



**HAL**  
open science

## Simulations directes d'écroulement de barrage : application aux écoulements de matériaux granulaires

Stéphanie Riber, Rudy Valette, Elie Hachem

### ► To cite this version:

Stéphanie Riber, Rudy Valette, Elie Hachem. Simulations directes d'écroulement de barrage : application aux écoulements de matériaux granulaires. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01706197

**HAL Id: hal-01706197**

**<https://hal.science/hal-01706197>**

Submitted on 10 Feb 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

# Simulations directes d'éroulement de barrage : application aux écoulements de matériaux granulaires

S. Riber<sup>1</sup>, R. Valette<sup>1</sup>, E. Hachem<sup>1</sup>

<sup>1</sup> CEMEF, Mines ParisTech {stephanie.riber, rudy.valette, elie.hachem}@mines-paristech.fr

**Résumé** — Ce travail a pour objectif d'étudier et de simuler par éléments finis l'éroulement de barrage de fluides obéissant à des modèles de comportement généralisés inspirés de la rhéologie des matériaux granulaires. Un algorithme d'Uzawa est proposé pour la résolution et est combiné à une adaptation de maillage anisotrope. Une méthode Level-Set, basée sur l'auto-réinitialisation, permet de suivre l'interface entre les milieux air/fluide. Les simulations montrent que les caractéristiques de l'éroulement de barrage du fluide changent drastiquement lorsque la fraction de liquide integranulaire augmente.

**Mots clés** — Matériaux granulaires, fluides de Bingham, éroulements de barrage

## 1. Introduction

Les problèmes d'éroulement de barrage, dans lesquels une colonne de fluide s'effondre sous l'effet de la gravité, sont des problèmes classiques pour diverses applications, allant de la géophysique à des problématiques industrielles. Ce travail s'intéresse à l'écoulement de matériaux granulaires, dont le comportement peut changer drastiquement selon la fraction volumique de liquide présente. En effet, l'ajout d'une quantité de liquide au matériau granulaire induit des forces attractives supplémentaires dues à la création de ponts capillaires, et change son comportement en un modèle de fluide à seuil (Bingham). L'objectif est d'utiliser et de développer des outils numériques permettant de simuler l'éroulement de barrage de matériaux granulaires allant d'un état où l'écoulement dépend fortement de la pression [1] (sec), à un état de fluide de Bingham (chargé de liquide).

## 2. Formulation du problème

L'écoulement des fluides est régi par les équations de Navier-Stokes :

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) + \nabla p - \operatorname{div} \tau = f \quad (1)$$

$\rho$  et  $f$  représentent respectivement la densité du fluide et le terme source.  $u$  et  $p$  caractérisent la vitesse et la pression, tandis que  $\tau$  représente le tenseur des contraintes déviatorique.

### 2.1. Modèle de Bingham

Le modèle de Bingham est un cas particulier de fluide à seuil, qui possède la particularité de s'écouler seulement si les forces appliquées excèdent une limite  $\tau_0$ , appelée également contrainte seuil :

$$\begin{cases} \tau = \left(2\eta + \frac{\tau_0}{\|\dot{\epsilon}(u)\|}\right) \dot{\epsilon}(u) & \text{si } \|\tau\| > \tau_0 \\ \|\dot{\epsilon}(u)\| = 0 & \text{si } \|\tau\| \leq \tau_0 \end{cases} \quad (2)$$

$\eta$  et  $\dot{\epsilon}(u)$  représentent respectivement la viscosité du fluide et le tenseur des vitesses de déformation. De plus,  $\|\tau\|$  et  $\|\dot{\epsilon}(u)\|$  représentent respectivement le second invariant des tenseurs des contraintes et des vitesses de déformation, défini comme :  $\|\tau\| = \left(\frac{1}{2} \tau \cdot \tau\right)^{\frac{1}{2}}$ .

## 2.2. Modèle rhéologique des matériaux granulaires sec

Le modèle rhéologique représentant le comportement des matériaux granulaires secs est basé sur la loi  $\mu(I)$  et est tiré de [1]. En première approximation, la viscosité apparente du fluide dépend ici de la pression, et les équations du comportement sont définies comme :

$$\tau = 2\mu(I)P \frac{\dot{\epsilon}(u)}{\|\dot{\epsilon}(u)\|} \quad (3)$$

$P$  représente le champ de pression,  $\mu(I)$  correspond au coefficient de frottement phénoménologique, dépendant des propriétés matériaux (densité, diamètre des particules ...).

Pour prendre en compte les équations du comportement dans le problème de Navier-Stokes, nous utilisons la méthode du Lagrangien augmenté. La résolution s'effectue ensuite avec l'algorithme d'Uzawa, dans lequel le tenseur des contraintes déviatoriques est calculé de manière itérative [2].

## 3. Approche multiphasique

Le cas d'écroutement de barrage est composé de deux phases : l'air et le fluide. Le problème est donc de type multiphasique. Afin de prendre en considération les propriétés (densité, viscosité) des différents milieux, une loi de mélange linéaire a été employée. Afin de traiter numériquement les grands sauts entre les propriétés matériaux, les équations de Navier-Stokes sont résolues par une méthode variationnelle multi-échelles, qui décompose les champs de vitesse et de pression en petites et grandes échelles [3].

Pour capturer l'interface entre les deux fluides (air et matériau granulaire), une méthode de type Level-Set a été utilisée. Pour la suivre dans le temps, nous couplons l'équation de transport de la fonction Level-Set avec une réinitialisation de cette dernière, afin qu'elle conserve les propriétés d'une fonction distance [4]. De plus, la fonction Level-Set est tronquée autour de l'interface, afin de rendre les calculs moins coûteux.

Enfin, l'adaptation de maillage anisotrope permet de gagner en précision. Elle est basée sur un estimateur d'erreur a posteriori, un nombre de nœuds fixe [5], et consiste à raffiner le maillage (étirement des mailles) dans les zones à fortes variations des gradients de vitesse, ainsi qu'autour de l'interface (figure 1).

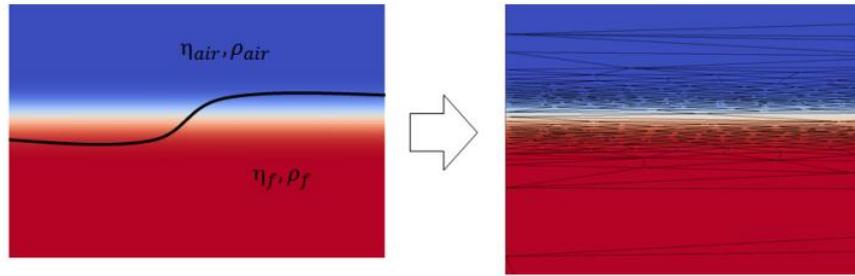


Figure 1 – Adaptation de maillage autour de l’interface

#### 4. Validation du modèle

La résolution numérique proposée a été validée sur un cas d’écroulement de barrage en 2 dimensions pour les deux types de comportement qu’un matériau granulaire peut présenter (introduit en 2).

La figure 2 illustre l’écroulement de barrage d’un fluide de Bingham. Nous visualisons le maillage adaptatif autour de l’interface et dans les zones à fortes variations des gradients de vitesse. La figure 3 illustre le champ des vitesses. Nous constatons que l’écoulement s’effectue ici par le bas de la colonne.

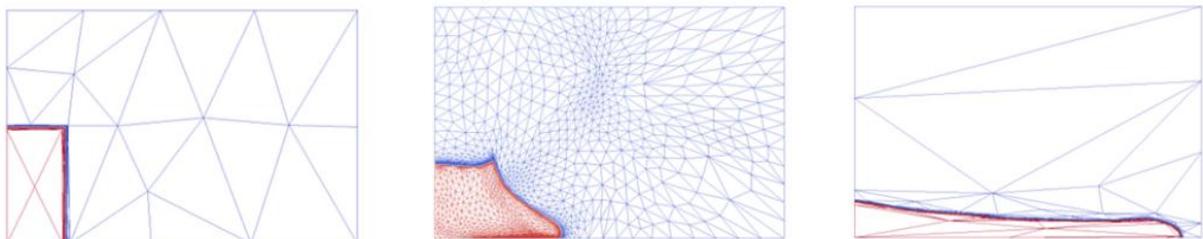


Figure 2 – Fonction Level-Set et maillage adaptatif anisotrope au cours de l’écoulement d’un fluide de Bingham

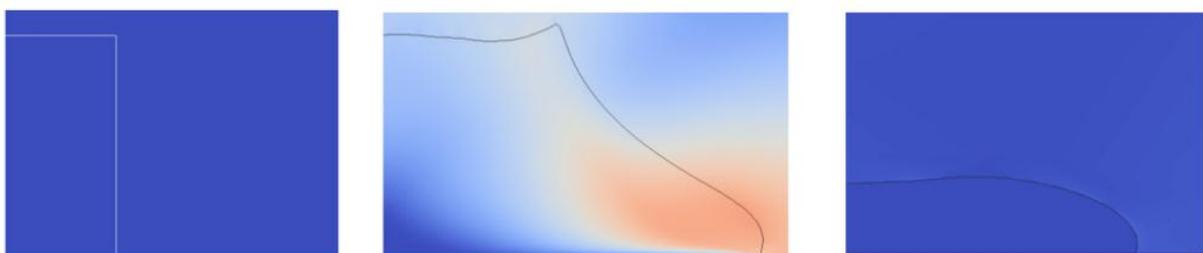


Figure 3 – Magnitude du champ de vitesse au cours de l’écoulement d’un fluide de Bingham

Si le comportement du fluide se rapproche d’un matériau granulaire sec, l’écoulement dépend fortement de la pression : dans les zones où elle est faible, le fluide s’écoulera et a contrario, il sera statique. La figure 4 illustre le champ des vitesses dans le cas d’écroulement de barrage d’un tel fluide. Nous constatons que l’écoulement du fluide s’effectue par le haut, au contraire du fluide de Bingham.

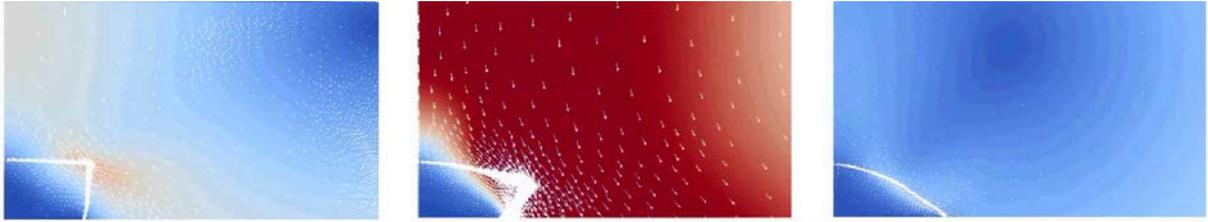


Figure 4 – Champ des vitesses pour un fluide dont le comportement dépend de la pression

## 5. Conclusion

Ce travail a pour objectif de simuler l'effondrement d'une colonne d'un matériau granulaire sous l'effet de son poids grâce à des outils numériques performants. Deux types de comportement sont envisagés : fluide à seuil (Bingham) et fluide inspiré de la rhéologie des matériaux granulaires [1]. La simulation numérique s'effectue par la résolution des équations de Navier-Stokes, basée sur une méthode variationnelle multi-échelles. Afin de prendre en compte les équations du comportement, la méthode du Lagrangien augmenté est employée, couplée avec l'algorithme d'Uzawa. L'interface entre les différents milieux est capturée en utilisant une méthode Level-Set basée sur l'auto-réinitialisation. L'adaptation de maillage anisotrope nous permet de gagner en précision, tout en limitant le nombre de nœuds. Nous visualisons sur nos résultats l'écroulement de barrage de ces deux types de fluide, qui présentent des comportements drastiquement différents, bien qu'ils soient tous deux des matériaux granulaires : le fluide à seuil (matériau granulaire chargé de liquide) s'effondre par le bas, et le matériau granulaire sec s'écoule sur le haut de la colonne.

## Références

- [1] P. Jop, Y. Forterre, O. Pouliquen. A constitutive law for dense granular flow, *Nature*, 441:pp727-730, 2006.
- [2] P. Saramito, N. Roquet. An adaptive finite element method for bingham fluid flows around a cylinder, *Computer methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2003.
- [3] E. Hachem, B. Rivaux, T. Kloczko and al. Stabilized finite element method for incompressible flows with high Reynolds number, *Journal of Computational Physics*, 229(3):pp8643-8665, 2010.
- [4] G. Francois. Elements finis stabilizes pour le remplissage en fonderie à haut Reynolds, thèse de doctorat, école nationale supérieure des mines de Paris, 2011.
- [5] T. Coupez. Metric construction by length distribution tensor and edge based error for anisotropic adaptive meshing, *Journal of Computational Physics*, 230(7):pp2391-2405, 2011.