



**HAL**  
open science

# METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE MECANISMOS Y USO DE SOFTWARE PARA SU IMPLEMENTACIÓN

Edgar A Torres-Barahona, Jersson Xavier Leon-Medina, Maria L  
Pinto-Salamanca

► **To cite this version:**

Edgar A Torres-Barahona, Jersson Xavier Leon-Medina, Maria L Pinto-Salamanca. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE MECANISMOS Y USO DE SOFTWARE PARA SU IMPLEMENTACIÓN. XI Congreso Colombiano de Métodos Numéricos, Aug 2017, Bucaramanga, Colombia. hal-01715664

**HAL Id: hal-01715664**

**<https://hal.science/hal-01715664v1>**

Submitted on 22 Feb 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0  
International License

# METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE MECANISMOS Y USO DE SOFTWARE PARA SU IMPLEMENTACIÓN

Edgar A. Torres-Barahona<sup>1\*</sup>, Jersson X. Leon-Medina<sup>2</sup> y Maria L. Pinto-Salamanca<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Grupo de Energías y Nuevas Tecnologías (GENTE), Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Duitama, Colombia.

<sup>2</sup>Grupo de Investigación y Desarrollo de Ingeniería mecánica (GIDINT), Universidad Santo Tomás Seccional Tunja, Tunja, Colombia.

correo-e: edgar.torres@uptc.edu.co, jersson.leon@usantoto.edu.co, marialuisa.pinto@uptc.edu.co

**Resumen:** El análisis de mecanismos es una habilidad fundamental del ingeniero mecánico, electromecánico o Resumen: El análisis de mecanismos es una habilidad fundamental del ingeniero mecánico, electromecánico o mecatrónico, y para su enseñanza se han utilizado diversos métodos entre los cuales se encuentran los métodos gráfico, analítico y numérico [1]. Los textos de mecanismos hacen análisis en solo algunos puntos de la trayectoria, el objeto de este trabajo es desarrollar una metodología para determinar el comportamiento de un mecanismo como función del tiempo o la posición dentro de su rango de operación. Para ello se ha programado un algoritmo que calcula la cinemática inversa de un mecanismo dado, a través del análisis complejo y la identidad de Euler [2], para determinar la posición velocidad y aceleración de un mecanismo plano y su proyección al análisis de mecanismos en el espacio. Lo anterior, a partir de una ecuación de cierre y posterior cálculo de las funciones de velocidad y aceleración angular, por medio de la derivación de la función de posición. Esto le servirá al estudiante para comprender la teoría impartida en la clase, simular el comportamiento de mecanismos y dar un criterio válido para predecir el movimiento de los mismos. Como resultado de la aplicación de la metodología del trabajo se muestra inicialmente la aplicación a la solución de un mecanismo de cuatro barras y posteriormente al diseño de un robot paralelo.

Palabras Clave: Análisis de mecanismos, cinemática inversa, herramientas software.

Abstract: The analysis of mechanisms is a fundamental skill of the mechanical, electromechanical or mechatronics engineer, and for its teaching are used several methods among which are the graphical, analytical and numerical methods [1]. The texts of mechanisms make analysis in only some points of the trajectory, the object of this work is to develop a methodology to determine the behavior of a mechanism as a function of time or position within its range of operation. To do this we have programmed an algorithm that calculates the inverse kinematics of a given mechanism, through the complex analysis and the identity of Euler [2], to determine the position, velocity and acceleration of a flat mechanism and its projection to the analysis of mechanisms in the space. The above, from an equation of closing and later calculation of the functions of speed and angular acceleration, by means of the derivation of the position function. This will serve the student to understand the theory taught in the class, to simulate the behavior of mechanisms and to give a valid criterion to predict the movement of the same. As a result of the application of the work methodology, we initially show the application to the solution of a four-bar mechanism and later to the design of a parallel robot.

Key words: Mechanism analysis, inverse kinematics, software tools.

## 1. INTRODUCCIÓN

El diseño de mecanismos es una labor que reúne diferentes teorías y principios que los estudiantes de ingeniería mecánica deben dominar para poder aplicar sus conocimientos en el diseño de maquinaria y equipo [1]. Generalmente, en la asignatura impartida se tienen dos métodos para analizar un mecanismo que son el método gráfico y el analítico, precisamente para este último, se han implementado diferentes software con los que el estudiante se puede apoyar para realizar simulación y obtener valores de desplazamiento velocidad y aceleración, para luego obtener las fuerzas y momentos a los que está sometido un mecanismo [4]. Dentro de los principales software de simulación de mecanismos se encuentran ADAMS, Working Model, Synthetica entre otros [3], sin embargo estos software ofrecen al estudiante un entorno de simulación en donde no se muestra las ecuaciones que son solucionadas, generando dudas e inconvenientes a la hora de analizar y obtener resultados fiables.

Para complementar la teoría, el estudiante siempre desea contrastarla con desarrollos prácticos, es por esto que la simulación de mecanismos se convierte en una buena alternativa a la hora de comparar la teoría con la realidad [5]. Al

programar sus propios códigos, los estudiantes pueden diseñar y analizar mecanismos aplicando la teoría vista en clase. A su vez pueden realizar modificaciones y verificar resultados, en diferentes posiciones, velocidades y aceleraciones, generando que la implementación de la ecuaciones en lenguaje computacional sea transparente y nada este oculto, a diferencia de los software comerciales [3].

Añadir herramientas computacionales y habilidades de programación en el currículo del estudiante, representa un avance pedagógico ya que dentro de la asignatura de mecanismos impartida, el estudiante maneja la metodología descrita en este artículo para desarrollar un proyecto final, en donde utiliza los conocimientos adquiridos y programa su propio código para diseñar un mecanismo específico.

## 2. MÉTODOS

El software utilizado para desarrollar la metodología de análisis de mecanismos fue Matlab, el cual es un lenguaje de programación de alto nivel, con bastantes herramientas matemáticas que facilitan la implementación y comprensión al estudiante de algoritmos que el mismo puede realizar [1], con el fin interiorizar mejor los conocimientos adquiridos, al comprender el modelamiento matemático de un mecanismo, las ecuaciones de cierre que se obtienen y las posiciones, velocidades y aceleraciones de los grados de libertad en dicho mecanismo.

El proceso de aprendizaje que experimenta un estudiante al diseñar un algoritmo es una experiencia valiosa ya que debe decidir acerca del orden de las operaciones a efectuar, la información necesaria, el método numérico a utilizar para resolver ecuaciones, como visualizar los resultados, entre otras actividades, que reunidas, conforman una herramienta computacional de análisis de mecanismos.

Las habilidades de creación de software que puede interiorizar y perfeccionar un estudiante, se pueden mejorar con el desarrollo de proyectos, ya que se necesita escribir todas las partes del algoritmo y el estudiante debe organizar todas las partes del mismo e inclusive crear funciones que realicen actividades específicas, que podrá utilizar nuevamente en el futuro, el análisis numérico y las habilidades computacionales permean no solo la asignatura de mecanismos, sino que los métodos numéricos son usados en asignaturas de simulación en ingeniería mecánica, como el análisis estructural por elementos finitos y la dinámica computacional de fluidos, es por esto que el uso de software en el aula debe convertirse en una práctica cotidiana para apoyar y mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje [7].

### 2.1. Aplicación de los números complejos en el análisis de mecanismos planos

La metodología desarrollada permite el análisis de posiciones, velocidades y aceleraciones de un mecanismo a través de un lazo vectorial, como lo propuso Raven por primera vez en 1958 [6]. Con este método los eslabones se representan como vectores de posición en un sistema de coordenadas XY global, y se plantean de mediante número complejo como se muestra en la figura 1. Las magnitudes de los vectores son las longitudes de los eslabones, la dirección se define en el origen del vector con ángulo positivo en dirección contraria al movimiento de las manecillas del reloj y medido desde la dirección positiva del eje x.

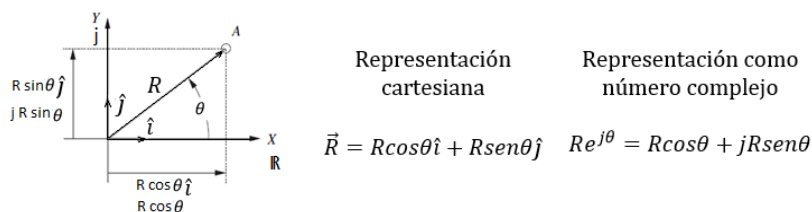


Figura 1. Representación cartesiana y como número complejo de un vector R.

Para un mecanismo plano como el representado en la figura 2, se define el referencial en  $O_2$  y un punto de análisis que para esta caso es B. La posición de B queda definida por los vectores  $\vec{R}_2$  y  $\vec{R}_3$  o por los vectores  $\vec{R}_1$  y  $\vec{R}_4$ . Es así que  $\vec{R}_2 + \vec{R}_3 = \vec{R}_1 + \vec{R}_4$ , de forma que igualando a cero se obtiene la ecuación de lazo

$$\vec{R}_2 + \vec{R}_3 - \vec{R}_1 - \vec{R}_4 = 0 \tag{1}$$

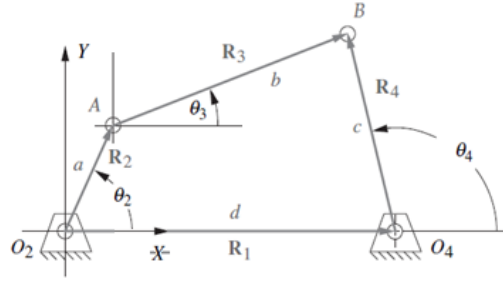


Figura 2. Representación de lazo para un mecanismo de cuatro barras con énfasis en el punto B.

En representación polar el lazo de la ecuación 1 se tiene

$$R_2 e^{j\theta_2} + R_3 e^{j\theta_3} - R_1 e^{j\theta_1} - R_4 e^{j\theta_4} = 0 \quad (2)$$

De este modelo matemático se desprenden las componentes en los reales y los imaginarios y se resuelve para definir las posiciones, representadas por los ángulos  $\theta_3$  y  $\theta_4$ , como función de la posición del eslabón 2 ( $\theta_2$ ), considerada la condición de entrada.

La facilidad de la representación como número complejo radica en el planteamiento de modelos paramétricos en el dominio del tiempo o del espacio ( $\theta = \omega t$ ), que permite definir posiciones o trayectorias de cualquier punto perteneciente a uno de los eslabones del mecanismo. Además, la facilidad para derivar matemáticamente la representación compleja agiliza la determinación de las velocidades y aceleraciones de los eslabones o puntos del mecanismo, como se muestra.

$$\frac{d e^{j\theta}}{d\theta} = j e^{j\theta} \quad (3)$$

Derivando las posiciones (ecuación 2) para encontrar las velocidades se tiene

$$j\dot{\theta}_2 R_2 e^{j\theta_2} + jR_3 \dot{\theta}_3 e^{j\theta_3} - jR_1 \dot{\theta}_1 e^{j\theta_1} - jR_4 \dot{\theta}_4 e^{j\theta_4} = 0 \quad (4)$$

Donde  $\dot{\theta}$  es la velocidad angular  $\omega$ . Reescribiendo se tiene el modelo matemático de donde se encuentra  $\omega_3$  y  $\omega_4$  a partir de la posición  $\theta_2$  y la velocidad angular de entrada  $\omega_2$

$$j\omega_2 R_2 e^{j\theta_2} + jR_3 \omega_3 e^{j\theta_3} - jR_4 \omega_4 e^{j\theta_4} = 0 \quad (5)$$

Derivando la ecuación 5 se obtiene el modelo matemático para las aceleraciones, representado por la ecuación 6.

$$j r_2 \alpha_2 e^{j\theta_2} + j^2 r_2 \omega_2^2 e^{j\theta_2} + j r_3 \alpha_3 e^{j\theta_3} + j^2 r_3 \omega_3^2 e^{j\theta_3} - j r_4 \alpha_4 e^{j\theta_4} - j^2 r_4 \omega_4^2 e^{j\theta_4} = 0 \quad (6)$$

Siendo  $\alpha$  la aceleración angular. De este modelo matemático se encuentra  $\alpha_3$  y  $\alpha_4$  a partir de las posiciones y las velocidades angulares y la aceleración de entrada  $\alpha_2$ .

## 2.2. Análisis para mecanismo de un grado de libertad

Si se observa la figura 3a, para la cual se requiere establecer la posición del punto P, la trayectoria la velocidad y la aceleración como función de la posición, la velocidad angular y la aceleración angular del eslabón 2 ( $\theta_2$ ,  $\omega_2$  y  $\alpha_2$  respectivamente), se procede de la siguiente manera

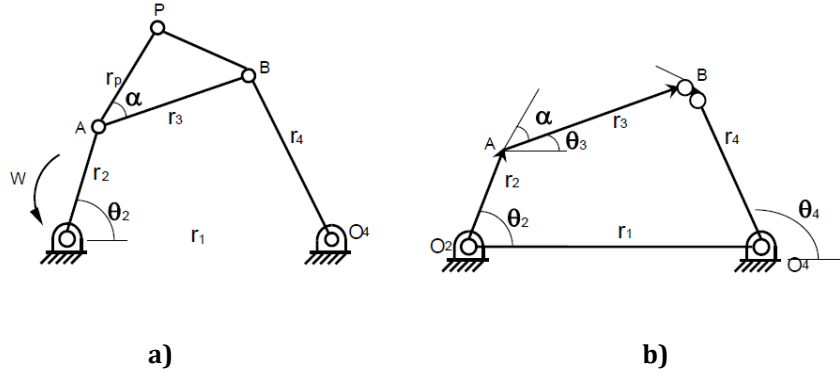


Figura 3: a). Mecanismo de barras con punto P de análisis y b). Mecanismo base

### Análisis de posiciones

Se tiene en cuenta el mecanismo base mostrado en la figura 3b. y que coincide con la figura 2, para la cual se definió con la ecuación 2, en forma de número complejo

$$r_2 e^{j\theta_2} + r_3 e^{j\theta_3} - r_1 e^{j\theta_1} - r_4 e^{j\theta_4} = 0$$

Se desarrolla para los reales R y los imaginarios J obteniendo

$$R: r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 - r_1 - r_4 \cos \theta_4 = 0 \quad (7)$$

$$J: r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 - r_4 \sin \theta_4 = 0 \quad (8)$$

Despejando para encontrar los ángulos se tiene:

$$\theta_3 = 2 \arctan \left( \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right) \quad (10)$$

Donde  $A = \cos \theta_2 - K_1 + K_2 \cos \theta_2 + K_3$ ,  $B = -2 \sin \theta_2$  y  $C = K_1 + (K_2 - 1) \cos \theta_2 + K_3$ .

Siendo  $K_1 = \frac{r_1}{r_2}$ ,  $K_2 = \frac{r_1}{r_3}$  y  $K_3 = \frac{r_4^2 - r_1^2 - r_2^2 - r_3^2}{2r_2 r_3}$

De forma similar para  $\theta_4$

$$\theta_4 = 2 \arctan \left( \frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D} \right) \quad (11)$$

Donde  $D = \cos \theta_2 - K_1 + K_4 \cos \theta_2 + K_5$ ,  $E = -2 \sin \theta_2$  y  $F = K_1 - (K_4 + 1) \cos \theta_2 + K_5$ .

Siendo  $K_4 = \frac{r_1}{r_4}$  y  $K_5 = \frac{r_2^2 - r_3^2 + r_4^2 + r_1^2}{2r_2 r_4}$

Una vez determinada la posición angular del eslabón 3, es decir  $\theta_3$ , se determina la posición de P siguiendo el mismo principio de números complejos

$$P_p = r_2 + r_p \quad (12)$$

$$P_p = r_2 e^{j\theta_2} + r_p e^{j(\theta_3 + \alpha)} \quad (12a)$$

$$P_p = (r_2 \cos \theta_2 + r_p \cos(\theta_3 + \alpha)) + j(r_2 \sin \theta_2 + r_p \sin(\theta_3 + \alpha)) \quad (12b)$$

### Análisis de velocidades

A partir del modelo matemático de velocidades definido con la ecuación 5, derivando y analizando por componentes se tiene

$$\text{En R: } r_2 w_2 \sin \theta_2 r_3 w_3 \sin \theta_3 - r_4 w_4 \sin \theta_4 = 0 \quad (13)$$

$$\text{En J: } r_2 w_2 \cos \theta_2 + r_3 w_3 \cos \theta_3 - r_4 w_4 \cos \theta_4 = 0 \quad (14)$$

De este sistema de ecuaciones y despejando para  $w_3$

$$w_3 = \frac{r_2 w_2 \sin \theta_2 - r_2 w_2 \cos \theta_2 \tan \theta_4}{r_3 \cos \theta_3 \tan \theta_4 - r_3 \sin \theta_3} \quad (14)$$

y

$$w_4 = \frac{r_2 w_2 \cos \theta_2 + r_3 w_3 \cos \theta_3}{r_4 \cos \theta_4} \quad (15)$$

Haciendo el análisis para el punto P, derivando la ecuación 12a

$$v_p = jr_2 w_2 e^{j\theta_2} + jr_5 w_3 e^{j(\theta_3 + \alpha)} \quad (16)$$

Analizando por componentes y teniendo en cuenta que la dirección real coincide con la dirección x y que la dirección imaginaria coincide con la dirección y, se tiene

$$v_{px} = -r_2 w_2 \sin(\theta_2) - r_p w_3 \sin(\theta_3 + \alpha) \quad (17)$$

$$v_{py} = r_2 w_2 \cos(\theta_2) + r_p w_3 \cos(\theta_3 + \alpha) \quad (18)$$

En magnitud

$$v_p = \sqrt{v_{px}^2 + v_{py}^2} \quad (19)$$

### Análisis de aceleraciones

Siguiendo el mismo procedimiento de las velocidades y a partir de la ecuación 6 se analizan las aceleraciones y por componentes se despeja para  $\alpha_3$ , obteniendo

$$\alpha_4 = \frac{r_3 \alpha_3 \sin \theta_3 - S}{r_4 \sin \theta_4} \quad (20)$$

y

$$\alpha_3 = \frac{T + \frac{S}{\tan \theta_4}}{\frac{r_3 \sin \theta_3}{\tan \theta_4} - r_3 \cos \theta_3} \quad (21)$$

Donde  $S = -r_2 \alpha_2 \sin \theta_2 - r_2 w_2^2 \cos \theta_2 - r_3 w_3^2 \cos \theta_3 + r_4 w_4^2 \cos \theta_4$  y  $T = r_2 \alpha_2 \cos \theta_2 - r_2 w_2^2 \sin \theta_2 - r_3 w_3^2 \sin \theta_3 + r_4 w_4^2 \sin \theta_4$

Para el punto P

$$a_p = jr_2 \alpha_2 e^{j\theta_2} - r_2 w_2^2 e^{j\theta_2} + jr_5 \alpha_3 e^{j(\theta_3 + \alpha)} - r_5 w_3^2 e^{j(\theta_3 + \alpha)} \quad (22)$$

$$a_{px} = -r_2 \alpha_2 \sin(\theta_2) - r_2 w_2^2 \cos(\theta_2) - r_5 \alpha_3 \sin(\theta_3 + \alpha) - r_5 w_3^2 \cos(\theta_3 + \alpha) \quad (23)$$

$$a_{py} = r_2 \alpha_2 \cos(\theta_2) - r_2 w_2^2 \sin(\theta_2) + r_5 \alpha_3 \cos(\theta_3 + \alpha) - r_5 w_3^2 \sin(\theta_3 + \alpha) \quad (24)$$

En magnitud

$$a_p = \sqrt{a_{px}^2 + a_{py}^2} \quad (25)$$

### 2.3. Aplicación de la metodología a un mecanismo paralelo de dos grados de libertad.

Para el análisis en dos grados de libertad, se toma el mecanismo aplicado a robótica paralela mostrado en la figura 4. Se requiere establecer el **área de trabajo**, y los **valores de entrada para definir las posiciones y las trayectorias de salida**.

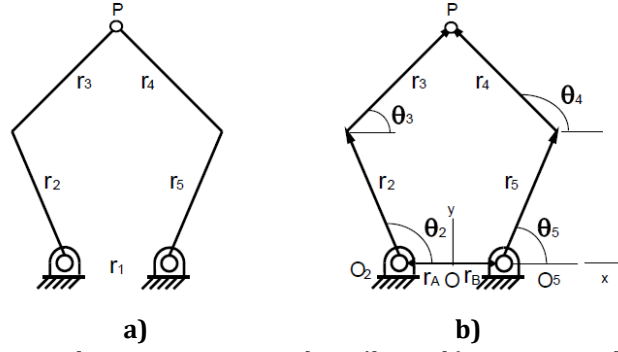


Figura 4: a). Mecanismo paralelo de cinco barras con punto P de análisis y b). Mecanismo base

El análisis de posición para el punto P se hace teniendo en cuenta que las entradas están dadas por  $\theta_2$ ,  $\theta_5$ ,  $w_2$  y  $w_5$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_5$ , así como las longitudes de cada uno de los eslabones.

Tomando como base la figura 4b, se establece la ecuación de lazo para el punto de análisis P, desde el referencial general en O. Es así que

$$r_A + r_2 + r_3 - r_B - r_5 - r_4 = 0 \quad (26)$$

Como número complejo

$$r_A e^{j\theta_A} + r_2 e^{j\theta_2} + r_3 e^{j\theta_3} - r_B e^{j\theta_B} - r_5 e^{j\theta_5} - r_4 e^{j\theta_4} \quad (27)$$

De la ecuación 27 y expresando en componentes.

$$\text{En } R: 0 = -r_A + r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 - r_B - r_5 \cos \theta_5 - r_4 \cos \theta_4 \quad (28)$$

$$\text{En } j: 0 = r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 - r_5 \sin \theta_5 - r_4 \sin \theta_4 \quad (29)$$

**Área de trabajo, establecida por cinemática directa:** Dados  $\theta_2$  y  $\theta_5$  se encuentra la posición del punto E

Se determinan los valores de  $\theta_3$  o  $\theta_4$  a partir de las ecuaciones 28 y 29

$$\tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right) = \frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D} \quad (30)$$

Donde  $D = K_6 - K_4$ ,  $E = 2K_5$  y  $F = A + C$ , siendo  $K_4 = -r_A - r_B + r_2 \cos \theta_2 - r_5 \cos \theta_5$ ,  $K_5 = r_2 \sin \theta_2 - r_5 \sin \theta_5$  y  $K_6 = \frac{r_3^2 - r_4^2 + K_4^2 + K_5^2}{2r_3}$

$$\tan\left(\frac{\theta_4}{2}\right) = \frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4HI}}{2H} \quad (31)$$

Donde  $H = K_7 - K_4$ ,  $I = K_4 + K_7$ , siendo  $K_7 = \frac{(r_3^2 - r_4^2 - (K_4^2 + K_5^2))}{2r_4}$

Con el valor de  $\theta_3$  o  $\theta_4$  se define la posición de P así:

$$P_p = r_B e^{j\theta_B} + r_5 e^{j\theta_5} + r_4 e^{j\theta_4} \quad (32)$$

Con componentes

$$P_x = r_B + r_5 e^{j\theta_5} + r_4 e^{j\theta_4} \quad (33)$$

$$P_y = r_B e^{j\theta_B} + r_5 e^{j\theta_5} + r_4 e^{j\theta_4} \quad (34)$$

**Mediante cinemática inversa se determinan las condiciones de entrada para una salida deseada.** Dado el punto P ( $P_x, P_y$ ) se encuentran  $\theta_2$  y  $\theta_5$

Posición de P =  $r_B e^{j\theta_B} + r_5 e^{j\theta_5} + r_4 e^{j\theta_4}$ , por la trayectoria de la derecha en la figura 4b.

En los R:  $P_x = r_B + r_5 \cos \theta_5 + r_4 \cos \theta_4$  (35)

En los J:  $P_y = r_5 \sin \theta_5 + r_4 \sin \theta_4$  (36)

Despejando, elevando al cuadrado las ecuaciones 33 y 34, haciendo  $K_8 = P_x - r_B$  y sumando

$$\begin{aligned} r_4^2 \cos^2 \theta_4 &= (K_8 - r_5 \cos \theta_5)^2 \\ r_4^2 \sin^2 \theta_4 &= (P_y - r_5 \sin \theta_5)^2 \end{aligned}$$

---


$$r_4^2 = K_8^2 - 2K_8 r_5 \cos \theta_5 + r_5^2 \cos^2 \theta_5 + P_y^2 - 2P_y r_5 \sin \theta_5 + r_5^2 \sin^2 \theta_5$$

Haciendo

$$K_9 = K_8^2 + P_y^2 + r_5^2 - r_4^2$$

Se tiene

$$0 = -2 K_8 r_5 \cos \theta_5 - 2P_y r_5 \sin \theta_5 + K_9$$

Encontrando que

$$\tan\left(\frac{\theta_5}{2}\right) = \frac{-K \pm \sqrt{K^2 - 4JL}}{2J} \quad (37)$$

Siendo  $L = K_9 - 2K_8 r_5$ ,  $J = K_9 + 2K_8 r_5$  y  $K = -4P_y r_5$

De forma similar, por la trayectoria de la izquierda en la figura 4b se tiene

Posición de P  $= r_A e^{j\theta_A} + r_2 e^{j\theta_2} + r_3 e^{j\theta_3}$

De donde

$$\tan\left(\frac{\theta_2}{2}\right) = \frac{-N \pm \sqrt{N^2 - 4MO}}{2M} \quad (38)$$

Donde  $M = 2K_{10}r_2 + K_{11}$ ,  $N = -4P_y r_2$ ,  $O = K_{11} - 2K_{10} r_2$  siendo  $K_{10} = P_x + r_A$  y  $K_{11} = F^2 + P_{Ey}^2 + r_2^2 - r_3^2$

### 3. RESULTADOS

#### 3.1 Para el mecanismo de un grado de libertad

Para el mecanismo de un grado de libertad, y utilizando Matlab como herramienta de apoyo para procesar la información, se asumen valores para los diferentes eslabones de  $r_1 = 200$  mm,  $r_2 = 100$  mm,  $r_3 = 250$  mm,  $r_4 = 300$  mm,  $r_p = 150$  mm, verificando que se cumple Grashof y tomando el ángulo  $\alpha = 45^\circ$ ; se reemplazan los valores en la ecuación 12b, se obtiene los resultados de la trayectoria seguida por el punto P mostrada en la Figura 5.

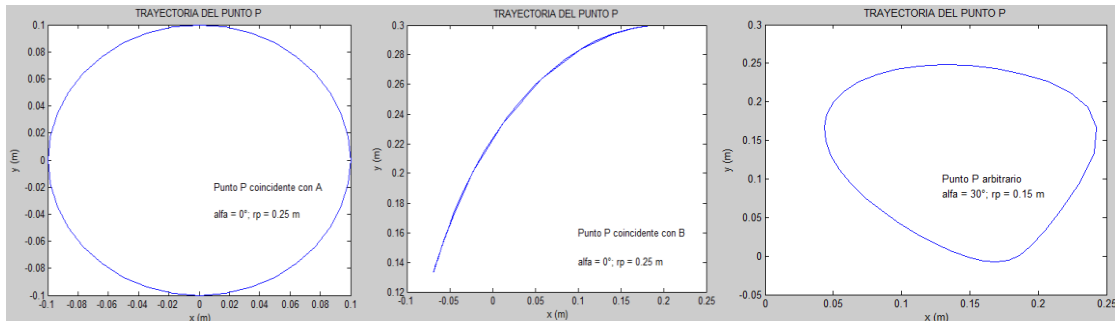


Figura 5: Trayectorias seguidas por el punto P en el mecanismo de un grado de libertad, en función de la ubicación del punto P adherido al eslabón 3.

El desarrollo paramétrico permite el trazo y la comparación de diferentes trayectorias para ajustar el resultado a los requerimientos del espacio de trabajo requeridos por la aplicación.



Como herramienta didáctica, el estudiante valida los resultados teóricos, establece rangos de operación, características de las trayectorias encontradas y tendencias de operación en función de los parámetros de análisis.

Con una velocidad angular constante  $w_2 = 20 \text{ rad/s}$ , se reemplaza en las ecuaciones 17, 18 y 19. El resultado permite encontrar.

Valores máximos y mínimos y razones de cambio que apoyan el análisis de las aceleraciones.

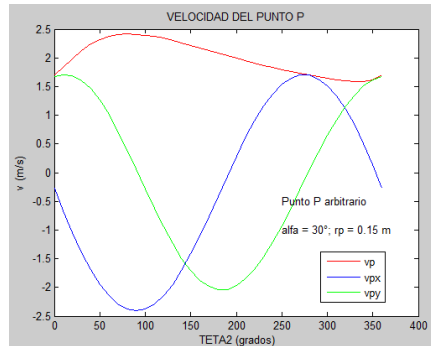


Figura 6: Resultados de velocidades en x, y -magnitud propias del punto P

Al reemplazar los valores en las ecuaciones 23, 24 y 25 con lo referente al análisis de aceleraciones respecto de la posición angular, se obtienen los resultados ilustrados en la Figura 7.

Estos resultados permiten encontrar los puntos críticos para el análisis cinético del mecanismo, ya que el componente inercial es un factor crítico para el sistema que se desempeñan a altas velocidades.

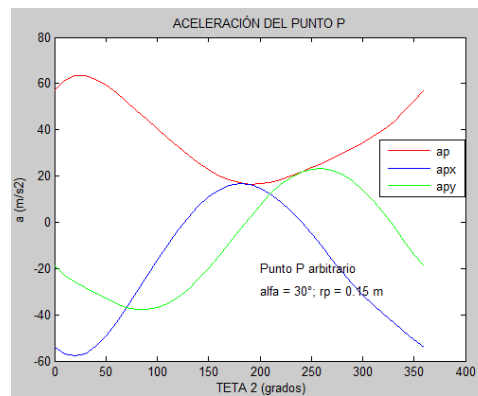


Figura 7: Resultados de aceleraciones en x, y -magnitud propias del punto P

### 3.1 Para el mecanismo de dos grados de libertad

Con los resultados obtenidos de la cinemática directa del mecanismo paralelo de dos grados de libertad se obtiene el espacio de trabajo mostrado en la Figura 8. Este espacio es determinante para la aplicación del mecanismo, toda vez que a diferencia de un mecanismo de un grado de libertad, cuya respuesta para un punto es una trayectoria lineal, este sistema permite el posicionamiento en cualquier punto, lo que facilita su aplicación de sistemas de impresión 2D por sí mismo o 3D si se define un eje adicional z de avance o retroceso de la base de impresión.

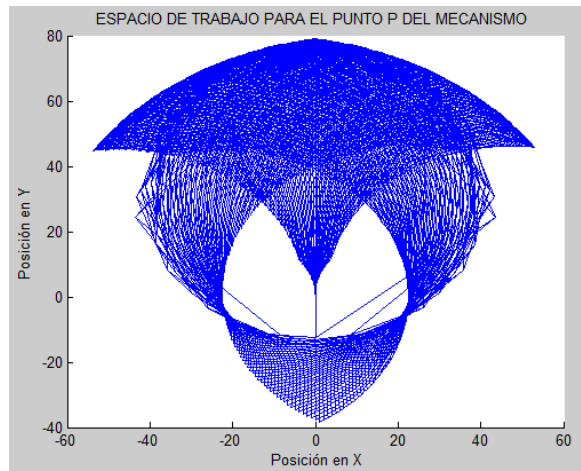


Figura 8: Espacio de trabajo del mecanismo paralelo de dos grados de libertad

#### 4. CONCLUSIONES

El estudio de los mecanismos o cadenas cinemáticas se puede abordarse desde diferentes enfoques como el análisis gráfico, el análisis vectorial o la representación vectorial como números en el plano complejo; la representación gráfica facilita el análisis dinámico para una posición particular, sin embargo se deben multiplicar esfuerzos en actividades repetitivas si se quiere encontrar la tendencia del comportamiento del sistema en el dominio del espacio o del tiempo, por otra parte las operaciones vectoriales requieren alta concentración para establecer la secuencia las relaciones en magnitud y dirección de las cantidades vectoriales, el análisis mediante el método complejo, aplicando la identidad de Euler, facilita el desarrollo y las operaciones de los modelos matemáticos, permitiendo establecer el comportamiento del sistema en el dominio del tiempo o del espacio, como puede apreciarse con los modelos presentados.

La herramienta de análisis de mecanismos creada en matlab promueve un entorno propicio de aprendizaje, en el que el estudiante implementa su propio código en lenguaje computacional de alto nivel para simular el comportamiento de la posición, velocidad y aceleración de un mecanismo dado. Al utilizar la metodología descrita en el presente trabajo el estudiante tiene la posibilidad de identificar el comportamiento de un mecanismo a cualquier posición angular, lo que facilita el diseño de los mismos.

#### AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia y la Universidad Santo Tomás seccional Tunja, por el apoyo en los proceso investigativos que refuerzan los procesos de enseñanza aprendizaje de mecanismos en las carreras de ingeniería electromecánica e ingeniería mecánica respectivamente.

#### REFERENCIAS

- [1] A. M. D. Juan de Luna, R. Sancibrián Herrera, S. Rodríguez Pereira and Á. Sedano García, Aplicación de MATLAB® al diseño de mecanismos. XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica. Ciudad Real, España, 2010.
- [2] R. L. Norton, Diseño de maquinaria: Síntesis y análisis de máquinas y mecanismos .4 Ed México: McGraw-Hill, 2009.
- [3] M. Campbell and H.H. Cheng, Teaching computer-aided mechanism design and analysis using a high-level mechanism toolkit. Computer Applications in Engineering Education, 15(4), pp.277-288, 2007.
- [4] H.H. Cheng and M. Campbell, Effective teaching of computer integrated mechanism analysis and design. In Proceedings of the ASME 29th mechanism and robotics conference, no. DETC2005-85565, Long Beach, California. September, 2005.
- [5] T.T. Fu, Applications of computer simulation in mechanism teaching. Computer Applications in Engineering Education, 11(3), pp.156-165, 2003.
- [6] F.H. Raven, Velocity and acceleration analysis of plane and space mechanisms by means of independent position equations Trans ASME, 25, pp 1-6, 1958.
- [7] Sorby, S.A., Walker, G., Yano, M., Glzman, V., Kochersberger, K., Mathers, J., Mckinney, J., Schulman, J. and Young, M.,. Modernization of the mechanical engineering curriculum and guidelines for computer-aided engineering instruction. Computer Applications in Engineering Education, 7(4), pp.252-260, 1999

