



HAL
open science

Dater une paire d'inverses (BM 132289)

Christine Proust

► **To cite this version:**

| Christine Proust. Dater une paire d'inverses (BM 132289). 2018. hal-01694090v1

HAL Id: hal-01694090

<https://hal.science/hal-01694090v1>

Preprint submitted on 26 Jan 2018 (v1), last revised 24 Feb 2023 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Dater une paire d'inverses (BM 132289)

Christine Proust christine.proust@orange.fr

CNRS et Université Paris Diderot

Je remercie chaleureusement Jeanette Fincke, qui me communique les photos d'une tablette inédite du British Museum contenant des inscriptions numériques. Christopher Walker avait identifié cette tablette comme mathématique et l'avait datée de l'époque néo-babylonienne. Récemment, il est revenu sur ce texte et ses parallèles, notamment VAT 5457, et penche maintenant plutôt en faveur d'une datation paléo-babylonienne. Je lui dois toute ma reconnaissance pour les précieuses données qu'il m'a transmises et pour ses remarques sur les problèmes de datation. Je remercie également Mathieu Ossendrijver pour ses remarques, qui convergent avec celles de Christopher Walker en ce qui concerne la datation paléo-babylonienne.

Outre l'élucidation et l'interprétation du contenu de la tablette, le but de cette note est de rassembler des indices permettant de discuter de la datation, notamment par comparaison avec des textes parallèles.



Fig. 1 BM 132289. Photos prises par J. C. Fincke, courtoise des *Trustees* du *British Museum*

La tablette et son contenu

La tablette est de forme rectangulaire et de format paysage, de dimensions largeur × hauteur × épaisseur = 75 × 65 × 23,5 mm. Elle montre des traces de recyclage telles que pétrissage et signes effacés.

Translittération de la face

1:12:49:4 15

49:26:18:30:56:15 4

(Espace vide avec traces de signes effacés)

ʿ3:17:45:14:3:45

La face contient deux inscriptions numériques, l'une de deux lignes dans la partie supérieure, l'autre d'une ligne dans la partie inférieure. La partie de la surface entre ces deux inscriptions présente des traînées d'effacement et des restes de chiffres mal effacés. La tranche inférieure et le revers sont anépigraphes, mais présentent aussi des traces d'effacement.

Les nombres qui composent les deux premières lignes sont 1:12:49:4, une puissance de 2 (c'est 2^{18}), et le nombre 49:26:18:30:56:15, son inverse. En vis-à-vis de 1:12:49:4, le nombre 15, qui est l'inverse de 4, le dernier chiffre de 1:12:49:4, indique que l'inverse a été calculé par factorisation. En face de 49:26:18:30:56:15, le nombre 4, qui est l'inverse de 15, le dernier chiffre de 49:26:18:30:56:15, semble indiquer que l'inverse de l'inverse était à son tour à calculer par factorisation.¹ Le nombre 3:17:45:14:3:45 inscrit dans la partie inférieure est l'inverse d'une autre puissance de 2 (celui de 2^{16}).

Les parallèles

La paire d'inverses inscrite dans la partie supérieure est attestée dans plusieurs textes d'époque tardive. On peut citer par exemple AO 6456 (Thureau-Dangin 1922 : n°31), une grande table d'inverses de nombres commençant par 1 ou par 2, provenant d'Uruk et datée de l'époque hellénistique de façon sûre (informations données par le colophon). On peut citer aussi la tablette formée de deux fragments W 23283+W 22905 (von Weiher 1993 : n°174 ; Friberg and Al-Rawi 2017 : 26 ss), contenant une table d'inverses de nombres commençant par 1, par 2 ou par 3, qui a été trouvée dans les niveaux achéménides de la « Maison des ašīpū » d'Uruk. Cette tablette donne aussi l'entrée « igi 3:17:45:14:3:45 8:12:16 », qui apparaît partiellement dans la partie inférieure de la face de notre tablette. Il y a également BM 33447 (Ossendrijver 2014 : 159, texte E) et BM 32681 (*ibid* : 160, texte F), des tables d'inverses de nombres commençant par 1 provenant probablement de Babylone, utilisant la graphie du 9 spécifique des textes d'époque séleucide. Ces parallèles sont tous les tables d'inverses de nombres commençant par 1, 2 ou 3.

Cependant, les nombres inscrits sur notre tablette ne semblent pas être extraits d'une table d'inverses, mais reflètent plutôt l'application de l'algorithme d'inversion par factorisation à une puissance de 2.

¹ Pour plus de détails sur l'algorithme d'inversion par factorisation et sa réciproque (calcul de l'inverse de l'inverse), voir Proust 2012 et la bibliographie donnée dans cet article.

Des listes de puissances et de leurs inverses sont attestées à l'époque paléo-babylonienne dans des sources de Larsa, par exemple dans IM 73355 (Arnaud 1994 : n°55, pl. 25), qui est une liste de puissances de 3.45 suivie d'une liste des inverses correspondants, donc de puissances de 16.

Une troisième série de parallèles se trouve dans la Collection Schøyen. Il s'agit de six tablettes, contenant chacune une ou deux paires d'inverses, publiées par Friberg (2007: 28-31)². La structure des entrées est décrite dans le Tableau 1.

Numéro	Numéro CDLI	Entrée	Structure	Remarque
MS 2730	P251754	4:51:16:16 3:45	16^5	Trace de factorisation
MS 2732	P251756	1:9:7:12 5	12^5	Trace de factorization
MS 2793	P251839	41:25:30:48:32	2^{29}	
MS 2894	P252001	13 ^{sic} :24 ^{sic} :45 ^{sic} :11:6:40	$2:5 \times 2^{29}$	Nombre fautif
MS 2699	P251712	2:41:49:2:13:20	$2:5 \times 2^{24}$	
MS 3264	P252204	1:1:30:43 ^{sic} :45 1:30:48:6:2:15:20:15	25×3^{12} 5×3^{25}	Lire 1:1:30:33:45

Tableau 1. Tablettes de la Collection Schøyen de type et de contenu analogue à ceux de BM 132289 (d'après Friberg 2007 : 28-31)

Ces six tablettes sont carrées ou rectangulaires de format paysage, contiennent une paire d'inverses inscrites sur deux lignes dans la partie supérieure de la face (ainsi que, dans un cas, deux paires, et dans un autre cas, un nombre inscrit dans la partie inférieure), présentent un revers anépigraphé et de nombreuses traces d'effacement. Le tableau 1 montre que les entrées des paires qu'on trouve sur ces tablettes sont de même nature que celles de notre tablette BM 132289 : ce sont des nombres engendrés par des multiplications répétées par le même facteur d'un nombre initial, ce qui produit une puissance ou le produit d'un nombre par une puissance. Les deux premiers textes cités dans le tableau 1, MS 2730 et MS 2732, présentent de plus des traces de factorisation analogues à celles de BM 132289.

BM 132289 et les tablettes de la Collection Schøyen présentent une parenté frappante avec une tablette conservée à Berlin, VAT 5457 (Friberg signale cette parenté, ainsi que Christopher Walker). VAT 5457 a été publiée par Neugebauer et Sachs (1945 : 16), qui la considèrent comme paléo-babylonienne. Il s'agit d'une tablette rectangulaire de même type que BM 132289, portant deux lignes l'inscription dans la partie supérieure :

9:6:8 7:30
6:35:58:7:30 2

Comme dans BM 132289, les nombres qui composent les deux premières lignes sont une puissance de 2 (ici 9:6:8, qui est la puissance 2^{15}), et son inverse, ici le nombre 6:35:30:28:7:30 (écrit fautivement 6:35:58:7:30)³. En vis-à-vis de 9:6:8, le nombre 7:30, qui est l'inverse de 8, le dernier chiffre de 9:6:8, indique que l'inverse a été calculé par factorisation. En face de 6:35:58:7:30, le nombre 2, qui est l'inverse de 30, le dernier chiffre

² Voir images sur le site du CDLI aux adresses <https://cdli.ucla.edu/Pxxxxxx>, le numéro xxxxxx étant donné dans le tableau 1.

³ Les deux positions centrales 30 et 28 ont été superposées et ajoutés par erreur. J'ai interprété ce type d'erreur comme reflétant l'utilisation d'un instrument de calcul dans Proust 2000.

de 6:35:58:7:30, semble indiquer que l'inverse de l'inverse était à son tour à calculer par factorisation.

Friberg date les tablettes citées dans le tableau 1 de la période paléo-babylonienne. Il ne détaille pas les raisons qui le conduisent à cette datation, mais il faut noter en sa faveur au moins deux arguments : d'une part la parenté des tablettes de la Collection Schøyen avec la tablette de Berlin VAT 5457, d'autre part le fait que les traces de factorisation dans MS 2730 et 2732, ainsi que la structure des entrées de MS 2894 et de MS 2699 (2:5 doublé un certain nombre de fois) rappellent les exercices d'inversion paléo-babyloniens.

De ces trois groupes ayant de possibles connexions historiques avec notre texte, celui de la Collection Schøyen (augmentée de la tablette de Berlin VAT 5457) est le plus convaincant. En effet, non seulement les contenus de BM 132289 et des tablettes de la Collection Schøyen et de Berlin sont analogues, mais surtout le type de tablette et la mise en page sont identiques. Si on retient l'hypothèse que notre tablette proviendrait d'un contexte historiquement proche de celui des tablettes de la Collection Schøyen citées dans la table 1, il apparaît un conflit entre la datation de BM 132289 par le *British Museum* (périodes tardives) et la datation des tablettes de la Collection Schøyen par Friberg (paléo-babylonienne).

Il convient donc d'examiner de plus près les raisons de la datation par le *British Museum*. Les archives du British Museum nous en apprennent un peu plus sur l'histoire matérielle récente de notre tablette.

Le lot du *British Museum* auquel appartient BM 132289

D'après les données en ligne mises à la disposition du public par le *British Museum*⁴, la tablette a été achetée à Mrs E. C. B. Chappelow le 4 décembre 1958 en même temps que 28 autres tablettes. E. C. B. Chappelow avait hérité de ces tablettes de son mari, qui les avait lui-même acquises de Theophilus Goldridge Pinches. Les 29 tablettes portent des numéros de Musée et des numéros d'enregistrement consécutifs. Toutes sont datées « LB », sauf une qui est datée de la période néo-Assyrienne. Seules trois tablettes sur les 29 ont des provenances identifiées : Babylone, Sippar et Al-Hillah pour la tablette Néo-Assyrienne. Le contenu des tablettes est principalement astrologique ou astronomique, quelques-unes sont administratives, économiques ou littéraires. Seule BM 132289 est mathématique.

40 pièces ayant appartenu à T. G. Pinches ont été acquises par le *British Museum*. Le site du *British Museum* décrit ainsi la collection de T. G. Pinches: "T. G. Pinches's personal collection of Mesopotamian cuneiform tablets was bequeathed to his student A. C. Chappelow (q.v.) and in part sold to the British Museum by Chappelow's widow (Mrs. E. C. B. Chappelow, q.v.), the remainder being sold at Sotheby's."⁵

Les 40 pièces de la collection personnelle de T. G. Pinches se partagent ainsi en deux lots:

- les 29 tablettes datées « LB » ou « Neo-Assyrian » acquises par A. C. Chappelow et vendues au *British Museum* par sa veuve en 1958 (voir ci-dessus),
- 11 pièces vendues au British Museum en 2004 par Marianne Hillier-Brook. T. G. Pinches avait donné ces pièces à son neveu Leonard Richard Pinches, qui lui-même

⁴ http://www.britishmuseum.org/research/collection_online/search.aspx (consulté en octobre 2017).

⁵ http://www.britishmuseum.org/research/search_the_collection_database/term_details.aspx?bioId=18653 (consulté en octobre 2017).

les avait données à sa fille Marianne Hillier-Brook (Christopher Walker, communication personnelle 5/11/2017). Ce lot se partage en quatre objets, un moulage, quatre tablettes datées d'Ur III, une tablette paléo-babylonienne provenant de Sippar, et une tablette administrative achéménide.

On le voit, ces deux lots sont de nature différente. Le lot d'A. C. Chappelow est un ensemble de tablettes majoritairement récentes (époques néo-babylonienne à séleucide). Le lot de Marianne Hillier-Brook est un ensemble hétérogène comprenant des objets et des tablettes de diverses datations.

Ces informations relatives à l'histoire des collections sont fragmentaires, mais montrent que la trajectoire de notre tablette BM 132289 est liée, dans ses derniers épisodes avant l'achat par le *British Museum*, à celle d'un lot de tablettes datant des époques néo-babylonienne à séleucide. Ces éléments expliquent la datation de BM 132289 donnée par le *British Museum*.

Si on accepte la datation de BM 132289 par le *British Museum*, alors on doit envisager la possibilité que les tablettes similaires de la Collection Schøyen publiées par Friberg et la tablette de Berlin soient de datation tardive et non paléo-babylonienne. La forme du 9 dans BM 132289 et dans les tablettes similaires de la Collection Schøyen et de Berlin exclurait la période séleucide et donc pointerait plutôt vers les périodes néo-babylonienne ou achéménide. La datation tardive de BM 132289 et des tablettes similaires témoignerait de la transmission jusqu'à la fin du premier millénaire de l'algorithme de factorisation paléo-babylonien, qui était déjà bien documentée (Ossendrijver 2014, Friberg and Al-Rawi 2017 : Sect. 2). Plus inattendu, elle témoignerait de la transmission concomitante de la disposition des nombres adoptée par les praticiens paléo-babyloniens pour réaliser cet algorithme.

Cependant, si l'hypothèse d'une datation tardive ne peut être exclue complètement à ce stade, la datation paléo-babylonienne de l'ensemble formé de BM 132289, VAT 5457 et des six tablettes de la Collection Schøyen reste la plus probable.

Bibliographie

- Arnaud, Daniel. 1994. *Texte aus Larsa. Die epigraphischen Funde aus der 1. Kampagne in Senkereh-Larsa 1933*, vol. 3. Berlin: Dietrich Reimer Verlag (Berliner Beiträge zum Vorderen Orient).
- Friberg, Jöran. 2007. *A Remarkable Collection of Babylonian Mathematical Texts*, vol. I. New York: Springer (Manuscripts in the Schøyen Collection: Cuneiform Texts).
- Friberg, Jöran and Farouk N. H. Al-Rawi. 2017. *New Mathematical Cuneiform Texts*. New York: Springer.
- Neugebauer, Otto and Abraham J. Sachs. 1945. *Mathematical Cuneiform Texts*. New Haven: American Oriental Series & American Schools of Oriental Research
- Ossendrijver, Mathieu. 2014. The power of 9 and related mathematical tables from Babylon. *Journal of Cuneiform Studies* 66: 149-169.
- Proust, Christine. 2000. La multiplication babylonienne : la part non écrite du calcul. *Revue d'Histoire des Mathématiques* 6: 1001-1011.
- Proust, Christine. 2012. Interpretation of Reverse Algorithms in Several Mesopotamian Texts In *The History of Mathematical Proof in Ancient Traditions*, ed. Karine Chemla, 384-422. Cambridge: Cambridge University Press.
- Thureau-Dangin, François. 1922. *Tablettes d'Uruk à l'usage des prêtres du temple d'Anu au temps des Séleucides*: Geuthner (Textes cunéiformes du Louvre).
- von Weiher, Egbert. 1993. *Uruk. Spätbabylonische Texte aus dem Planquadrat U 18. Teil IV*. Mainz: Philipp von Zabern.