



**HAL**  
open science

# Stratégie rationnelle pour la résolution des problèmes paramétrés dans le cadre de la Proper Generalized Decomposition

David Néron, Pierre-Alain Boucard, Christophe Heyberger

► **To cite this version:**

David Néron, Pierre-Alain Boucard, Christophe Heyberger. Stratégie rationnelle pour la résolution des problèmes paramétrés dans le cadre de la Proper Generalized Decomposition. 11e Colloque National en Calcul des Structures (CSMA 2013), May 2013, Giens, France. hal-01696674

**HAL Id: hal-01696674**

**<https://hal.science/hal-01696674>**

Submitted on 30 Jan 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

# Stratégie rationnelle pour la résolution des problèmes paramétrés dans le cadre de la Proper Generalized Decomposition

David NÉRON, Pierre-Alain BOUCARD, Christophe HEYBERGER

LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris), {neron,boucard,heyberger}@lmt.ens-cachan.fr

---

**Résumé** — Dans ce travail, on propose une stratégie de calcul pour la résolution, sur un espace de conception donné, d'un problème paramétré, en vue, par exemple, de la construction d'un métamodèle. Cette stratégie est basée sur la méthode de réduction de modèle *Proper Generalized Decomposition* (PGD) et permet une réduction importante du temps CPU, à la fois en utilisant la similarité des calculs à réaliser pour des jeux de paramètres différents afin de réduire le coût de la simulation, mais aussi en permettant de sélectionner de manière rationnelle les jeux de paramètres les plus pertinents pour enrichir la connaissance globale de la solution.

**Mots clés** — Proper Generalized Decomposition, réduction de modèle, problème paramètre

---

## 1 Objectif

Ce travail est issu du projet de recherche OMD<sup>2</sup>, financé en partie par l'ANR et piloté par Renault, qui avait pour objectif le développement de méthodes numériques pour l'optimisation multidisciplinaire. Parmi les verrous scientifiques qui freinent l'essor, voire l'intégration, de ce type de méthodes dans le processus de conception des véhicules au niveau industriel, un point majeur est la lourdeur des simulations numériques nécessaires. En effet, l'optimisation d'une structure passe par la recherche du minimum d'une fonction coût dans un espace de conception donné et les algorithmes de recherche (que ce soit par analyse directe ou construction préalable d'un métamodèle) conduisent tous à évaluer la réponse de la structure pour une série de jeux de paramètres. Chacune de ces évaluations peut, en soi, nécessiter un coût de calcul important, mais la multiplication de ces résolutions mène souvent à des temps prohibitifs en l'absence de technique dédiée.

L'objectif de ce travail est donc de développer une stratégie de calcul pour la résolution de problèmes paramétrés afin de réduire le temps de calcul lorsqu'un grand nombre d'appels à la solution sont requis pour des jeux de paramètres différents. Une approche directe, consistant à résoudre indépendamment les problèmes pour chacun des jeux de paramètres, ne tire pas parti de la similarité des problèmes à résoudre et conduit à un coût de calcul rédhibitoire. La méthode proposée ici est basée sur la technique de réduction de modèle *Proper Generalized Decomposition* (PGD) et permet au contraire une réutilisation efficace des résultats calculés pour des jeux de paramètres antérieurs.

## 2 Réduction de modèle par la PGD

Le fondement des techniques de réduction de modèles est la recherche de la solution d'un problème donné dans une base de dimension réduite par rapport à celle de l'espace des solutions original. Cette base réduite, dont on « espère » qu'elle permet d'approximer la solution avec une précision suffisante, peut être construite au préalable, que ce soit à partir de la POD de la solution d'un problème connexe [1], ou avec des techniques de sélection qui permettent de bâtir un indicateur d'erreur [2]. Dans le cas de la PGD, la base réduite est générée à la volée, en ne cherchant à construire que les vecteurs représentatifs du problème traité [3]. Dans ce travail, la PGD consiste en une représentation à variables séparées temps-espace de la solution et la méthode LATIN [4] est utilisée pour générer l'approximation itérativement. Pour cela, à une itération donnée, la base réduite générée lors des itérations précédentes est utilisée

pour construire un modèle réduit du problème et trouver une nouvelle approximation de la solution. Si la qualité de celle-ci n'est pas suffisante, la base est enrichie en recherchant un nouveau produit de fonctions temps-espace grâce à un algorithme glouton.

### 3 Traitement des problèmes paramétrés

Dans le cadre des problèmes paramétrés, lorsque la solution pour un nouveau jeu de paramètres est requise, l'algorithme est initialisé en réutilisant la base réduite générée pour les jeux de paramètres traités précédemment. Dans bien des cas, cette base est suffisante pour obtenir une approximation initiale de la solution de bonne qualité, et peu de vecteurs doivent être générés et ajoutés à la base pour affiner la solution. Ceci permet une réduction très importante du coût de calcul total par rapport à l'utilisation d'une approche directe lorsque la solution pour une succession de jeux de paramètres est nécessaire [5].

On s'intéresse cette fois à la génération de la solution pour l'ensemble des jeux paramètres appartenant à un espace de conception donné. Une première approche est présentée dans [6], en générant *offline* une PGD de la solution dans laquelle les paramètres sont de nouvelles coordonnées, ce qui permet *online* d'évaluer de façon quasi-instantanée la solution pour toutes les valeurs de ceux-ci. Ce type de vision est particulièrement intéressante lorsque la rapidité de la réponse *online* est une priorité, au prix éventuel d'un temps de calcul *offline* important. L'approche proposée ici a pour but de réduire le temps CPU global de l'étude. Elle consiste à mettre en place un algorithme permettant de sélectionner de manière rationnelle les jeux de paramètres pour lesquels la résolution à l'aide de la PGD conduit à enrichir rapidement la base réduite globale afin de pouvoir représenter toutes les solutions dans l'espace de conception avec une précision suffisante.

Le cast test qui sert de démonstrateur de la faisabilité est l'équation de la chaleur dans laquelle trois paramètres sont considérés comme variables. Les gains observés par rapport à une approche directe sont de l'ordre de 30, ce qui montre l'intérêt de ce type d'approche.

### 4 Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre du projet ANR-08-COSI-007-10 (Optimisation MultiDisciplinaire 2, OMD<sup>2</sup>), financé par l'ANR.

### Références

- [1] K. Kunish and L. Xie. Pod-based feedback control of the burgers equation by solving the evolutionary hjb equation. *Computers & Mathematics with Applications*, 49(7-8):1113–1126, 2005.
- [2] G. Rozza. Reduced basis approximation and error bounds for potential flows in parametrized geometries. *Communications in Computational Physics*, 9(1):1–48, 2011.
- [3] F. Chinesta, P. Ladevèze, and E. Cueto. A short review on model order reduction based on proper generalized decomposition. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 18(395-404), 2011.
- [4] P. Ladevèze. Nonlinear computational structural mechanics - new approaches and non-incremental methods of calculation. *Springer Verlag*, 1999.
- [5] C. Heyberger, P-A. Boucard, and D. Néron. Multiparametric analysis within the proper generalized decomposition framework. *Computational Mechanics*, 49(3):277–289, 2011.
- [6] B. Bognet, F. Bordeu, F. Chinesta, A. Leygue, and A. Poitou. Advanced simulation of models defined in plate geometries : 3D solutions with 2D computational complexity. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 201:1–12, 2012.