



## **Reconstruction de déformation par approximation diffuse : Application à la stéréo-corrélation d'images**

Pierre Feissel, Issyan Tekaya, Nicolas Tableau, Zoheir Aboura, Pierre Villon

### **► To cite this version:**

Pierre Feissel, Issyan Tekaya, Nicolas Tableau, Zoheir Aboura, Pierre Villon. Reconstruction de déformation par approximation diffuse : Application à la stéréo-corrélation d'images. 11e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2013, Giens, France. <hal-01717036>

**HAL Id: hal-01717036**

**<https://hal.science/hal-01717036v1>**

Submitted on 25 Feb 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC0 1.0 - Universal - International License

## Reconstruction de déformation par approximation diffuse : Application à la stéréo-corrélation d'images

Pierre FEISSEL, Issyan TEKAYA, Nicolas TABLEAU, Zoheir ABOURA, Pierre VILLON

Laboratoire Roberval, Université de Technologie de Compiègne, [pierre.feissel,nicolas.tableau,zoheir.aboura,pierre.villon]@utc.fr

---

**Résumé** — Le travail présenté propose une approche de reconstruction des déformations à partir de mesures de champs cinématiques dans le cas de la stéréo-corrélation d'images. L'approche s'appuie sur l'approximation diffuse comme outil d'approximation local des champs.

**Mots clés** — Mesure de champs, déformation, stéréo-corrélation d'images, approximation diffuse

---

### 1 Introduction

Les mesures de champs de déplacement, sur surface plane ou gauche, sont de plus en plus utilisées dans les essais mécaniques, notamment grâce aux techniques s'appuyant sur les images en lumière blanche. Leur richesse de mesure offre de nombreuses perspectives en terme d'identification. Pour certaines applications, comme la caractérisation du comportement matériau ou la description qualitative de l'endommagement, l'information mécaniquement pertinente contenue dans ces mesures se situe au niveau de la déformation, plus que du déplacement lui-même. Il est donc nécessaire, même implicitement, d'obtenir cette déformation à partir des mesures, ce qui demande d'en estimer numériquement le gradient. Cette opération est alors très sensible aux perturbations sur les mesures.

Un grand nombre d'approches sont proposées pour reconstruire les déformations à partir de déplacement mesurés [1]. Notre choix se porte sur les méthodes d'approximation où les deux points clés sont le choix de la base d'approximation et celui d'une formulation globale ou locale. Une étude précédente [2] a montré que conserver une partie du traitement local permettait d'améliorer les résultats de filtrage et de reconstruction des déformations. Un outil basé sur l'approximation diffuse [3] a donc été développé pour des données spatiales bidimensionnelles (corrélation d'images plane), exploitant le caractère régulier de la grille de mesure pour augmenter l'efficacité numérique. Cet outil de filtrage spatial a également été étendu à la reconstruction tridimensionnelle en tenant compte de la dimension temporelle des données [4], permettant d'augmenter la résolution spatiale tout en conservant un même niveau de filtrage.

Dans le cas de mesures de déplacement 3D surfaciques, les logiciels de stéréo-corrélation d'images proposent des outils de reconstruction des déformations (voir, par exemple, [5]) mais leur utilisation est souvent peu transparente. L'idée ici est d'adapter les outils de reconstruction par approximation diffuse à ce cadre de mesure. L'un des objectifs est de conserver les outils numériques efficaces préalablement développés et de pouvoir envisager l'extension à une reconstruction espace-temps.

### 2 Approche proposée

Les outils de stéréo-corrélation d'images fournissent, à chaque instant de mesure, les positions des points de mesure  $(X_1, X_2, X_3)$  et leurs déplacements  $(U_1, U_2, U_3)$  sur la surface observée, dans un repère global. Ces données sont le plus souvent calculées sur une grille régulière de points dans le plan du capteur de l'une des deux caméras choisie comme référence. Une possibilité est donc de paramétrer les positions et déplacements en fonction des positions  $(x_1, x_2)$  des points de mesure dans le plan du capteur de caméra. La démarche proposée consiste à estimer les dérivées des positions et déplacements par rapport aux positions capteurs  $(x_1, x_2)$ , puis à se placer dans le repère local du plan tangent à la surface pour calculer les déformations sur la surface de la structure étudiée.

## 2.1 Estimation des dérivées par approximation diffuse

Il est alors possible d'estimer les dérivées des positions  $X_i$  et des déplacements  $U_i$  par rapport aux positions dans le plan du capteur  $x_j$  à l'aide des outils existants basés sur l'approximation diffuse. Cette approche a été développée dans le cas de la corrélation d'images 2D [2, 6, 7] et tire partie du fait que la grille de mesure est régulière pour gagner en efficacité numérique. L'approche a été développée pour des filtrages bidimensionnels et tridimensionnels, ces derniers permettant de tenir compte de la dimension temporelle dans le filtrage.

L'intérêt de la reconstruction par approximation diffuse est de fournir directement un champ de position et un champ de déplacements continus ainsi que leurs dérivées au sens diffus. La reconstruction se fait composante par composante. Ainsi, pour un champ scalaire  $u$ , le champ approché est cherché comme :

$$u_{ap}(\underline{x}) = p(\underline{x})^T a(\underline{x}) \quad \text{avec,} \quad \underline{x} = (x_1, x_2) \quad (1)$$

où  $p(\underline{x})$  est le vecteur ligne des monômes d'une base d'approximation polynômiale de la variable d'espace et de temps. Le choix ici est de prendre une base de degré 2. Ce choix s'est avéré, dans [8], être un bon compromis entre approximation mécanique et filtrage.

Les coefficients devant les monômes de la base sont obtenus en tout  $\underline{x}$  comme solution du problème de minimisation :

$$\min_{a(\underline{x})} \frac{1}{2} \left( P\{a\} - \tilde{U} \right)^T W \left( P\{a\} - \tilde{U} \right) \quad \text{avec,} \quad P = \begin{bmatrix} p(\underline{x}_1 - \underline{x}) \\ \dots \\ p(\underline{x}_N - \underline{x}) \end{bmatrix}_{i \in V(\underline{x})} \quad (2)$$

où  $V(\underline{x})$  représente l'ensemble des points de mesure pris en compte pour la reconstruction en  $\underline{x}$  et sa taille dépend directement de  $R$ , au travers du support des fonctions poids introduites ci-après. La matrice  $W$  est formée de la diagonale des fonctions poids  $w(\underline{x}, \underline{x}_i)$  et assure la continuité de la solution :

$$w(\underline{x}, \underline{x}_i) = w_{ref}\left(\frac{x_1 - x_{1i}}{R}\right) w_{ref}\left(\frac{x_2 - x_{2i}}{R}\right) \quad (3)$$

où  $w_{ref}$  est ici un spline cubique dont le support est  $[-1, 1]$  et qui approche une Gaussienne.  $R$  est un rayon d'influence affecté à chaque point de reconstruction et permet de définir les points de données contribuant à la reconstruction en ce point. Lorsque le rayon  $R$  augmente, l'erreur aléatoire de reconstruction diminue mais l'erreur d'approximation augmente, un compromis devant être trouvé entre ces deux erreurs. Dans la mesure où les déplacements et les positions sont reconstruits indépendamment, il est possible de leur affecter des rayons de filtrage différents, respectivement notés  $R_U$  et  $R_X$ .

Les termes  $a_2(\underline{x})$  et  $a_3(\underline{x})$ , correspondant aux coefficients de  $\{a\}$  pour les monômes  $x_1$  et  $x_2$ , représentent les dérivées premières en espace au point  $\underline{x}$  au sens diffus. Il est choisi d'estimer le champ approche continu aux points de mesure uniquement. Ainsi, on dispose des dérivées diffuses par rapport aux coordonnées capteur  $\frac{\delta X_i}{\delta x_j}$  et  $\frac{\delta U_i}{\delta x_j}$  aux points de mesure.

## 2.2 Estimation des déformations dans le repère local

Les déformations peuvent être définies en chaque point de la surface gauche étudiée comme la partie tangentielle du gradient symétrique des déplacements tangentiels à la surface. Une première étape est donc de déterminer une base locale  $(\underline{t}_1, \underline{t}_2, \underline{n})$  dans laquelle décomposer les déplacements. Ceci peut se faire à partir des vecteurs tangents déduits de la paramétrisation de la surface et des  $\frac{\delta X_i}{\delta x_j}$  :

$$\begin{cases} \underline{T}_1 = \left( \frac{\delta X_1}{\delta x_1}, \frac{\delta X_2}{\delta x_1}, \frac{\delta X_3}{\delta x_1} \right)^T, & \underline{t}_1 = \frac{\underline{T}_1}{|\underline{T}_1|} \\ \underline{T}_2 = \left( \frac{\delta X_1}{\delta x_2}, \frac{\delta X_2}{\delta x_2}, \frac{\delta X_3}{\delta x_2} \right)^T, & \underline{t}_2 = \frac{\underline{T}_2}{|\underline{T}_2|} \\ \underline{n} = \underline{t}_1 \wedge \underline{t}_2 \end{cases} \quad (4)$$

Les positions, déplacements ainsi que leurs dérivées peuvent alors être exprimés dans la base locale :

$$X_i^\ell, \quad U_i^\ell, \quad \frac{\delta X_i^\ell}{\delta x_j}, \quad \frac{\delta U_i^\ell}{\delta x_j}, \quad \text{avec,} \quad i \in \{1, 2, 3\} \text{ et } j \in \{1, 2\}.$$

Le gradient des déplacements par rapport aux coordonnées dans la base locale est alors relié au gradient par rapport aux coordonnées dans le plan du capteur par :

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta U_i^\ell}{\delta x_1} \\ \frac{\delta U_i^\ell}{\delta x_2} \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \frac{\delta U_i^\ell}{\delta X_1^\ell} \\ \frac{\delta U_i^\ell}{\delta X_2^\ell} \end{bmatrix} \quad \text{avec,} \quad [J] = \begin{bmatrix} \frac{\delta X_1^\ell}{\delta x_1} & \frac{\delta X_2^\ell}{\delta x_1} \\ \frac{\delta X_1^\ell}{\delta x_2} & \frac{\delta X_2^\ell}{\delta x_2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

En inversant la relation (5) en tout point de mesure, il est enfin possible de déduire la déformation tangentielle en tout point de mesure sur la surface étudiée.

### 3 Exemple numérique

#### 3.1 Création des mesures

La méthode est tout d'abord illustrée sur des exemples numériques. Deux géométries différentes peuvent être considérées :

- Géométrie plane : la zone de mesure est une partie du plan  $X = Z$  ;
  - Géométrie sphérique : la zone de mesure est une partie de la sphère d'équation  $X^2 + Y^2 + Z^2 = R_0^2$  ;
- Le champs de déplacement est quant à lui défini dans la base globale par :

$$\begin{cases} U(X,Y,Z) = 0,01 m_X X^2 \\ V(X,Y,Z) = 0,01 m_X X Y \\ W(X,Y,Z) = 0,01 m_X X \end{cases} \quad (6)$$

où  $m_X$  est la valeur de la norme de la position des points de mesure et le coefficient 0,01 est là pour obtenir une déformation de l'ordre de 1%.

Une grille régulière de  $100 \times 150$  points est créée représentant la grille de mesure sur le capteur d'une des caméras. Un bruit blanc gaussien est alors ajouté aux données de position et de déplacement, pour représenter l'erreur aléatoire de mesure. L'hypothèse de bruit blanc est sans doute un peu forte, notamment puisqu'elle implique l'absence de corrélation entre position et déplacement, mais pourra être améliorée en tenant compte des spécificités des logiciels de reconstruction (de même, le même niveau d'erreur est supposé dans le plan et hors plan). L'amplitude du bruit sur les déplacements et les positions est respectivement choisie de 3% de l'amplitude des déplacements et de 0,3% (ou 0,5% au 3.3) de l'amplitude de la position. Ces niveaux sont assez sévères, notamment pour la géométrie.

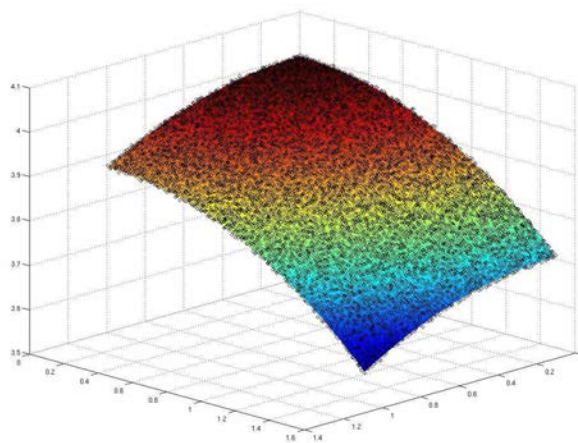


Fig. 1 – Surface théorique et points de mesure

La Figure 1 illustre la géométrie sphérique théorique sur laquelle sont ajoutées les positions des points de mesure avec perturbation de 3% des positions.

### 3.2 Reconstruction des déformations

Les champs de déformation reconstruits sont illustrés sur l'exemple de la géométrie sphérique, sur la composante  $\epsilon_{YY}$ . La Figure 2(a) présente le champ reconstruit pour des données non bruitées pour des paramètres  $R_U$  et  $R_X$  de 4, correspondant à un faible niveau de filtrage et aboutissant à une reconstruction fidèle du champ de déformation (cette figure peut donc servir de référence).

Dans un premier temps, seules les positions sont bruitées à un niveau de 0.3%, les déplacements restant exacts. Les erreurs sur les déformations sont alors dues à une mauvaise estimation de la base locale, ainsi que du jacobien dans (5). Les Figures 2(b), 2(c) et 2(d) présentent le champ de déformation  $\epsilon_{YY}$  reconstruit pour trois rayons de filtrages différents (4, 6 et 8 points de donnée). L'augmentation du rayon améliore les résultats.

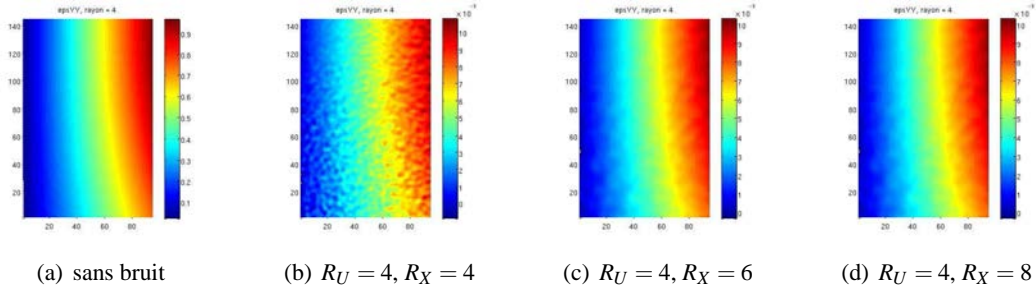


Fig. 2 –  $\epsilon_{YY}$  reconstruit sur une surface sphérique - uniquement la position est bruitée

Puis, les déplacements sont bruités à un niveau de 3%, les positions restant exactes. Les résultats sont représentés sur la Figure 3 sur  $\epsilon_{YY}$  pour des rayons de filtrage de 4 à 16. Vu le niveau de perturbation, les faibles niveaux de filtrage sont insuffisants pour permettre une description correcte du champ de déformation. Pour de grandes valeurs du rayon de filtrage  $R_U$ , les résultats deviennent correct. Ceci est ici possible du fait d'une évolution assez lente du champ exact à reconstruire. Toutefois, pour un champ d'évolution plus rapide, de tels rayons ne seraient pas envisageable et il faudrait alors plutôt opter pour un filtrage espace-temps [7].

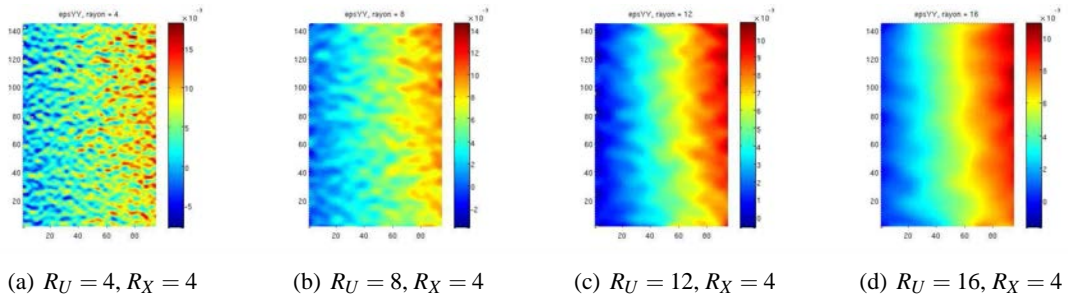


Fig. 3 –  $\epsilon_{YY}$  reconstruit sur une surface sphérique - uniquement le déplacement est bruité

Enfin, les résultats sont illustrés Figure 4 pour des données perturbées en position et en déplacement, pour des rayons de filtrage  $R_U = 12$  et  $R_X = 8$ . Il apparaît sur cet exemple que les plus grandes erreurs sont dues aux perturbations sur les déplacement plus que sur les positions. Ceci devra être confirmé par l'analyse de données expérimentales pour avoir des niveaux de perturbation représentatifs.

### 3.3 Erreur sur la géométrie

Il apparaît que le bruit affecte l'estimation de la base locale. Ce point particulier est ici étudié en estimant l'erreur commise sur la direction du vecteur normal à la surface lors de la reconstruction. Pour cela, on s'appuie sur des données de position perturbées par une réalisation de bruit blanc gaussien d'écart-type 0,5% de la norme moyenne des positions. La géométrie est alors reconstruite avec différents rayons d'approximation diffuse  $R_X$  et l'angle entre la direction normale théorique et la direction normale

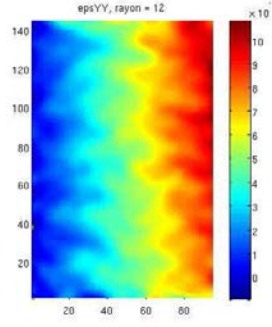


Fig. 4 –  $\epsilon_{YY}$  reconstruit sur une surface sphérique

estimée est calculée en chaque point de mesure. À partir de ce champ, une erreur RMS (Root Mean Square) est alors calculée en se basant sur une zone ne comprenant pas les points de bord de domaine (ceci se justifie par le fait que le comportement de l'approche sur les bords est différent de celui à l'intérieur et que les bords ne jouent pas le même rôle en fonction de la valeur de  $R_X$ ).

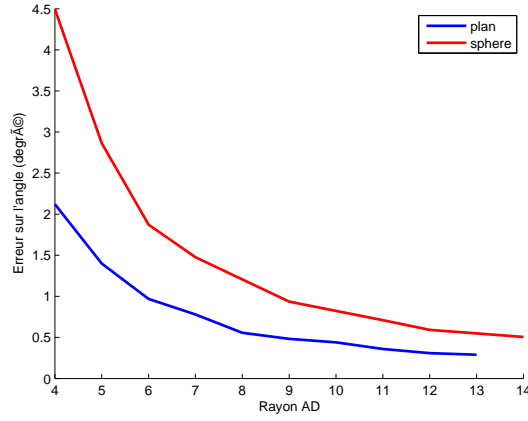


Fig. 5 – Angle par rapport à la normale théorique

Cette erreur est représentée Figure 5 pour les deux géométries considérées : plane et sphérique. Comme attendu, l'erreur diminue lorsque le rayon approximation diffuse augmente. Par ailleurs, l'erreur est plus importante dans le cas d'une géométrie sphérique, ce qui s'explique par l'erreur d'approximation qui est commise sur la géométrie (alors que la géométrie plane est exactement reproduite par la base polynomiale de l'approximation diffuse).

### 3.4 Reconstruction plane

Afin de limiter ces erreurs sur la géométrie de la pièce, la première possibilité est donc de jouer sur le rayon de l'approximation diffuse pour les positions, en partant du principe que les évolutions de la position sont plus lentes que celles des déplacements. Néanmoins, il est également possible de tirer partie d'information *a priori* sur la géométrie de la pièce, par exemple par des approches de régularisation. Plus simplement, si la géométrie est connue analytiquement, il est possible de la recaller par rapport au nuage de points des positions afin de disposer de bases locales et de jacobiens analytiques. Ceci peut également avoir un intérêt dans le cas d'éprouvette dont l'état de surface n'est pas suffisamment lisse à l'échelle de la mesure et si l'on souhaite des données pas trop locales en termes de déformation (voir par exemple l'application de la section 4).

Cette approche est appliquée ici dans le cas d'une géométrie plane où le meilleur plan est recalé par rapport au nuage de points. Sur l'exemple numérique s'appuyant sur une géométrie plane, cela conduit à une erreur sur la direction de la normale au plan inférieure à  $10^{-3^\circ}$

## 4 Essai sur composite CMC 3D

Une première application à des données expérimentales est proposée pour l'exploitation d'un essai de torsion sur barreau rectangulaire, appliquée à un matériau composite céramique orthotrope. L'objectif de cet essai est d'une part de caractériser le comportement élastique du matériau en cisaillement et, d'autre part, de décrire ses modes de ruine à l'aide d'un essai multi-instrumenté. La stéréo corrélation est utilisée pour mesurer les positions et les déplacements tridimensionnels sur la partie centrale du barreau. Le champ de déplacement sur cette zone restreinte, associée au couple transmis, permet d'obtenir simultanément les modules de cisaillement plan et hors plan du matériau [ref à la présentation de Venise ?]. Les champs de déformations sont utilisés afin de construire des indicateurs de l'évolution de l'endommagement du matériau lors de cette sollicitation. Cet outil d'observation est associé à l'analyse par Emission Acoustique, ainsi qu'à la fractographie MEB dans une démarche de multi-instrumentation pour caractériser le comportement endommageable du matériau composite testé.



Fig. 6 – Montage expérimental

Les barreaux rectangulaire sont sollicités sur une machine de type INSTRON-1343. Cette machine permet d'appliquer des sollicitations bi-axiales (traction et torsion simultanées), comme illustré Figure 6. Deux caméras similaires de marque ALLIED Vision Technologies à 4Mpx sont utilisées, avec des objectifs de distance focale de 28 mm. La corrélation d'images est effectuée via le logiciel VIC-3D de Correlated Solutions.

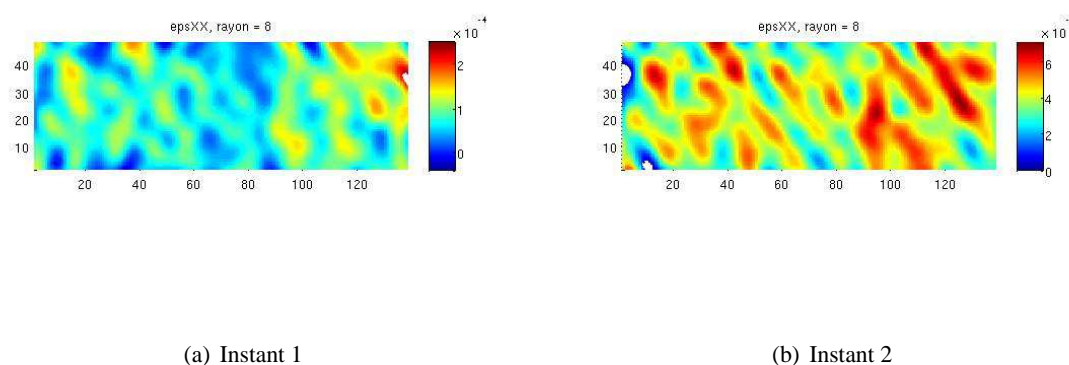


Fig. 7 –  $\epsilon_{XX}$  dans le repère local

Les champs de déformation sont reconstruit en s'appuyant sur l'hypothèse que la surface de l'éprouvette est plane. Cette hypothèse permet notamment de faire disparaître l'effet des aspérités du matériau pour la détermination de la base locale. Une alternative aurait pu être de s'appuyer sur de grands rayons de filtrage pour la géométrie et demande une étude plus poussée.

Les Figures 7,8 et 9 présente les champs de déformation reconstruits pour un rayon d'approximation diffuse de 8 points de donnée. Ce choix constitue un bon compromis entre filtrage et lissage des champs



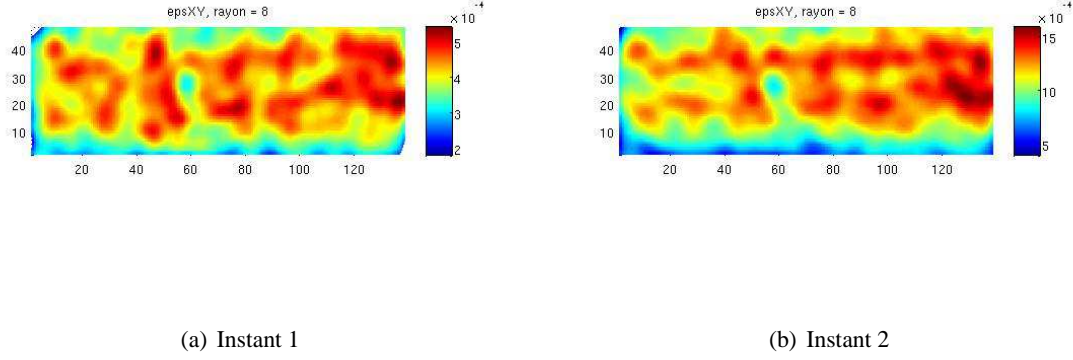


Fig. 8 –  $\epsilon_{XY}$  dans le repère local

mécaniques. Les champs sont représentés à deux instants différents, l'instant 1 correspondant au début de l'essai et l'instant 2 à un instant ultérieur. alors que des dissipations ont déjà pu être observées par émission acoustique. À l'instant 1, le rapport signal à bruit est un peu trop faible pour permettre une bonne description de l'ensemble des composantes du tenseur de déformation. Toutefois,  $\epsilon_{XY}$  est exploitable et peut permettre de caractériser le comportement élastique. À l'instant 2, le champ de déformation est mieux décrit, il apparaît comme hétérogène, du fait de la structure locale du matériau. À partir de ces champs, une étude complémentaire est nécessaire pour mettre en évidence les zones d'initiation de l'endommagement.

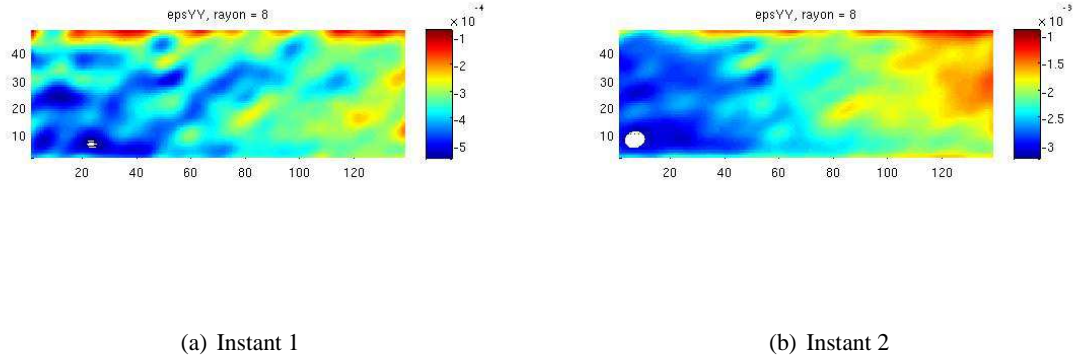


Fig. 9 –  $\epsilon_{YY}$  dans le repère local

## 5 Conclusion

Une approche de reconstruction des déformations pour des données de stéréocorrélation d'images numériques a été proposée. Elle s'appuie sur l'approximation diffuse et est adaptée à partir d'outils de filtrage déjà développés pour la corrélation d'images plane. Ceci permet de profiter de l'efficacité numérique de ces outils se basant sur des grilles régulières de point et permet d'envisager le filtrage espace-temps de données de stéréocorrélation d'images. L'approche a été appliquée sur quelques exemples numériques pour qualifier son comportement et s'avère fournir des résultats satisfaisants. Elle a ensuite été appliquée sur des essais de torsion sur composite CMC 3D dans le but de caractériser le scénario de ruine du matériau (en couplant les résultats avec d'autres moyens de mesure tels que l'émission acoustique).



Des applications pour la caractérisation du mouvement du visage sont en cours de réalisation.

## Références

- [1] Pierre Feissel. Du déplacement à la déformation. In *Mesures de champs et identification en mécanique des solides*, MIM, pages 209–241. Hermes, Michel Grédiac, François Hild edition, 2011.
- [2] Stéphane Avril, Pierre Feissel, Fabrice Pierron, and Pierre Villon. Comparison of two approaches for differentiating full-field data in solid mechanics. *Measurement Science and Technology*, 21(1) :015703, 2010.
- [3] B. Nayroles, G. Touzot, and P. Villon. La méthode des éléments diffus. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences, série 2, Mécanique, Physique, Chimie, Sciences de l'Univers, Sciences de la Terre*, 313(2) :133–138, 1991.
- [4] Thierry Roland, Pierre Feissel, Marion Risbet, Delphine Brancherie, and Jean-Marc Roelandt. Early fatigue damage detection in stainless steel through digital image correlation studies. In *Fatigue Design 2009*, Senlis, France, november 2009. CETIM.
- [5] Sutton MA, Orteu JJ, and Schreier HW. *Image correlation for shape, motion and deformation measurements : basic concepts, theory and applications*. Springer, New York, 2009.
- [6] Pierre Feissel, Julien Schneider, and Zoheir Aboura. Estimation of the strain field from full-field displacement noisy data : filtering through diffuse approximation and application to interlock graphite/epoxy composite. In *17<sup>th</sup> Int. Conference on Composite Materials*, Edinbourg, Royaume-Uni, juillet 2009. IOM.
- [7] Pierre Feissel, Joseph Henry, Mouldi Ben Azzouna, and Zoheir Aboura. Space-time diffuse approximation filtering : application to early damage detection in interlock composites. In *Photomechanics 2011*, Brussels, Belgium, february 2011.
- [8] S. Avril, P. Feissel, F. Pierron, and P. Villon. Estimation of strain field from full-field displacement noisy data. *Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 17(5-7) :857–868, 2008.