultats aux critères obtenus pour quantifier les raideurs utilisées dans les lois cohésives, il est possible de faire une identification inverse des paramètres cohésifs. L'apport principal de cette identification inverse est la possibilité de décrire un comportement global indépendamment de la taille de maillage.

Dans ce papier, on propose d'étendre ces modèles au cas d'un milieu volumique à comportement plastique. En s'intéressant à des trajets de chargements radiaux et monotones imposés, la plasticité est décrite à l'aide de la théorie de la déformation en négligeant son aspect incrémental.

## 2 Le modèle micromécanique

## 2.1 Le principe

On considère une discrétisation éléments finis de type cohésif-volumiques : des zones cohésives intrinsèques (i.e. avec une raideur initiale finie) sont insérées entre toutes les éléments volumiques. La densité des interfaces cohésives, dénotée Z, correspond à la densité de maillage, i.e. le ratio entre la longueur (resp. la surface) totale des interfaces cohésives, notée |I|, et la surface (resp. le volume) des éléments volumiques, notée  $|\Omega|$ , pour une configuration 2D (resp. 3D). Ainsi on a :  $Z = |I|/|\Omega|$ . Le principe de la modélisation retenue, dû à [8], est illustré sur la Figure 1 : une discrétisation cohésive-volumique de type éléments finis est considérée comme un milieu continu homogène contenant une distribution d'inclusions. Le milieu continu possède un comportement durcissant "volumique" (loi de comportement volumique sans endommagement), alors que les inclusions possèdent un comportement adoucissant "cohésif" (partie intégrant tout le processus d'endommagement) et ont la même distribution spatiale que les interfaces cohésives. Ainsi, les inclusions considérées sont définies en associant aux zones cohésives une épaisseur fictive e. Le comportement effectif de la discrétisation est asymptotiquement estimé en faisant tendre e vers 0 ( $e \to 0$ ).

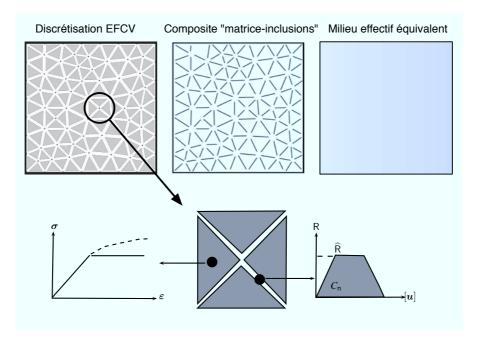


Figure 1: Méthode EFCV et principe du modèle. En haut, le principe de l'approche [8] : une discrétisation cohésive-volumique (à gauche) est remplacée par un milieu homogène de même comportement que le comportement "volumique", i.e. des éléments finis, et contenant des inclusions lenticulaires distribuées et orientées aléatoirement de même comportement que le comportement "cohésif", i.e. des modèles de zone cohésive (au centre). Le comportement du milieu équivalent (à droite) est recherché par une technique d'homogénéisation. En bas, les lois de comportements : la loi de comportement du matériau est intégrée aux points de Gauss et le modèle cohésif au niveau des interfaces.

Pour les éléments volumiques, la relation entre la contrainte,  $\sigma$ , et la déformation,  $\varepsilon$ , est définie par

un potentiel de déformation local ω:

$$\sigma = \frac{\partial \omega}{\partial \varepsilon}.\tag{1}$$

Pour les interfaces cohésives, la relation entre le vecteur contrainte, R, et le saut de déplacement, [u], est définie par un potentiel en saut de déplacement  $\varphi$ :

$$R = \frac{\partial \varphi}{\partial [u]}.$$
 (2)

Le problème consiste à définir le *comportement effectif* du milieu équivalent. Ce comportement est décrit par un potentiel effectif  $\Psi$  reliant la contrainte macroscopique  $\Sigma$  et la déformation macroscopique E:

$$\Sigma = \frac{\partial \Psi}{\partial E}.\tag{3}$$

## 2.2 Le composite "matrice-inclusions cohésives" (MIC)

On s'intéresse au cas d'une loi cohésive intrinsèque dont l'évolution de la contrainte cohésive est donnée par :

$$R = \beta \times K \cdot [u]$$
 avec  $K = C_n n \otimes n + C_t (i - n \otimes n)$  et  $\beta = A([u])$ , (4)

où n est le vecteur normal à la zone cohésive, i est le tenseur identité d'ordre deux,  $C_n$  (resp.  $C_t$ ) est la raideur normale (resp. tangentielle) cohésive et  $\beta$  est la variable d'endommagement évoluant suivant une fonction d'adoucissement positive et décroissante  $\mathcal{A}:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^+$ . La situation  $\beta=1$  correspond à une zone vierge,  $0<\beta<1$  une zone endommagée et  $\beta=0$  une zone totalement rompue. Par changement d'échelles, les inclusions cohésives associées aux MZCs ont la loi de comportement suivante [8,4]:

$$\boldsymbol{\sigma}^{\mathsf{coh}} = \mathbb{C}^{\mathsf{coh}}([\boldsymbol{u}]) : \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathsf{coh}} \quad \text{avec} \quad \mathbb{C}^{\mathsf{coh}}([\boldsymbol{u}]) = e \times \mathcal{A}([\boldsymbol{u}]) \times (C_{\mathsf{n}}\mathbb{E}_{l} + C_{\mathsf{t}}\mathbb{K}_{l}), \tag{5}$$

où  $\mathbb{E}_l$  et  $\mathbb{K}_l$  sont deux éléments de la base d'isotropie transverse des tenseurs symétriques du quatrième ordre (voir [4]).

## 3 Le comportement plastique effectif

Le cas d'un milieu élastique contenant une collection de zones cohésives élastiques, i.e.  $\beta = 1$ , a été abordée dans [3, 4]. L'estimation de Hashin Shtrikman (HS) [9, 10] du comportement effectif du composite MIC conduit à:

$$\mathbb{C}^{\text{HS-}}\left(\mathbb{C}^{\text{m}},\mathbb{C}^{\text{coh}}\right) = 3k^{\text{HS-}}\mathbb{J} + 2\mu^{\text{HS-}}\mathbb{K} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} & k^{\text{HS-}} = \frac{\xi_{k}}{1 + \xi_{k}}k^{\text{m}} \quad \text{avec} \quad \xi_{k} = \frac{C_{\text{n}}}{Zk^{\text{m}}} \\ & \mu^{\text{HS-}} = \frac{\xi_{\mu}}{1 + \xi_{\mu}}\mu^{\text{m}} \quad \text{avec} \quad \xi_{\mu} = \frac{15}{4(1 + 3C_{\text{n}}/C_{\text{t}})}\frac{C_{\text{n}}}{Z\mu^{\text{m}}}. \end{cases}$$

où  $\mathbb{C}^m = 3k^m\mathbb{J} + 2\mu^m\mathbb{K}$  avec  $k^m$  (resp.  $\mu^m$ ) est le coefficient de compressibilité (resp. cisaillement) de la matrice et  $\mathbb{J}$  et  $\mathbb{K}$  sont les deux éléments de la base d'isotropie des tenseurs symétriques du quatrième ordre (voir [4]). Afin de ne pas perturber l'élasticité globale du MIC, un critère micromécanique pour la calibration des raideurs cohésives est établi :

$$\frac{C_{\rm n}}{E^{\rm m}Z} \ge \frac{R}{1-R} \frac{1}{3(1-2\nu^{\rm m})} \quad \text{et} \quad \frac{C_{\rm n}}{C_{\rm t}} = \frac{1}{2} \frac{1+3\nu^{\rm m}}{1-2\nu^{\rm m}} \tag{7}$$

où  $v^m$  est le coefficient de Poisson de la matrice et R est la perte de raideur tolérée par l'utilisateur. Le cas d'un comportement effectif quasi-fragile a été abordé dans [5] conduisant à une méthodologie pratique pour la calibration de la contrainte cohésive maximale et l'énergie de fissuration locale en fonction des propriétés macroscopiques du matériau et des données du maillage. Dans cette communication on s'intéresse au cas d'un milieu volumique à comportement plastique. On suppose que les trajets de chargements sont monotones et radiaux et on décrit le comportement plastique par une loi de type puissance.

### 3.1 Potentiel plastique à loi de puissance

Le comportement plastique de la matrice est décrit par un potentiel en déformation dual du potentiel en contraintes proposée par [11] et basé sur l'analyse de [12] :

$$\omega(\varepsilon) = \omega_{ela}(\varepsilon) + \omega_{pla}(\varepsilon) \tag{8}$$

avec

$$\omega_{ela}(\varepsilon) = \frac{9}{2} k^{\mathsf{m}} \varepsilon_{\mathsf{m}}^2 + \frac{3}{2} \mu^{\mathsf{m}} \varepsilon_{\mathsf{eq}}^2, \tag{9}$$

et

$$\omega_{pla}(\varepsilon) = \sigma_0 \varepsilon_0 \left[ \frac{1}{m+1} \left( \frac{\varepsilon_{eq}}{\varepsilon_0} \right)^{m+1} - \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_{eq}}{\varepsilon_0} \right)^2 + \frac{\sigma_0 \varepsilon_0}{2} \frac{m-1}{m+1} \right] \mathcal{H} \left( \varepsilon_{eq} - \varepsilon_0 \right)$$
 (10)

où  $\varepsilon_m$  (resp.  $\varepsilon_{eq}$ ) est la partie hydrostatique (resp. déviatorique) de la déformation,  $\varepsilon_0$  est une déformation de référence, m est un paramètre d'écrouissage (m=0: plasticité parfaite,  $m \to \infty$ : élasticité) et  $\mathcal H$  est la fonction de Heaviside. La contrainte dérivant de (10) est alors:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \omega(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \left[ \mathbb{C}_{e}^{\mathsf{m}} + \mathbb{C}_{p}^{\mathsf{m}} \right] : \boldsymbol{\varepsilon} \quad \text{avec} \quad \mathbb{C}_{p}^{\mathsf{m}} \left( \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathsf{eq}} \right) = 2\mu^{\mathsf{m}} \left[ \left( \left( \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathsf{eq}}}{\boldsymbol{\varepsilon}_{0}} \right)^{m-1} - 1 \right) \mathbb{K} \right] \mathcal{H} \left( \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathsf{eq}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{0} \right), \quad (11)$$

où  $\mathbb{C}_e^{\mathsf{m}} = \mathbb{C}^{\mathsf{m}}$ . Plus particulièrement, le cas de la plasticité parfaite, m = 0, donne :

$$\boldsymbol{\sigma} = \left(3k^{\mathsf{m}}\mathbb{J} + \frac{2\sigma_0}{3\varepsilon_{\mathsf{eq}}}\mathbb{K}\right) : \boldsymbol{\varepsilon}.\tag{12}$$

## 3.2 Matrice plastique avec des MZCs élastiques

Le schéma d'homogénéisation non linéaire se base sur l'introduction d'un composite linéaire de comparaison (CLC) [13, 14] ayant la même géométrie que le problème de base et dont le comportement des deux phases non linéaires est caractérisé par des tenseurs d'élasticité sécants. Pour la matrice, le tenseur sécant est évalué pour le second moment de la déformation déviatorique  $\langle \epsilon_{eq}^2 \rangle_m$ , i.e. :

$$\mu_0^{\mathsf{m}} = \frac{2\sigma_0}{3\sqrt{\langle \varepsilon_{\mathsf{eq}}^2 \rangle_{\mathsf{m}}}}.$$
 (13)

Le module d'élasticité homogène du CLC,  $\mathbb{C}_0^{\mathsf{hom}}$ , est ensuite estimé par le schéma linéaire HS (6) :

$$\mathbb{C}_0^{\mathsf{hom}} = \mathbb{C}^{\mathsf{HS}} \left( \mathbb{C}_{\mathsf{sct}}^{\mathsf{m}}; \mathbb{C}^{\mathsf{coh}} \right) \quad \mathsf{avec} \quad \mathbb{C}_{\mathsf{sct}}^{\mathsf{m}} = 3k^{\mathsf{m}} \mathbb{J} + 2\mu_0^{\mathsf{m}} \mathbb{K}. \tag{14}$$

Le second moment de déformation  $\sqrt{\langle \epsilon_{eq}^2 \rangle_m}$  se calcule en dérivant le potentiel effectif par rapport à  $\mu_0^m$  [15]:

$$\langle \varepsilon_{\text{eq}}^2 \rangle_{\text{m}} = \frac{1}{3(1-f)} \frac{\partial}{\partial \mu_0^{\text{m}}} E : \mathbb{C}_0^{\text{hom}} : E.$$
 (15)

La combinaison de cette relation avec (13) définit une équation scalaire non linéaire dont l'inconnue est  $\mu_0^{\rm m}$  et que l'on peut résoudre analytiquement. Tous développements faits, la résolution de ce problème conduit à la loi de comportement effective suivante :

$$\Sigma = (k_0^{\mathsf{hom}} \mathbb{J} + 2\mu_0^{\mathsf{hom}} \mathbb{K}) : E \quad \text{avec} \quad k_0^{\mathsf{hom}} = Rk^{\mathsf{m}} \quad \text{et} \quad \mu_0^{\mathsf{hom}} = \frac{\sigma_0}{3E_{\mathsf{eq}}}. \tag{16}$$

Le comportement effectif (16) suit une loi de puissance de même exposant, m = 0, que la loi locale (12).

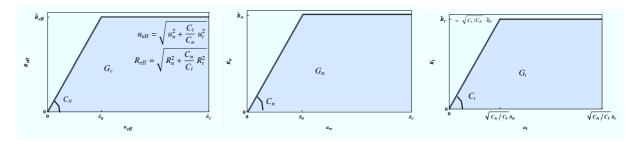


Figure 2: Illustration de la loi cohésive de type "plateau". Loi mixte  $R_{\text{eff}} - u_{\text{eff}}$  (à gauche), loi purement normale  $R_n - u_n$  (au centre) et loi purement tangentielle  $R_t - u_t$  (à droite). L'aire en gris sous les courbes correspond à l'énergie cohésive pour chaque mode.

## 3.3 Matrice plastique avec des MZCs "plastiques"

On suppose maintenant que la matrice suit la loi (12) et que le modèle de zones cohésives suit une loi de type "plateau". La fonction d'endommagement  $\mathcal{A}$  dépend du saut de déplacement effectif  $u_{\text{eff}} = \sqrt{u_{\text{n}}^2 + C_{\text{t}}/C_{\text{n}} \|u_{\text{t}}\|^2}$  (Figure 2).

Pour la matrice, le comportement est décrit avec le module sécant (13). Pour les zones cohésives, le tenseur sécant est évalué pour le second moment du saut de déplacement effectif,  $\langle u_{\text{eff}}^2 \rangle_I$ :

$$\mathbb{C}_{\mathsf{sct}}^{\mathsf{coh}} = e \mathcal{A} \left( \sqrt{\left\langle u_{\mathsf{eff}}^2 \right\rangle_I} \right) \times \left( C_{\mathsf{n}} \mathbb{E}_l + C_{\mathsf{t}} \mathbb{K}_l \right) \tag{17}$$

avec [16]:

$$\left\langle u_{\text{eff}}^{2}\right\rangle_{I} = \frac{1}{f} \left( \frac{\partial \mathbf{E} : \mathbb{C}_{0}^{\text{hom}} : \mathbf{E}}{\partial \beta C_{n}} + \frac{C_{t}}{C_{n}} \frac{\partial \mathbf{E} : \mathbb{C}_{0}^{\text{hom}} : \mathbf{E}}{\partial \beta C_{t}} \right) \tag{18}$$

Le module d'élasticité homogène du composite linéaire de comparaison,  $\mathbb{C}_0^{\mathsf{hom}}$ , est ensuite estimé par le schéma linéaire HS :

$$\mathbb{C}_0^{\mathsf{hom}} = \mathbb{C}^{\mathsf{HS-}} \left( \mathbb{C}_{\mathsf{sct}}^{\mathsf{m}}; \mathbb{C}_{\mathsf{sct}}^{\mathsf{coh}} \right) \quad \text{avec} \quad \mathbb{C}_{\mathsf{sct}}^{\mathsf{m}} = 3k^{\mathsf{m}} \mathbb{J} + 2\mu_0^{\mathsf{m}} \mathbb{K} \quad \text{et} \quad \mathbb{C}_{\mathsf{sct}}^{\mathsf{coh}} = \mathbb{C}^{\mathsf{coh}} \left( \sqrt{\left\langle u_{\mathsf{eff}}^2 \right\rangle_I} \right). \tag{19}$$

La combinaison des équations précédentes définit alors un système couplé de deux équations scalaires non linéaires dont les inconnues sont  $\beta$  et  $\mu_0^{\rm m}$  et que l'on peut résoudre analytiquement. Une fois résolu, le système conduit aux modules élastiques effectifs suivants :

$$\Sigma = \left(k_0^{\mathsf{hom}} \mathbb{J} + 2\mu_0^{\mathsf{hom}} \mathbb{K}\right) : \text{E avec } \mu^{\mathsf{hom}} = \frac{\sigma_0}{3E_{\mathsf{eq}}} \quad \text{et} \quad k^{\mathsf{hom}} = \frac{\sigma_0}{9E_{\mathsf{m}}} \sqrt{9\eta^2 + 2\frac{\mathsf{v}^{\mathsf{m}} + 1}{2\mathsf{v}^{\mathsf{m}} - 1}}$$
(20)

où l'on a noté  $\eta = \widehat{R}_{\text{eff}}/\sigma_0 \left(\eta \geq 1/3\sqrt{(2+2\nu^{\text{m}})/(1-\nu^{\text{m}})}\right)$  le contraste des contraintes maximales entre les deux phases .

#### 3.4 Résultats et discussions

Les chemins de chargement sont supposés être monotones et radiaux. On note  $T_E = E_m/E_{eq}$  le taux de triaxialité en déformation macroscopique, imposé constant. La contrainte déviatorique macroscopique seuil de plasticité est :

$$\Sigma_{\text{eq}}^0 = \sigma_0. \tag{21}$$

D'autre part, le modèle obtenu permet de relier la contrainte effective macroscopique maximale  $\widehat{\Sigma}_{\text{eff}}$  aux différentes propriétés locales ainsi que d'exhiber l'effet du taux de triaxialité :

$$\widehat{\Sigma}_{\text{eff}} = \frac{1}{3} \sqrt{\left(\frac{2\nu^{m} + 2}{2\nu^{m} - 1} + 9\eta^{2}\right) + \frac{1}{T_{E}} \sqrt{\frac{2\nu^{m} + 2}{2\nu^{m} - 1} + 9\eta^{2}} \times \sigma_{0}$$
(22)

où la contrainte effective  $\Sigma_{\text{eff}}$  est donnée en fonction de la contrainte macroscopique hydrostatique et déviatorque  $\Sigma_{\text{m}}$  et  $\Sigma_{\text{eq}}$  respectivement :

$$\Sigma_{ ext{eff}} = \sqrt{\Sigma_{ ext{m}}^2 + rac{2}{9} rac{1 + 
u^{ ext{m}}}{1 - 2
u^{ ext{m}}} \Sigma_{ ext{eq}}^2}.$$

L'équation (22) définit alors un critère micromécanique de plasticité "volumique-cohésive" de type elliptique (Figure 4 à droite) :

$$\left(\frac{\Sigma_{\rm m}}{\sigma_0}\right)^2 + A\left(\frac{\Sigma_{\rm eq}}{\sigma_0}\right)^2 - \left(T_E^2 A^2 + A\right) = 0 \tag{23}$$

où:

$$A = \frac{1}{9T_E} \sqrt{\frac{2v^m + 2}{2v^m - 1} + 9\eta^2}.$$
 (24)

Effet du coefficient de Poisson : L'effet du coefficient de Poisson sur la contrainte effective maximale est illustré sur la Figure 3 (à droite). En fixant le ratio  $\eta$ , on constate que : i) pour un taux de triaxialité fixé, plus le matériau est incompressible, plus  $\widehat{\Sigma}_{\text{eff}}$  est petite et ii) pour  $T_E = 1/3$  et  $v^{\text{m}} = 0.3$  on est proche de la valeur habituelle de la littérature  $\widehat{\Sigma}_{\text{eff}}/\sigma_0 = 3$ .

Effet du ratio  $\eta$ : La Figure 3 (à gauche) illustre l'effet du contraste  $\eta$  sur la réponse globale  $\widehat{\Sigma}_{\text{eff}}$  pour un coefficient de Poisson fixé ( $v^m = 0.3$ ). Il est clair que lorsque le ratio  $\eta$  augmente, la contrainte effective maximale que peut supporter le composite croît aussi. De plus, on constate que la relation entre  $\widehat{\Sigma}_{\text{eff}}$  et  $\eta$  devient asymptotiquement, i.e. pour  $T_E \to \infty$ , quasi-linéaire. Pour ce cas, la relation entre la contrainte effective maximale et la contrainte cohésive maximale se réduit à :  $\widehat{\Sigma}_{\text{eff}} \simeq \widehat{R}_{\text{eff}}$  (Figure 4 à gauche).

La réponse macroscopique: La réponse effective élasto-plastique équivalente au composite MIC et issue de notre modèle est tracée sur la Figure 5. Sur la courbe de la réponse globale (courbe en bas), on distingue les trois parties de la loi effective : *i*) la partie élastique (courbe en traits) qui correspond au composite MIC avec la matrice et des zones cohésives élastiques, *ii*) la partie correspondant au composite MIC avec la matrice qui a plastifié et des zones cohésives toujours élastiques (courbe en traits-pointillés) et *iii*) la partie correspondant au composite avec les deux phases plastiques (courbe en pointillés).

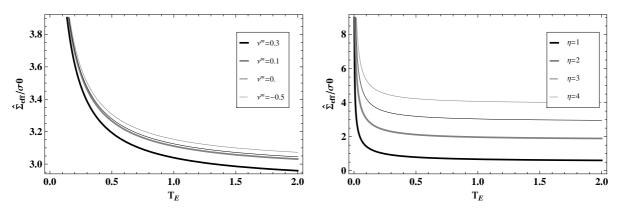


Figure 3: Contrainte effective maximale en fonction du taux de triaxialité en déformation. A gauche, l'effet du coefficient de Poisson est illustré pour  $\eta = 3$ . A droite, l'effet du contraste contrainte cohésive-volumique  $\eta$  est illustré pour  $v^m = 0.3$ .

## 4 Conclusion

Un modèle micromécanique élasto-plastique est obtenu sur la base d'un schéma d'homogénéisation non linéaire et une approche volumique-cohésive. L'avantage de ce modèle est sa capacité à : i) relier d'une façon explicite les paramètres locaux à la réponse effective, ii) exhiber l'effet du coefficient de Poisson et du taux de triaxialité sur la loi globale, iii) dériver un comportement global qui ne fait pas intervenir la densité de maillage Z. Ces travaux doivent être complétés par la prise en compte de l'endommagement cohésif.

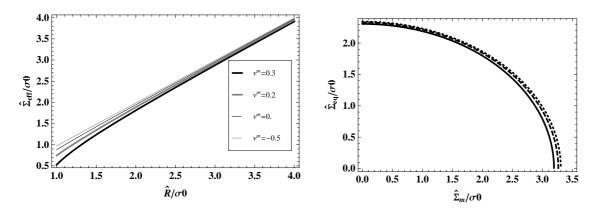


Figure 4: Lien entre la contrainte effective maximale et la contrainte cohésive pour différentes valeurs du coefficients de Poisson et  $T_E \to \infty$  (à gauche) et surface de plasticité volumique cohésive (à droite) :  $v^m = 0.3$ , courbe continue,  $v^m = 0.2$ , courbe en traits,  $v^m = -0.5$ , courbe en pointillés ( $T_E = 1$  et  $\eta = 3$ ).

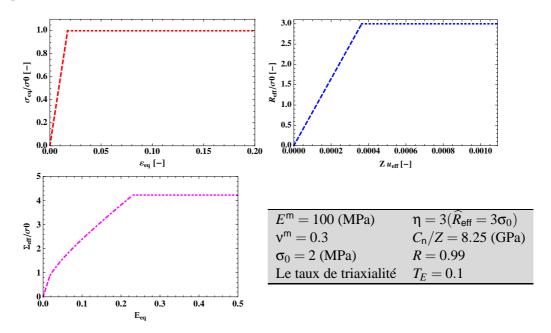


Figure 5: Comportement effectif vs comportements locaux. En haut, la loi de comportement parfaitement plastique de la matrice (à gauche) et la loi cohésive mixte de type plasticité parfaite (à droite). La partie élastique des deux lois est tracée avec des traits alors que la partie plastique est tracée avec des pointillées. En bas à gauche la réponse effective équivalente obtenu par le schéma d'homogénéisation non linéaire HS. Les différentes propriétés matériau et cohésives sont rappelées dans le tableau en bas à droite.

## References

- [1] D.S. Dugdale. Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 8:100–104, 1960.
- [2] G. I. Barenblatt. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fractures. *Advances In Applied Mechanics*, 7:55–129, 1962.
- [3] N. Blal, L. Daridon, Y. Monerie, and S. Pagano. Criteria on the artificial compliance inherent to the intrinsic cohesive zone. *Comptes Rendus de Mécanique*, 339:789–795, 2011.
- [4] N. Blal, L. Daridon, Y. Monerie, and S. Pagano. Artificial compliance inherent to the intrinsic cohesive zone models: criteria and application to planar meshes. *International Journal of Fracture*, 178:71–83, 2012.

- [5] N. Blal, L. Daridon, Y. Monerie, and S. Pagano. Micromechanics-based criteria for the selection of cohesive zone parameters. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 246:206–214, 2013.
- [6] H. Espinosa and P. Zavattieri. A grain level model for the study of failure initiation and evolution in polycrystalline brittle materials. Part I: Theory and numerical implementation. *Mechanics of Materials*, 35(3-6):333 364, 2003.
- [7] V. Tomar, J. Zhai, and M. Zhou. Bounds for element size in a variable stiffness cohesive finite element model. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61:1894–1920, 2004.
- [8] V. Acary and Y. Monerie. Nonsmooth fracture dynamics using a cohesive zone approach. Technical Report RR-6032, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, 2006.
- [9] Z. Hashin and S. Shtrikman. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11:127–140, 1963.
- [10] J. R. Willis. Bounds and self-consistent estimates for the overall properties of anisotropic composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 25:185–202, 1977.
- [11] Y. Monerie, P.-G. Vincent, and S Bourgeois. Overall elastoplastic behavior of anisotropic metal-matrix composites reinforced by aligned inclusions. Application to hydrided and irradiated zircaloy-4 cladding tubes. *Mechanics of Materials*, 42:175–188, 2010.
- [12] Roland. Mucke and Otto-Ernst. Bernhardi. A constitutive model for anisotropic materials based on neuber's rule. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192:4237 4255, 2003.
- [13] P. Ponte Castañeda. The effective mechanical properties of nonlinear isotropic composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 39:45–71, 1991.
- [14] P. Suquet. Overall properties of nonlinear composites: Secant moduli theory and its link with Ponte Castaneda's variational procedure. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 320:563–571, 1995.
- [15] W. Kreher. Residual stresses and stored elastic energy of composites and polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 38:115–128, 1990.
- [16] Y. Maalej, L. Dormieux, and J. Sanahuja. Comportement élastique non linéaire d'un milieu granulaire : approche micromécanique. *Comptes rendus Mécanique*, 335:461–466, 2007.