Analyse Globale/Locale pour la Description Discrète de la Fissuration du Béton

Cécile Oliver-Leblond

LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/Université Paris 6/UniverSud Paris)
61 avenue du Président Wilson, 94230 Cachan, France
e-mail : oliver@lmt.ens-cachan.fr

Prix Jeunes Chercheurs « René Houpert »

RÉSUMÉ. *De nos jours, l'utilisation des modèles éléments finis basés sur la mécanique de l'endommagement permet d'étudier le comportement de larges structures en béton armé. Cependant, la description fine de la fissuration est devenue primordiale en ce qui concerne l'étude de la durabilité. Une stratégie numérique a été proposée pour combiner un modèle continu et un modèle discret. Dans un premier temps, une étude complète est réalisée à l'échelle globale via un modèle continu. Ensuite, un modèle discret est utilisé pour réanalyser le comportement local des zones d'endommagement. Cette analyse globale/locale a d'abord été appliquée à un test sur une poutre en béton présentant une unique fissure. Une extension au béton armé est proposée ici. La modélisation des armatures et de l'interface acier-béton est discutée. Les résultats numériques obtenus sont comparés aux résultats expérimentaux et permettent de valider l'approche.*

ABSTRACT. *Nowadays, the behaviour of large scale concrete structures can be obtained through a finite-element computation based on continuum damage mechanics. But a fine description of cracking has become a new requirement, especially with regard to durability. A numerical strategy has been proposed to combine a continuous and a discrete model. First, a full resolution is performed at the global scale with a continuous model. Then a reanalysis of the damage zones at the local scale is computed with a discrete model. The global/local analysis has first been applied to a single crack test on a plain concrete beam. An extension is proposed here to a reinforced structure. The representation of the rebars and of the interface between concrete and steel is discussed. Numerical results obtained from the proposed strategy are compared with experimental results and show the applicability of the approach.*

MOTS-CLÉS : *Endommagement ; Fissuration ; Méthode des éléments discrets ; Approche continue*

KEYWORDS: *Damage; Cracking; Discrete elements method; Continuous approach*

1. Introduction

Dans le domaine du Génie Civil, la prédiction de la fissuration est un problème majeur lors de la conception des structures en béton armé. La description numérique non seulement du faciès de fissuration mais aussi des caractéristiques comme l'ouverture est un nouvel enjeu lorsque l'on s'intéresse à la durabilité.

Le but de cette étude est de proposer une technique globale/locale originale permettant l'utilisation d'un modèle éléments finis à l'échelle structurelle et d'un modèle éléments discrets à l'échelle de la fissure.

2. La Méthode Globale/Locale

La méthode globale/locale [OLI 13A] est fondée sur les techniques dites de *submodeling* ou de *zoom* [KEL 82]. Elle est composée des étapes suivantes :

– **Analyse globale** de l'ensemble de la structure ;

– **Découpe de la RoI**, région de concentration d'endommagement ;

– **Extraction et interpolation des déplacements** du global vers le local ;

– **Ré-analyse locale** de la RoI.

Les fonctions de forme des éléments finis sont utilisées afin de transférer le champ de déplacements de l'échelle globale vers l'échelle locale. Ainsi, le déplacement $\bar{\mathbf{u}}_D(\mathbf{x}_D^0)$ au noeud $\mathbf{x}_D^0$ d'une particule située à la frontière de la RoI est donné par l'équation :

$$\bar{\mathbf{u}}_D(\mathbf{x}_D^0) = \sum_j \mathbf{N}_j(\mathbf{x}_D^0)\mathbf{u}_j \qquad [1]$$

où $\mathbf{N}_j$ sont les fonctions de forme du modèle éléments finis et $\mathbf{u}_j$ le vecteur de déplacements à l'échelle globale.

Les efforts locaux ne sont pas utilisés pour corriger le calcul global. En effet, la réanalyse locale est vue comme un post-traitement donnant des informations complémentaires sur la cinématique des fissures grâce à une modélisation discrète. Pour minimiser les écarts entre les résultats globaux et locaux, une attention particulière doit être portée sur l'identification des paramètres locaux – les paramètres globaux étant classiquement identifiés au mieux sur les paramètres matériaux. Une procédure d'optimisation a été mise en place et permet de calibrer le comportement local sur le comportement global à partir d'un essai WST indépendant [OLI 13B].

3. Le Modèle Global

3.1. *Béton*

Le modèle utilisé à l'échelle globale est un modèle éléments finis couplant élasticité, endommagement isotrope et glissement internes. Les équations constitutives

pour modéliser le comportement 3D des matériaux quasi-fragiles comme le béton sont développées dans [RIC 10A]. Le potentiel d'état est donné par l'énergie libre d'Helmholtz :

$$\rho\Psi = \frac{\kappa}{6}((1-d) < \epsilon_{kk} >_+^2 + < \epsilon_{kk} >_-^2) + \mu(1-d)\epsilon_{ij}^d\epsilon_{ij}^d \\ +\mu d(\epsilon_{ij}^d - \epsilon_{ij}^\pi)(\epsilon_{ij}^d - \epsilon_{ij}^\pi) + \frac{\gamma}{2}\alpha_{ij}\alpha_{ij} + H(z) \quad [2]$$

avec ρ la densité, Ψ l'énergie libre d'Helmholtz, d l'endommagement scalaire variant de 0 (matériau sain) à 1 (matériau fissuré), ϵ_{ij} le tenseur des déformations totales, ϵ_{ij}^π le tenseur des déformations de glissement, α_{ij} le tenseur d'écrouissage cinématique, z la variable d'écrouissage isotrope, H la fonction de consolidation, κ le coefficient de bulk, μ le module de cisaillement et γ un paramètre d'écrouissage cinématique. $< . >_+$ et $< . >_-$ correspondent aux parties positives et parties négatives de $(.)$ respectivement. $(.)^d$ est la partie déviatorique de $(.)$ définie comme $(.)^d = (.) - \frac{1}{3}(.)_{kk}$.

Le modèle global devant être représentatif des effets locaux en terme d'énergie dissipée, notamment en ce qui concerne la fissuration, il est souhaitable d'utiliser une technique de régularisation. Si l'on souhaite obtenir un calcul rapide en s'affranchissant de la régularisation énergétique – comme c'est le cas dans cette étude – il faut identifier les paramètres globaux pour une densité de maillage donnée et s'assurer qu'ils assurent la représentation du comportement quasi-fragile du béton.

Ce modèle est robuste et peut gérer des cas tests sur des structures de grandes tailles (voir par exemple l'étude du pont pont d'Örnsködsvik [RIC 10C]). En revanche, la fissuration est représentée de manière diffuse du fait du caractère continu de la cinématique choisie. Ces lois ne permettent donc pas directement d'accéder à des informations fines sur les fissures.

3.2. *Acier et interface acier-béton*

Les aciers sont modélisés à partir d'une loi élasto-plastique parfaite. L'interface entre l'acier et le béton est supposée non-linéaire [RIC 10B]. Les équations constitutives utilisées pour le béton sont implantées dans un élément fini joint et l'expression de la surface seuil est revue pour prendre seulement en compte la rupture en ouverture et par glissement.

4. Le Modèle Local

4.1. *Béton*

Le modèle local est un modèle éléments discrets de type modèle *lattice* [DEL07]. Il est constitué d'un ensemble de particules de Voronoi reliées entre elles par des poutres d'Euler-Bernoulli représentant la cohésion du béton (voir figure 1). Le comportement

quasi-fragile du béton est retrouvé en imposant un comportement fragile aux poutres. Les paramètres représentant la rupture fragile des poutres en extension et en rotation sont générés aléatoirement via une distribution de Weibull. De cette manière, le comportement quasi-fragile du béton en traction peut être reproduit [VAN 02].

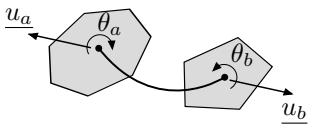


Figure 1 – Poutre Euler-Bernoulli $a - b$ dans un état déformé.

Ce modèle donne une information complète sur la fissuration. Malheureusement, les cas tests sur des structures de tailles importantes ne sont pas réalisables car les temps de calcul sont prohibitifs.

4.2. *Acier et interface acier-béton*

La méthode classique pour représenter les aciers via un modèle discret consiste à les mailler en alignant les particules le long de l'armature [MEG 89]. Dans ce cas, de nouvelles lois doivent être implémentées afin de reproduire le comportement élasto-plastique parfait de l'acier et la comportement non-linéaire de l'interface acier-béton [ROU 09].

Une nouvelle solution [OLI 13B] est utilisée ici. Elle ne nécessite pas la modification du modèle discret puisqu'elle profite de la modélisation en deux temps nécessaire à l'analyse globale/locale. Le comportement de l'acier et de l'interface acier-béton est uniquement étudié à l'échelle globale. Les armatures sont donc exclues du maillage discret et l'impact des armatures sur le comportement local est introduit via l'application des déplacements globaux sur le maillage local le long de l'interface acier-béton.

5. Analyse 3D d'une poutre en béton armé

5.1. *Montage expérimental*

La poutre étudiée a été testée au LMT par [LEB 11]. Les dimensions de la poutre ainsi que son ferraillage sont donnés sur la figure 2. La poutre est soumise à un chargement de flexion trois points cyclique. L'espacement entre les appuis est de 1.5 m.

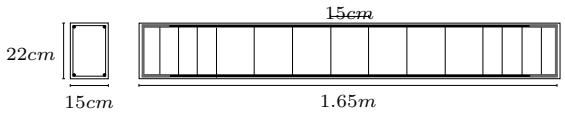


Figure 2 – Dimensions et ferraillage de la poutre

5.2. *Analyse globale*

La poutre complète a été maillée en volumique avec des éléments finis cubiques à 8 noeuds pour le béton et les armatures longitudinales. Les cadres sont représentés par des éléments barres.

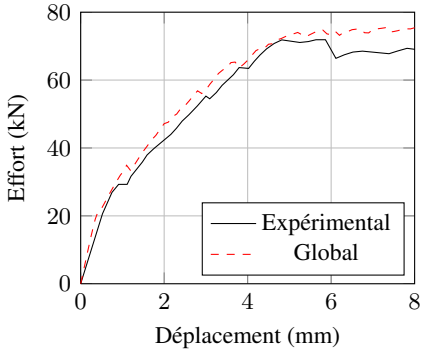
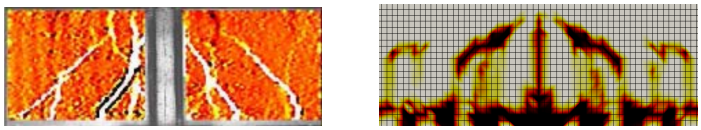


Figure 3 – Évolution de l'effort avec le déplacement imposé

Numériquement, la poutre est étudiée sous un chargement de flexion trois points monotone. La courbe force-flèche numérique reproduit correctement l'enveloppe des résultats expérimentaux (voir figure 3). Après une phase élastique, on observe une diminution de la raideur globale liée à la fissuration puis la plastification des aciers.



(a) Expérimental (b) Numérique

Figure 4 – Faciès de fissuration

Le champ d'endommagement obtenu via l'analyse globale est donné sur la figure 4. Il est comparé au champ de déformation axiale obtenu par corrélation d'images et faisant apparaître les zones de fissuration expérimentales. Les résultats numériques et expérimentaux semblent identiques en terme de nombre de fissures et d'espacement.

5.3. *Réanalyse locale*

A partir du champ d'endommagement, cinq zones de fissuration sont détectées et réanalysées en parallèle (voir figure 5).

Le maillage proposé pour la première zone de réanalyse est présenté sur la figure 6. Les frontières non-libres – pour lesquelles le déplacement global est transféré et appliqué – sont précisées.

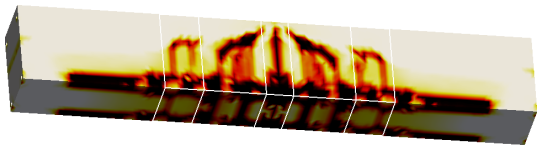


Figure 5 – Choix des zones de réanalyse

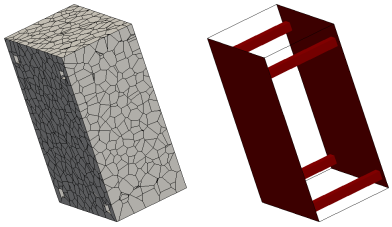


Figure 6 – Maillages et conditions aux limites pour la réanalyse locale

Le faciès de fissuration obtenu pour un déplacement imposé de 8 mm est présenté sur la figure 7. Le faciès de fissuration discret est proche du faciès d'endommagement. En effet, le nombre de fissures initiées est le même et l'emplacement des fissures correspond à l'emplacement des zones d'endommagement (à comparer avec la figure 5).

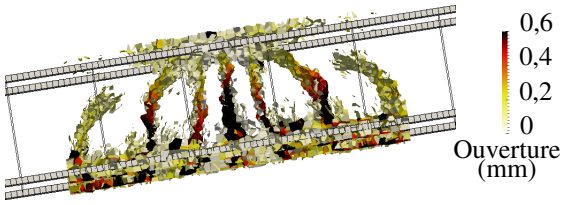


Figure 7 – Faciès de fissuration pour un déplacement imposé de 8 mm

Pour cette même zone de réanalyse, le profil d'ouverture est extrait avant plastification des aciers ($u_{imp} = 4$ mm en noir) et après plastification des aciers ($u_{imp} = 8$ mm en rouge) sur la figure 8.

Avant la plastification des aciers, les résultats expérimentaux sont correctement reproduits. En revanche, l'ouverture de fissure est surestimée après la plastification des aciers. On remarque que la fissure expérimentale s'est peu ouverte entre $u_{imp} = 4$ mm et $u_{imp} = 8$ mm alors que l'ouverture numérique a doublé. Cet écart peut s'expliquer par la localisation des déformations après $u_{imp} = 4$ mm observée expérimentalement sur la figure 4 – probablement due à la plastification des aciers ou à une décohésion de l'interface de manière localisée.

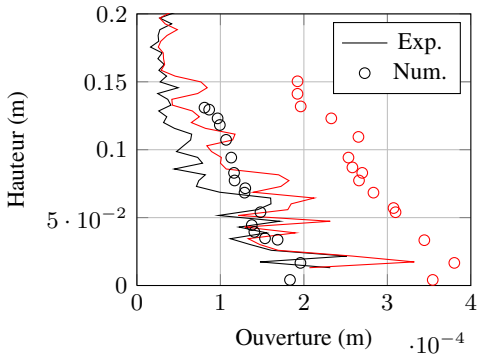


Figure 8 – Profil de fissuration pour la première ROI

6. Conclusions

Dans cet article, une stratégie globale/locale est utilisée pour étudier la fissuration du béton armé. Une approche continue basée sur la mécanique de l'endommagement permet reproduire le comportement non-linéaire d'une structure complète en béton armé à l'échelle globale. A l'échelle locale, un modèle discret est utilisé pour décrire quantitativement les fissures apparaissant dans le béton.

Une poutre en béton renforcée soumise à un chargement de flexion trois points a été étudiée. Notre stratégie permet d'obtenir le faciès multi-fissuré ainsi que des informations quantitatives sur les ouvertures de fissures. Cette technique globale/locale est donc l'une des rares méthodes donnant accès à une mesure prédictive, 3D et quantitative du faciès de fissuration d'une structure en béton armé.

Le but de l'essai étudié était d'apporter des informations complémentaires sur la fissuration du béton armé sous chargement cyclique dans le cadre du projet national CEOS.fr. Ici, nous avons seulement cherché à reproduire son comportement sous chargement monotone. Pour des développements futurs, il serait intéressant d'ajouter des efforts de contact et de frottement dans le modèle discret [VAS 13]. Ainsi, nous pourrions étudier la formation de fissures lors de chargement complexes. De la même manière, pour étendre l'étude à d'autres chargement complexes du type thermo-hydro-mécanique, de nouveaux développements doivent être pris en compte dans le modèle discret comme proposés par DEL 14].

La méthode de post-traitement globale/locale a été comparée à une autre méthode proposée par [DUF 08] permettant d'obtenir aussi une description quantitative exacte du faciès de fissuration d'un élément de béton armé à partir d'un champs d'endommagement. Les résultats de cette étude (présentés dans [GIR 14]) ont montré que notre méthode, plus coûteuse en temps de mise en oeuvre et de calcul, permet d'obtenir une description plus complète du faciès de fissuration. Elles sont

7. Bibliographie

[DEL 07] DELAPLACE, A., DESMORAT, R., « Discrete 3D model as complimentary numerical testing for anisotropic damage », *Int. J. Fract.*, vol. 148, 2007, p. 115-128.

[DEL 14] DELAPLACE, A., NOYALET, H., « Drying cracking pattern analysis using a simple two-stage drying model and a discrete model », *Proceedings of EURO-C*, 2014.

[DUF 08] DUFOUR, F., PIJAUDIER-CABOT, G., CHOINSKA, M., HUERTA, A., « Extraction of a crack opening form a continuous approach using regularized damage models », *Computers and Concrete*, vol. 5, n° 4, 2008, p. 375-388.

[GIR 14] GIRY, C., OLIVER-LEBLOND, C., DUFOUR, F., RAGUENEAU, F., « Cracking analysis of reinforced concrete structures », *EJECE*, 2014.

[KEL 82] KELLEY, F. S., « Mesh requirements for the analysis of a stress concentration by the specified boundary displacement method », *ASME*, 1982.

[LEB 11] LEBON, G., « Analyse de l'endommagement des structures de génie civil : Techniques de sous-structuration hybride couplées à un modèle d'endommagement anisotrope », *Thèse de doctorat de l'École Normale Supérieure de Cachan*, 2011.

[MEG 89] MEGURO, K., HAKUNO, M., « Fracture analyses of concrete structures by the modified distinct element method », *Structural Engineering/Earthquake Engineering*, vol. 6, n° 2, 1989, p. 283-294.

[OLI 13A] OLIVER-LEBLOND, C., DELAPLACE, A., RAGUENEAU, F., RICHARD, B., « Non-intrusive global/local analysis for the study of fine cracking », *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.*, 2013.

[OLI 13B] OLIVER-LEBLOND, C., « Comportement à rupture des structures : Description à deux échelles des mécanismes locaux appliquée aux matériaux fragiles renforcés », *Thèse de doctorat de l'École Normale Supérieure de Cachan*, 2013.

[RIC 10A] RICHARD, B., RAGUENEAU, F., CREMONA, C., ADELAIDE, L., « Isotropic continuum damage mechanics for concrete under cyclic loading : Stiffness recovery, inelastic strains and frictional sliding », *Eng. Fract. Mech.*, vol. 77, n° 8, 2010, p. 1203-1223.

[RIC 10B] RICHARD, B., RAGUENEAU, F., ADELAIDE, L., CREMONA, C., TAILHAN, JL., « A three dimensional steel-concrete interface model including corrosion effects », *Eng. Fract. Mech.*, vol. 77, n° 6, 2010, p. 951-973.

[RIC 10C] RICHARD, B., EPAILLARD, S., CREMONA, C., ELFGREN, L., ADELAIDE, L., « Nonlinear finite element analysis of a 50 years old reinforced concrete trough bridge », *Eng. Struct.*, vol. 32, 2010, p. 3899-3910.

[ROU 09] ROUSSEAU, J., « Modélisation numérique du comportement dynamique de structures sous impact sévère avec un couplage éléments discrets/éléments finis », *Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier*, 2009.

[VAN 02] VAN MIER, J.G.M., VAN VLIET, M.R.A., WANG, T.K., « Fracture mechanisms in particle composites : statistical aspects in lattice type analysis », *Mech. Mater*, vol. 34, 2002, p. 705-724.

[VAS 13] VASSAUX, M., RICHARD, B., RAGUENEAU, F., MILLARD, A., « Modèle discret adapté à l'étude des phénomènes liés à la fissuration et à sa refermeture », *AUGC*, 2013.