



HAL
open science

Homogénéisation non linéaire d'un milieu 'cohésif-volumique'. Critères pratiques pour la calibration des MZCs

Nawfal Blal, Loïc Daridon, Yann Monerie, Stéphane Pagano

► **To cite this version:**

Nawfal Blal, Loïc Daridon, Yann Monerie, Stéphane Pagano. Homogénéisation non linéaire d'un milieu 'cohésif-volumique'. Critères pratiques pour la calibration des MZCs. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01706206

HAL Id: hal-01706206

<https://hal.science/hal-01706206v1>

Submitted on 10 Feb 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Homogénéisation non linéaire d'un milieu 'cohésif-volumique'

Critères pratiques pour la calibration des MZCs

N. Blal¹, L. Daridon^{2,3}, Y. Monerie^{2,3}, S. Pagano^{2,3}

¹ Université de Lyon, INSA-Lyon, LaMCoS UMR5259, F-69621, Villeurbanne, nawfal.blal@insa-lyon.fr

² Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Université Montpellier 2, CNRS, CC 048 Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier

³ Laboratoire de Micromécanique et d'Intégrité des Structures, CNRS-UM2-IRSN
 {loic.daridon, yann.monerie, stephane.pagano}@univ-montp2.fr

Résumé — On propose dans cette note un modèle micromécanique pour le comportement effectif d'un composite non linéaire de type cohésif-volumique. Le milieu étudié est composé d'une collection de zones cohésives noyée dans une matrice isotrope plastique. Le comportement homogénéisé est obtenu en introduisant un composite linéaire de comparaison (CLC) [1] ayant la même microstructure que le milieu non linéaire étudié et dont les comportements locaux sont décrits par des modules sécants [2]. Le comportement effectif du CLC est ensuite déterminé en utilisant le modèle linéaire récemment proposé par [3].

1 Introduction

La simulation numérique de la fissuration et d'endommagement par la méthode des éléments finis cohésifs-volumiques s'avère à la fois simple et efficace. L'idée repose sur une séparation locale du comportement en une partie volumique durcissante (intégrée dans les points de Gauss) et une partie surfacique adoucissante avec l'ensemble des mécanismes de fissuration et d'endommagement (insérée au niveau des interfaces). La loi volumique est caractérisée par un potentiel de déformation convexe alors que des modèles de zones cohésives (MZCs) sont utilisés pour décrire le comportement surfacique des interfaces. Malgré tous les développements proposés durant ces dernières années pour les MZCs, la question de la calibration des paramètres cohésifs ainsi que la dépendance des résultats numériques au maillage restent grandement ouverts. En se basant sur une approche micromécanique, on propose une méthodologie pratique pour la calibration des paramètres d'un MZC à partir de critères d'usage pratiques. Le principe consiste à dériver le comportement effectif issu d'une discrétisation éléments finis cohésifs-volumiques afin d'obtenir un ensemble de relations explicites entre les paramètres cohésifs et la réponse globale du matériau. L'inversion de ces relations permettra d'établir les critères recherchés. Ces critères sont donnés en fonction des propriétés macroscopiques du matériau, de la triaxialité du chargement imposé ainsi que des caractéristiques du maillage utilisé.

2 Comportement local

Considérons un milieu non-linéaire 'cohésif-volumique' issu d'un maillage de type élément finis isotrope (e.g. maillage de Delaunay). Ce milieu est constitué d'éléments volumiques couvrant un domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^q$ ($q = 2$ en 2D, $q = 3$ en 3D), et de zones cohésives insérées au niveau des interfaces $\Gamma \subset \mathbb{R}^{q-1}$ de la triangulation Delaunay. On note $Z = |\Gamma|/|\Omega|$ la longueur (resp. surface) spécifique de ces éléments cohésifs pour une configuration 2D (resp. 3D) (Z est dit aussi densité de maillage). Le comportement volumique est décrit dans le cadre de la théorie de plasticité de Hencky avec une loi puissance reliant la déformation locale $\boldsymbol{\varepsilon}$ à la contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ comme suivant :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \omega}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad \text{avec} \quad \omega(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbb{C}_{\text{ela}} : \boldsymbol{\varepsilon} + \sigma_0 \varepsilon_0 \mathcal{H}(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_0) \left[\frac{1}{p+1} \left(\frac{\varepsilon_{\text{eq}}}{\varepsilon_0} \right)^{p+1} - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_{\text{eq}}}{\varepsilon_0} \right)^2 + \frac{p-1}{p+1} \frac{\sigma_0 \varepsilon_0}{2} \right] \quad (1)$$

où : $\mathbb{C}_{\text{ela}} = 3k\mathbb{J} + 2\mu\mathbb{K}$ est le tenseur d'élasticité linéaire (k et μ sont respectivement les coefficients de compressibilité et de cisaillement, \mathbb{J} et \mathbb{K} sont les éléments de la bases des tenseurs du 4^{ème} ordre symétriques et isotropes), $\sigma_0 = 3\mu\varepsilon_0$ la limite d'élasticité (ε_0 déformation de référence), p est le degré d'écrouissage ($0 \leq p \leq 1$) et \mathcal{H} est la fonction Heaviside. Au niveau des interfaces cohésives Γ , le saut de déplacement $\boldsymbol{\delta} = \delta_n \mathbf{n} + \boldsymbol{\delta}_t$ (avec δ_n la composante normale portée par le vecteur normal à l'interface \mathbf{n} et $\boldsymbol{\delta}_t$ la composante tangentielle) est lié à la contrainte s'opposant à l'ouverture de la fissure \mathbf{R} à l'aide d'un modèle de zones cohésives. En notant C_n (resp. C_t) la raideur cohésive normale (resp.

tangentielle) et β est une fonction d'endommagement décroissante dépendant du saut de déplacement effectif $\delta_e = \sqrt{\delta_n^2 + C_t/C_n \delta_t^2}$, le comportement surfacique des MZCs est donné par :

$$\mathbf{R} = \beta(\delta_e) \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\delta} \quad \text{avec} \quad \mathbf{K} = C_n \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} + C_t (\mathbf{i} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \quad (2)$$

$$\text{où } \beta(\delta_e) = 1 \text{ si } 0 \leq \delta_e \leq \delta_a, \quad 0 < \beta(\delta_e) < 1 \text{ si } \delta_a < \delta_e < \delta_c, \quad \beta(\delta_e) = 0 \text{ si } \delta_c \leq \delta_e \quad (3)$$

avec \mathbf{i} est le tenseur identité d'ordre 2 et δ_a (resp. δ_c) est le saut de déplacement à l'amorçage (resp. rupture) de la l'interface (FIGURE 1).

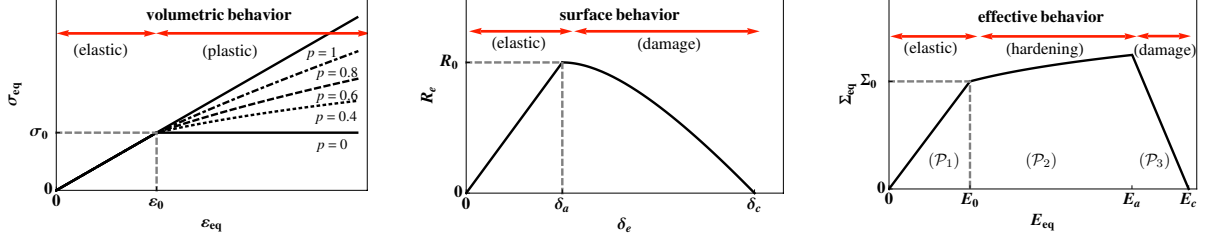


FIGURE 1 – Comportements locaux volumique (à gauche) et surfacique (milieu) vs comportement global (à droite).

3 Comportement global

D'un point de vue micromécanique, les éléments volumiques sont considérés comme une matrice isotrope et les zones cohésives comme des inclusions anisotropes aléatoirement orientées et réparties. Le comportement global élasto-plasto-endommageable issu de ce composite 'cohésifs-volumique' est dérivé en 3 étapes : (\mathcal{P}_1) le comportement global linéaire élastique ($\mathcal{H} = 0$ et $\beta = 1$), (\mathcal{P}_2) le comportement global non-linéaire plastique ($\mathcal{H} = 1$ et $\beta = 1$), et (\mathcal{P}_3), le comportement global non-linéaire endommageable ($\mathcal{H} = 1$ et $0 \leq \beta < 1$). La partie (\mathcal{P}_1) a été étudiée dans [3] et conduit au résultat élastique suivant :

$$\mathbb{C}_0^{\text{hom}} = 3k_0^{\text{hom}} \mathbb{J} + 2\mu_0^{\text{hom}} \mathbb{K} \quad \text{en notant :} \quad \begin{cases} k_0^{\text{hom}} = \frac{\xi_k}{1 + \xi_k} k & \text{avec } \xi_k = \frac{C_n}{Zk} \\ \mu_0^{\text{hom}} = \frac{\xi_\mu}{1 + \xi_\mu} \mu & \text{avec } \xi_\mu = \frac{15}{4(1 + 3\rho)} \frac{C_n}{Z\mu} \end{cases} \quad (4)$$

Pour la partie non linéaire (\mathcal{P}_2) (resp. (\mathcal{P}_3)), le principe consiste à introduire un composite linéaire de comparaison [1] dont le module de cisaillement (resp. et la raideur cohésive) sécant (resp. sécants) μ_0 (resp. et C_n^0) est évalué au second moment de déformation équivalente (resp. de saut déplacement effectif) : $\bar{\epsilon}_{\text{eq}} = \sqrt{\langle \epsilon_{\text{eq}}^2 \rangle_\Omega}$ (resp. $\bar{\delta}_e = \sqrt{\langle \delta_e^2 \rangle_\Gamma}$). Considérons le cas de la partie (\mathcal{P}_2) avec les comportements locaux qui deviennent :

$$\mathbb{C}_0 = 3k\mathbb{J} + 2\mu_0(\bar{\epsilon}_{\text{eq}})\mathbb{K} \quad \text{avec} \quad \mu_0(\bar{\epsilon}_{\text{eq}}) = \frac{\sigma_0}{3\varepsilon_0} \left(\frac{\bar{\epsilon}_{\text{eq}}}{\varepsilon_0} \right)^{p-1} \quad \text{et} \quad \mathbf{K}_0 = \mathbf{K} = C_n \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} + C_t (\mathbf{i} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}). \quad (5)$$

Le comportement homogénéisé du CLC est obtenu en utilisant le schéma linéaire (4) :

$$\mathbb{C}_0^{\text{hom}}(\bar{\epsilon}_{\text{eq}}) = 3k_0^{\text{hom}} \mathbb{J} + 2\mu_0^{\text{hom}}(\bar{\epsilon}_{\text{eq}}) \mathbb{K} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} k_0^{\text{hom}} = \frac{\xi_k}{1 + \xi_k} k & \text{où } \xi_k = \frac{C_n}{Zk} \\ \mu_0^{\text{hom}}(\bar{\epsilon}_{\text{eq}}) = \frac{\xi_\mu^0}{1 + \xi_\mu^0} \mu_0(\bar{\epsilon}_{\text{eq}}) & \text{où } \xi_\mu^0 = \frac{15}{4(1 + 3\rho)} \frac{C_n}{Z\mu_0(\bar{\epsilon}_{\text{eq}})} \end{cases} \quad (6)$$

L'inconnue locale $\bar{\epsilon}_{\text{eq}}$ intervenant dans l'ensemble des équations (5)-(6) est déterminée par une simple dérivation de l'énergie globale $\Psi_0^{\text{hom}}(\bar{\epsilon}_{\text{eq}}) = 1/2 \mathbf{E} : \mathbb{C}_0^{\text{hom}}(\bar{\epsilon}_{\text{eq}}) : \mathbf{E}$ (\mathbf{E} déformation macroscopique) [5] :

$$\bar{\epsilon}_{\text{eq}} = \frac{2}{3} \frac{\partial \Psi_0^{\text{hom}}(\bar{\epsilon}_{\text{eq}})}{\partial \mu_0(\bar{\epsilon}_{\text{eq}})} \implies \bar{\epsilon}_{\text{eq}} = \frac{\mu_0^{\text{hom}}(\bar{\epsilon}_{\text{eq}})}{\mu_0(\bar{\epsilon}_{\text{eq}})} \mathbf{E}_{\text{eq}} \quad (7)$$

Finalement, en résolvant (7) et (5), le module global $\mu^{\text{hom}}(\bar{\epsilon}_{\text{eq}})$ est obtenue par la forme implicite suivante :

$$\mu_0^{\text{hom}}(\bar{\epsilon}_{\text{eq}}) = \frac{\sigma_0}{3E_{\text{eq}}} \left(\frac{\bar{\epsilon}_{\text{eq}}}{\varepsilon_0} \right)^p. \quad (8)$$

Pour le cas général d'un écoulement non nul, $p \neq 0$, l'équation (8) est résolue numériquement : en combinant (5) et (7), on cherche tout d'abord le paramètre adimensionné ξ_μ^0 racine du problème non-linéaire :

$$\mathcal{G}(x) = x^p - Ax - A \quad \text{avec} \quad A = \left(\frac{15}{4(1+3\rho)} \frac{C_n}{Z\mu} \right)^{\frac{1}{p-1}} \frac{\varepsilon_0}{E_{\text{eq}}}, \quad (9)$$

ensuite, on détermine μ_0^{hom} en utilisant (6). Pour le comportement effectif endommageable (\mathcal{P}_3), la procédure à suivre est la même que celle-ci décrite précédemment en obtenant cette fois-ci deux problèmes scalaires non-linéaires à résoudre (en terme du module de cisaillement sécant et du paramètre d'endommagement par exemple). Les calculs pour la partie (\mathcal{P}_3) ne seront pas détaillés ici.

La pertinence de l'estimation obtenue est validée numériquement. Le comportement homogénéisé obtenu par notre modèle micromécanique est comparé avec aux résultats obtenus par homogénéisation numérique (plateforme Xper [6] avec conditions de périodicité et déformations planes). Les éléments volumiques ont un comportement élasto-plastique isotrope ($E = 117.5$ GPa, $\nu = 0.3$, $\sigma_0 = 1$ MPa, $p = 0.35$) alors que les interfaces sont régies par un MZC à 3 paramètres (les raideurs cohésives sont calibrées suivant le critère [3] avec une perte de raideur élastique tolérée à 1%, la contrainte maximale : $R_0 = 3\sigma_0$ et le saut de déplacement critique $\delta_c = 5.10^{-3}$ mm). La forme du MZC retenu est donnée par le modèle de Monerie-Perales [6] : $\beta(\delta_e) = \frac{\delta_a}{\delta_e} \left(1 - \left(\frac{\delta_e - \delta_c}{\delta_a - \delta_c} \right)^2 \right)$. Les résultats obtenus sont illustrés sur FIGURE 2 pour le cas du module de cisaillement homogénéisé μ^{hom} . On constate que : 1/ grâce à la calibration des raideurs cohésives suivant le critère [3], l'introduction de MZCs dans un milieu élastique n'influence pas son élasticité globale, 2/ pour le comportement plastique global, le modèle théorique prédit des résultats proches du résultat obtenu numériquement, 3/ pour la partie endommageable, un léger écart est observé entre le modèle théorique et la simulation numérique. Cet écart est essentiellement dû à une surestimation de la densité des zones cohésives endommagées par notre modèle. Cependant, le modèle micromécanique proposé permet une bonne prédiction des propriétés macroscopiques que celles obtenues numériquement : l'erreur associée à la contrainte maximale est de l'ordre de 4% et celle associée à l'énergie globale dissipée ne dépasse pas 7%.

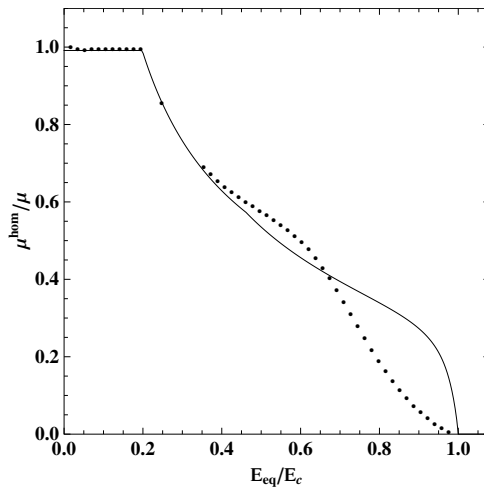


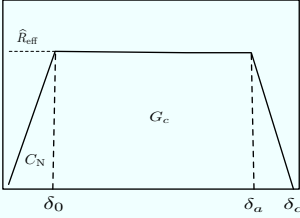
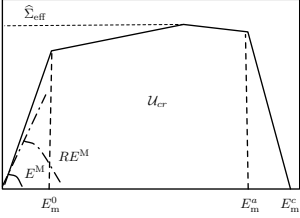
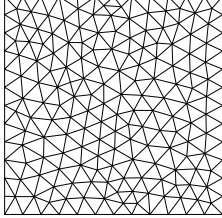
FIGURE 2 – Comparaison du comportement homogénéisé pour le module de cisaillement μ^{hom} (normée par le module de cisaillement des éléments volumiques μ) en fonction du chargement imposé : résultat numérique par MEF (pointillés) et prédiction du modèle proposé (courbe continue).

4 Critères micromécaniques pour la calibration des paramètres d'un MZC ductile

Les travaux de [3] ont permis de proposer un critère judicieux pour la calibration des raideurs cohésives afin d'éviter la perte de raideur élastique intrinsèque aux MZCs. Dans [4], des critères ingénieurs ont été proposés pour la calibration d'un MZC fragile. Le modèle proposé dans cette communication permet d'étendre ces résultats au cas d'un MZC pour des matériaux de type ductile. En effet, l'intérêt du modèle proposé est qu'il est applicable indépendamment : 1/ de la forme géométrique du MZC, 2/ du degré d'écrouissage du matériau et 3/ du chargement imposé. Il permet ainsi de dériver des relations explicites entre les paramètres cohésifs locaux et les propriétés macroscopiques du matériau. Ces relations dépendent de la densité de maillage et du tau de triaxialité de la déformation imposée ($T = E_m/E_{\text{eq}}$, où E_m et E_{eq}

sont respectivement la partie hydrostatique et équivalente du chargement macroscopique). L'identification de ces relations au comportement du matériau, obtenu par exemple expérimentalement, conduit, après une analyse inverse, à un ensemble de critères pratiques pour calibrer les paramètres du MZC retenu. Ces critères sont écrits en fonction des propriétés macroscopiques du matériau, de la triaxialité du chargement imposé ainsi que des caractéristiques du maillage utilisé. La fiche TABLE 1 illustre l'exemple des critères ingénieurs obtenus pour le cas d'un MZC trapézoïdale avec un matériau parfaitement plastique.

TABLE 1 – Fiche synthèse des critères-ingénieur pour la calibration d'un modèle de zones cohésives trapézoïdal (cas $p = 0$)

Données		
MZC (à calibrer)	Comportement global (expérience)	Maillage (taille L_{mesh} et morphologie γ)
		
Comportement élastique (cf [3])		
Raideur cohésive normale : $\frac{C_n L_{\text{mesh}}}{E^m} = \gamma \frac{R}{1-R} \frac{1}{3(1-2\nu^m)}$		
Raideur cohésive tangentielle : $C_t = 2 \frac{1-2\nu^m}{1+3\nu^m} C_n$		
Rupture Ductile		
Contrainte cohésive maximale : $\frac{\hat{R}_{\text{eff}}}{\sigma_0} = \sqrt{\frac{1}{36T^2} + \left(\frac{\hat{\Sigma}_{\text{eff}}}{\sigma_0}\right)^2} - \frac{1}{6T}$		
Ouverture à l'amorçage : $\delta_a = \left[\left(\frac{1-2\nu^m}{2} \frac{\sigma_0}{E^m}\right) \left(\frac{1}{T} - \sqrt{\frac{1}{T} + 36 \left(\frac{\hat{\Sigma}_{\text{eff}}}{\sigma_0}\right)^2}\right) + 3E_m^a \right] \frac{L_{\text{mesh}}}{\gamma}$		
Ouverture critique : $\delta_c = 3E_m^c \frac{L_{\text{mesh}}}{\gamma}$		

Références

- [1] P. Ponte Castañeda. The effective mechanical properties of non-linearisotropic composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 39 :45–71, 1991.
- [2] P. Suquet. Overall properties of non-linear composites : Secant moduli theory and its link with Ponte Castaneda's variational procedure. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 320 :563–571, 1995.
- [3] N. Blal, L. Daridon, Y. Monerie, and S. Pagano. Artificial compliance inherent to the intrinsic cohesive zone models : criteria and application to planar meshes. *International Journal of Fracture*, 178 :71–83, 2012.
- [4] N. Blal, L. Daridon, Y. Monerie, and S. Pagano. Micromechanics-based criteria for the selection of cohesive zone parameters. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 246 :206–214, 2013
- [5] W. Kreher. Residual stresses and stored elastic energy of composites and polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 38 :115–128, 1990.
- [6] F. Perales, S. Bourgeois, A. Chrysochoos, and Y. Monerie. Two field multibody method for periodic homogenization in fracture mechanics of non-linearheterogeneous materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 75 :3378–3398, 2008.