



**HAL**  
open science

## Modélisation du comportement poroélastique des argiles par approche multi-échelles

Salma Smaoui, Florent Chalon, Abdelwahed Benhamida, Irini Djeran-Maigre,  
Hélène Dumontet

► **To cite this version:**

Salma Smaoui, Florent Chalon, Abdelwahed Benhamida, Irini Djeran-Maigre, Hélène Dumontet.  
Modélisation du comportement poroélastique des argiles par approche multi-échelles. 17e Congrès  
Français de Mécanique, Aug 2005, Troyes, France. hal-01689930

**HAL Id: hal-01689930**

**<https://hal.science/hal-01689930v1>**

Submitted on 4 May 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Modélisation du comportement poroelastoplastique des argiles par approches multiechelles

Salma Smaoui, Florent Chalon, Abdelwahed Benhamida, Irini Djéran-maigre  
Hélène Dumontet

Laboratoire de Modélisation, Matériaux et Structures  
4, Place Jussieu 75252 Paris  
URGC, INSA de Lyon, 34 avenue des arts, 69621 Villeurbanne  
smaoui@ccr.jussieu.fr

### Résumé :

*Des approches multi-échelles sont proposées pour modéliser le comportement poroélastoplastique de milieux poreux. Dans un premier temps, une approche d'homogénéisation itérative est développée et complétée par une approche numérique. Ensuite, l'étude du comportement élastoplastique des milieux poreux par l'approche diluée couplé au processus itératif jusqu'à plastification a été établi et comparé à ceux des travaux de Chu-Hashin. La résolution numérique par Castem permet la validation de cette étude.*

### Abstract :

*Multi-scales approaches are proposed for to model poroelastoplastic behaviour of porous media. Initially, an iterative approach of homogenization is developed and completed by a numerical approach. Then, the investigation of the elastoplastic behaviour of the porous media by dilute approach coupled to iterative process until plastification was established and compared to Chu-Hashin's work. The numerical resolution by Castem allows the validation of this study.*

### Mots-clefs :

**approche multi-échelles ; méthode itérative ; comportement élastoplastique ; argiles**

## 1 Introduction

Le problème de la prédiction des propriétés élastiques macroscopiques des matériaux hétérogènes en particulier les matériaux poreux par le biais de l'homogénéisation, c'est à dire par les propriétés de leurs constituants, a reçu une attention considérable d'un grand nombre d'auteurs [1]...Depuis les années 50, l'intérêt se focalise de plus en plus sur la prédiction du comportement non linéaire tel que l'élastoplasticité puisqu'il s'approche d'avantage des comportements réelles de ces matériaux.

Ce papier est consacré à présenter au début la formulation du problème élastoplastique appliqué au volume représentative du matériau. Cette étude s'inspire des travaux effectués par Chu-Hashin [2]. La méthode d'homogénéisation choisie pour cette étude est l'approximation diluée améliorée par un processus itérative [3] qu'on détaillera ultérieurement. On présentera aussi quelques résultats du comportement élastique et l'apport du processus itératif.

## 2 Problème cellulaire

Les méthodes d'homogénéisation permettent de remplacer un matériau hétérogène par un matériau homogène équivalent (MHE). La caractérisation du comportement homogène équivalent

se fait en étudiant un volume élémentaire représentatif (VER) du matériau soumis à un chargement donné (en contrainte ou en déformation). Le comportement homogène équivalent est alors défini comme une relation entre les moyennes des déformations régnant dans le VER et la contrainte macroscopique imposée dans une approche contrainte et inversement en approche déformation [4], [5].

On considère un VER noté  $Y$  constitué d'une partie solide noté  $Y_s$  et d'une particule noté  $Y_p$  soumis à un chargement hydrostatique  $\underline{\underline{\Sigma}}$  qui évolue de façon monotone à partir de zéro. Les champs locaux  $\sigma(y, t)$ ,  $u(y, t)$  évoluent dans la cellule de base. Le problème cellulaire elastoplastique est problème d'évolution élastoplastique qui s'écrit sous la forme :

$$\operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}}(y, t) = 0, \quad \text{dans } Y_s \quad (1)$$

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}}(y, t) = \mathbf{C}_s : (\underline{\underline{e}}(\underline{\underline{\dot{u}}}(y, t)) - \underline{\underline{\dot{e}}}^p(y, t)), \quad \text{dans } Y_s \quad (2)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}(y) \cdot \underline{\underline{n}} = -\underline{\underline{\Sigma}} \underline{\underline{n}}, \quad \partial Y \quad (3)$$

où  $\sigma(y)$ ,  $e^e(y)$ ,  $e^p(y)$  sont les champs de contrainte, de déformation élastique et plastique du VER,  $\underline{\underline{\dot{u}}}$  et  $\underline{\underline{\dot{e}}}^p$  sont les vitesses d'écoulement et le taux de déformation plastique et  $\mathbf{C}_s$  le tenseur de rigidité d'ordre quatre de la partie solide et par  $\partial Y$  le bord extérieur du VER. On suppose que la partie solide est élastique parfaitement plastique .

La linéarisation de la loi de comportement élastoplastique nous permet d'écrire les relations classiques entre la moyenne des champs des déformations et le champ de contrainte pour un matériau à deux phases en approche déformation tel que :

$$\langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle = \mathbf{C}_s^* \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle; \quad (4)$$

$$\text{avec } \mathbf{C}_s^* : \underline{\underline{E}} = \mathbf{C}^{(s)} : \underline{\underline{E}} + \phi [\mathbf{C}^p - \mathbf{C}^s] \langle \underline{\underline{\varepsilon}}^{(p)} \rangle_{Y_p} \quad (5)$$

où  $\mathbf{C}_s^*$  est le tenseur de rigidité sécant équivalent d'ordre quatre fonction de la moyenne du champ de déformation sur la particule et les propriétés des phases du milieu.

Et pour une approche en contrainte la relation s'écrit sous la forme

$$\langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle = \mathbf{S}_s^* \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle \quad (6)$$

$$\text{avec } \mathbf{S}_s^* : \underline{\underline{\Sigma}} = \mathbf{S}^{(s)} : \underline{\underline{\Sigma}} + \phi [\mathbf{S}^p - \mathbf{S}^s] \langle \underline{\underline{\sigma}}^{(p)} \rangle_{Y_p} \quad (7)$$

où  $\mathbf{S}_s^*$  est le tenseur de souplesse sécant équivalent d'ordre quatre fonction de la moyenne du champ de contrainte sur la particule et les propriétés des phases du milieu.

De même pour les taux de déformation, on peut adopter les même écriture que précédemment tels que :

$$\langle \underline{\underline{\dot{\sigma}}} \rangle = \mathbf{C}_t^* \langle \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} \rangle \quad (8)$$

$$\text{avec } \mathbf{C}_t^* : \underline{\underline{\dot{E}}} = \mathbf{C}^{(s)} : \underline{\underline{\dot{E}}} + c_p [\mathbf{C}^p - \mathbf{C}^s] \langle \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^{(p)} \rangle_{Y_p} \quad (9)$$

où  $\mathbf{C}_t^*$  est le tenseur de rigidité tangent équivalent d'ordre quatre fonction du taux de la moyenne du champ de déformation sur la particule et les propriétés des phases du milieu.

Et pour une approche en contrainte la relation s'écrit sous la forme :

$$\langle \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} \rangle = \mathbf{S}_t^* \langle \underline{\underline{\dot{\sigma}}} \rangle \quad (10)$$

$$\text{avec } \mathbf{S}_t^* : \underline{\underline{\dot{\Sigma}}} = \mathbf{S}^{(s)} : \underline{\underline{\dot{\Sigma}}} + \phi [\mathbf{S}^p - \mathbf{S}^s] (< \underline{\underline{\sigma}}^{(p)} >)_{Y_p} \quad (11)$$

où  $\mathbf{S}_t^*$  est le tenseur de souplesse tangent équivalent d'ordre quatre fonction du taux de moyenne du champ de contrainte sur la particule et les propriétés des phases du milieu.

Les calculs sont explicites pour le cas d'un chargement hydrostatique en contrainte en en déformation pour l'approximation des distributions diluées en élastoplasticité. Le milieu poreux se présente comme le cas spéciale où les caractéristiques mécaniques de la particule disparaissent.

### 3 Processus itératif

Le processus itératif d'homogénéisation que nous proposons dans ce travail repose sur l'idée de construction du matériau poreux par l'ajout successif d'hétérogénéités. Cette idée s'inspire dans son principe de la méthode d'homogénéisation "schéma différentiel" ([6], [7], [8]), mais en différant par l'évolution de la taille du volume du VER au fur et à mesure des itérations. Plus précisément, l'obtention d'un matériau homogène ayant un taux d'inclusion ou de porosité  $\phi$  donnée se fait par la constitution successive de  $n$  matériaux intermédiaires obtenus par ajout d'une fraction de porosité  $\Delta\tau_j$  au matériau jusqu'à atteindre la porosité finale. La fraction  $\Delta\tau_j$  est définie comme  $\sum_{j=1}^n \Delta\tau_j = \phi$ .

À une étape  $i$ , le comportement du milieu poreux intermédiaire, noté  $\mathbf{C}^*(i)$  peut être déterminé par une méthode d'homogénéisation quelconque. A cette étape, les constituants de ce matériau intermédiaire ( $i$ ) sont : le matériau homogène intermédiaire de l'étape ( $i-1$ ), et les hétérogénéités (inclusions ou pores) dont la proportion est :

$$\phi^{(i)} = \frac{\Delta\tau_i}{\tau + \sum_{j=1}^i \Delta\tau_j} \quad (12)$$

où  $\tau$  est la fraction finale de la partie solide.

La première application de cette méthode a été établie pour un comportement élastique de ce matériau [3]. La loi de comportement homogène élastique en approche déformation du milieu intermédiaire de l'étape ( $i$ ) est définie à partir de l'étape précédente ( $i-1$ ) par :

$$\mathbf{C}^{*(i)} = \mathbf{C}^{*(i-1)} + \phi^{(i)} \mathbf{C}^{*(1-i)} : < \mathbf{A}^{(i)}(y) >_{Y_p} \quad (13)$$

où  $\mathbf{C}^{*(i)}$  module de rigidité élastique équivalent à l'étape intermédiaire ( $i$ ) et  $\mathbf{A}^{(i)}$  est le tenseur de localisation.

## 4 Application aux comportements des argiles

### 4.1 Caractérisation de la microstructure

Pour modéliser le comportement des argiles, l'approche multi-échelle nécessite la connaissance du comportement mécanique du squelette et de la porosité initiale du milieu. Deux identifications successives sont nécessaires. La première, à l'échelle macroscopique, est utile pour l'identification mécanique macroscopique du milieu à partir des résultats expérimentaux [9]. La caractérisation macroscopique des matériaux argileux a été établie par le modèle de Cam-Clay modifié qui donne accès aux modules d'Young  $E^*$  et le coefficient de Poisson  $\nu^*$  et bien d'autres paramètres [10]. La deuxième, à l'échelle microscopique, consiste à une identification

inverse en utilisant un processus d'homogénéisation. L'approximation diluée couplé au processus itératif est utilisé pour cette identification. Le module de compressibilité et le coefficient de Poisson de la partie solide sont donnés pour chaque argile étudié (tableau 1).

	$E^*(MPa)$	$\nu^*$	$E_s$	$\nu_s$
Illite salin 14	4390.3	0.14	11170	0.097
Bouzule	640	0.15	1010	0.135
Marais Poitevin	309.5	0.17	1195	0.141

TAB. 1 – Propriétés mécaniques des argiles

## 4.2 Comportement élastique

L'application du processus itératif sur le comportement mécanique du matériau est mis en évidence par la figure 1 où est présenté l'évolution du module de compressibilité, en fonction de la porosité obtenu pour l'approximation diluée en approche contrainte et en approche déformation (dd et dc), diluées itératives (dd it et dd it), borne supérieure de Hashin-Shtrikman (Hashin), méthode auto-cohérente des 3 phases (3Phases), schéma différentielle (dif) et milieux périodiques (period). L'introduction du processus itératif sur les valeurs de l'approche diluée conduit à leur superposition quelque soit la valeur de la porosité. L'application de ce processus itératif aux autres méthodes d'homogénéisation permet la superposition des différentes courbes.

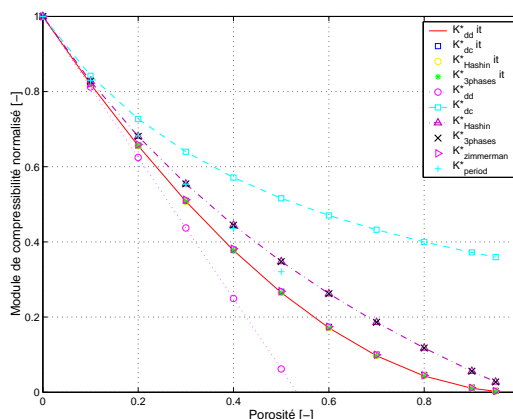


FIG. 1 – Module de compressibilité en fonction de la porosité pour différentes méthodes d'homogénéisation.

## 4.3 Comportement plastique parfait

Le comportement elastoplastique du matériau poreux se traduit par l'évolution du module de compressibilité en fonction de la pression appliquée (figure 2). Comme précédemment, la méthode d'homogénéisation d'approximations diluées est utilisée et confrontée à celle de l'assemblage de Hashin [2]. Comme attendu l'approche diluée n'est pertinente que pour des faibles taux ce qui fait qu'elle est proche de celle de Hashin et au fur et à mesure que la porosité

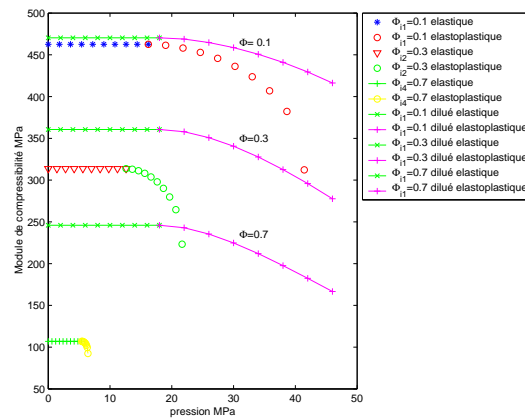


FIG. 2 – Module de compressibilité en fonction de la porosité pour différentes méthodes d’homogénéisation.

augmente les deux courbes s’élignent. Pour corriger cette divergence, on applique le processus itératif au deux approches d’homogénéisation. Sur la figure 3, seule la partie élastique est

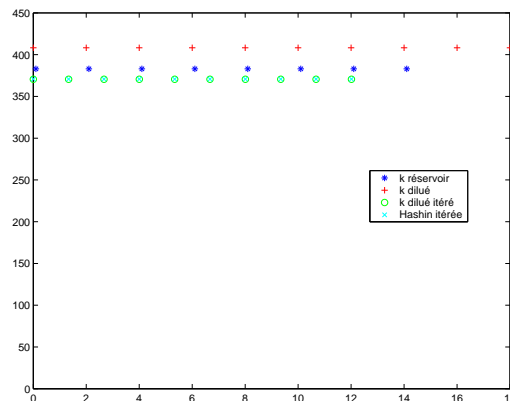


FIG. 3 – Module de compressibilité en fonction de la pression pour le dilué, dilué itéré, Hashin et Hashin itérée pour une porosité de 0,6

été itérée puisque on ne dispose pas du module de cisaillement elastoplastique explicite. La résolution du problème de cisaillement nécessite une résolution numérique. On remarque que l’introduction du processus itératif permet d’agir sur la limite d’élasticité.

#### 4.4 Résolution numérique : Cisaillement

La résolution numérique du problème de cisaillement a été établi par Castem pour le cas où la partie solide est parfaitement plastique. La figure 4 présente l’évolution de ce module en fonction de la contrainte appliquée. Il présente la même allure que le module de compressibilité. Seule la partie élastique du module obtenue par le processus itératif est superposée sur cette figure.

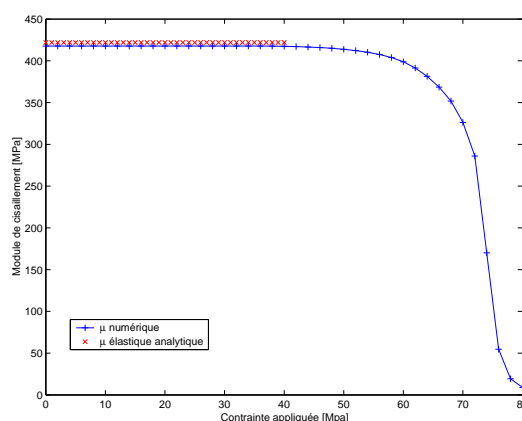


FIG. 4 – Module de cisaillement en fonction de pression pour une porosité de 0,1.

## 5 Conclusions

les techniques d'homogénéisation nous ont permis de déterminer une approximation du comportement elastoplastique des argiles. On a évalué d'une part le module de compressibilité par l'approche dilué couplé au processus itératif jusqu'au début de la plastification, et d'autre part le module de cisaillement, par résolution numérique. La simulation de l'essai de compaction pourrai se faire par combinaison de ces résultats, ce qui est jusqu'à présent assez complexe à réaliser.

## Références

- [1] Hashin Z. and Shtrikman S. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. *Journal on mechanics physic solids*, 11 :127–140, 1963.
- [2] T.Y. Chu and Z. Hashin. Plastic behavior of composite and porous media under isotropic stress. *int. J. Engng.Sci.*, 9 :971–994, 1971.
- [3] A.W. Benhamida, I. Djeran-Maigre, H. Dumontet, and S. Smaoui. Clay compaction modelling by homogenization theory. *International Journal Rocks Mechanics, Mining Science & Geomechanics*, à paraître en 2005.
- [4] R.M. Christensen. *Mechanics of composite materials*. Wiley Interscience, New-York, 1979.
- [5] J Aboudi. *Mechanics of composite Materials*. Elsevier, 1991.
- [6] R. McLaughlin. A study of the differential scheme for composite materials. *Int. J. Engng. Sci*, 15 :237–244, 1977.
- [7] A.N. Norris. A differential scheme for the effective moduli of composites. *Mechanics of Materials*, 4 :1–16, 1985.
- [8] R.W. Zimmerman. Elastic moduli of a solid with spherical pores : new self-consistent method. *International Journal Rocks Mechanics, Mining Science & Geomechanics*, 21(6) :339–343, 1984.

- [9] I. Djeran-Maigre, D. Tessier, D. Grunberger, B. Velded, and G. Vasseu. Clay compaction modelling by homogenization theory. *Marine and Petroleum Geology*, 15 :109–128, 1998.
- [10] A. Pouya, I. Djeran-Maigre, V. Lamoureux-Var, and D. Grunberger. Mechanical behaviour of fine grained sediment : experimental compaction and three-dimensional constitutive model. *Marine and Petroleum Geologie*, 15 :129–143, 1998.