



**HAL**  
open science

# Calcul semi-analytique d'un massif viscoélastique soumis à une charge roulante rectangulaire

Armelle Chabot, Jean Michel Piau

## ► To cite this version:

Armelle Chabot, Jean Michel Piau. Calcul semi-analytique d'un massif viscoélastique soumis à une charge roulante rectangulaire. 1ère Conférence Internationale Albert Caquot, Oct 2001, Paris, France. hal-01689132

**HAL Id: hal-01689132**

**<https://hal.science/hal-01689132>**

Submitted on 20 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

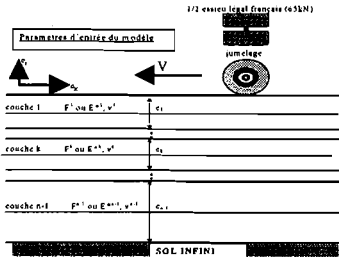
L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Calcul semi-analytique de la déformée d'un massif viscoélastique soumis à une charge roulante rectangulaire

A. CHABOT & J.-M. FIAU

## CONTEXTE ET OBJECTIFS

La méthode actuelle de dimensionnement française des chaussées repose sur le modèle semi-analytique axisymétrique de Burmister (1943-1945) (guide technique LCPC-SETRA de 1994). Le charge est supposée circulaire et la chaussée est modélisée comme un multicouche constitué de couches homogènes élastiques isotropes reposant sur un massif semi-infini. Ce modèle a conduit dans le milieu des années 60 à plusieurs logiciels de dimensionnement dont celui du LCPC-SEMA, ALIZE (1977). Le but de ce projet est de proposer à l'ingénieur une alternative aux calculs éléments finis pour prendre en compte de façon plus réaliste le comportement viscoélastique des enrobés bitumineux dans le logiciel de dimensionnement des chaussées ALIZE.



## MODELE VISCOROUTE

Les hypothèses de départ:  
 Hyp1: Comportement isotrope  $\hat{\epsilon}(x,y,z,t) = \int \int F(t-u) \left[ (1+\nu) \frac{\partial^2}{\partial x^2} (x,y,z,u) - \nu \nabla^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (x,y,z,u) \right] du$   
 Hyp2: Equilibre des contraintes sans les forces de volume  $\nabla \cdot \hat{\sigma}(x,y,z,t) = \hat{f}(x,y,z,t)$   
 Hyp3: Vitesse uniforme  $\hat{f}(x,y,z,t) = \int \int \int f(x,y,z) \delta(t-\tau) dx dy d\tau$   
 Technique utilisée:  
 Tech1: Écriture du problème dans le repère de la charge  $\hat{f}(x,y,z) = \int \int \int f(x,y,z) \delta(t-\tau) dx dy d\tau$   
 Tech2: Double Transformation de Fourier

$$\hat{\sigma}_{(x,y,z)} = \left( C_{11}^0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + C_{12}^0 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + C_{13}^0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + C_{14}^0 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + C_{15}^0 \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + C_{16}^0 \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \right) \hat{f}(x,y,z)$$

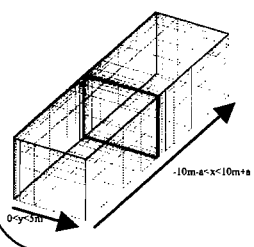
Cas particulier d'application en cours de traitement:  
 Hyp1: Continuités des déplacements et des contraintes aux interfaces  
 Hyp2: Charge verticale rectangulaire de côtés a et b

$\hat{w}_k$	$k_x = 1, n-1$	$\hat{w}_k = \begin{bmatrix} \hat{w}_k^{(1)} \\ \hat{w}_k^{(2)} \\ \hat{w}_k^{(3)} \\ \hat{w}_k^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_k^{(1)} \\ B_k^{(1)} \\ C_k^{(1)} \\ D_k^{(1)} \end{bmatrix} \hat{f}(p,q)$
-------------	----------------	--

avec  $\hat{w}_k^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{p^2+q^2}} \sqrt{p^2+q^2} \sqrt{p^2+q^2} \sqrt{p^2+q^2} \sqrt{p^2+q^2}$

## OUTIL ELEMENTS FINIS UTILISE

- Module de développement CVCR (Heck, 1999) du code César-LCPC
- Maillage 3D composé d'éléments à 20 nœuds



massif de -5 m de profondeur: 2160 éléments au total  
 massif de -15m de profondeur: 2808 éléments au total

## LOI VISCOELASTIQUE UTILISEE

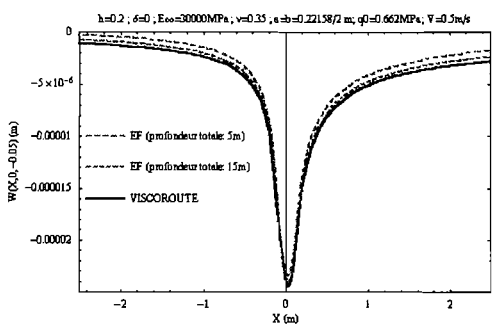
Modèle de Huet (1963)  
 $E^*(p, \theta) = E_0 \left[ 1 + \frac{\delta}{(ipV\tau(\theta))^k} + \frac{1}{(ipV\tau(\theta))^h} \right]$   
 $E_0$ : module élastique statique  
 $k, h$ : exposants des amortisseurs paraboliques tels que  $1 > h > k > 0$   
 $\delta$ : coefficient adimensionnel  $> 0$   
 $\theta$ : température  
 $v(\theta) = \exp(A_0 + A_1\theta + A_2\theta^2)$

## METHODE DE CALCUL DANS L'ESPACE DES REELS ET COMPARAISON

Terme générique à traiter dans le cas d'un massif semi-infini (A et B fonctions de v et de la charge uniformément répartie q)

$$\hat{w}(p,q,z) = \frac{A + Bz\sqrt{p^2+q^2}}{E^*(p,q)} \sin(ap)\sin(bq)e^{-\sqrt{p^2+q^2}z}$$

$$w(X,Y,z) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \hat{w}(p,q,z) dp dq$$



Utilisation de la méthode d'intégration dans le plan complexe

1. Changement de variable  $p = p \cos \varphi; q = p \sin \varphi$

$$w(X,Y,z) = \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{A + Bz\sqrt{p^2+q^2}}{E^*(p,q)} \sin(ap)\sin(bq) e^{-\sqrt{p^2+q^2}z} dp dq$$

2. Résolution des intégrations sur un chemin donné

$$\int_1 \rightarrow 2 = \int_4 \rightarrow 3 + \int_1 \rightarrow 4 + \int_3 \rightarrow 2 \rightarrow 0 \text{ qd } p \rightarrow \infty$$

Technique utilisée:  
 Sur 1-4: Développement limité d'ordre 1  
 Sur 4-3: changement de variable

$$aa = \frac{-2(1-\nu^2)q_0}{E_{\infty}\pi^2}, bb = \frac{(1+\nu)q_0}{E_{\infty}\pi^2}$$

$$w(X, Y, z) = -W_1 - W_2 + W_3 + W_4$$

$$\gamma_1 = \gamma(-a, b); \gamma_2 = \gamma(a, -b); \gamma_3 = \gamma(a, b); \gamma_4 = \gamma(-a, -b)$$

avec  $\gamma = z + i((a+x)\cos\varphi + (b+y)\sin\varphi)$

$$W_1(X, Y, z) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \underbrace{(aa \gamma_1 + bb z) \text{Log}(-\gamma_1)}_{\text{terme élastique}} \frac{d\varphi}{\cos\varphi \sin\varphi} + \underbrace{\left[ \frac{\delta}{(iV\tau)^k} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-u}}{u^k} du \right] \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(-\gamma_1)^k}{k} \left( \frac{aa}{1+k} \gamma_1 + bb z \right)}_{\text{effets des amortisseurs}} \frac{d\varphi}{\cos\varphi^{1+k} \sin\varphi} + \frac{1}{(iV\tau)^h} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-u}}{u^h} du \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(-\gamma_1)^h}{h} \left( \frac{aa}{1+h} \gamma_1 + bb z \right) \frac{d\varphi}{\cos\varphi^{1+h} \sin\varphi}$$

## PERSPECTIVES

Modèle de Huet et Sayegh (1965)

$$\hat{E}^*(p, \theta) = E_0 + \frac{E_{\infty} - E_0}{1 + \frac{\delta}{(ipV\tau(\theta))^k} + \frac{1}{(ipV\tau(\theta))^h}}$$


La prise en compte de la loi de comportement de Huet-Sayegh (1965), décrivant encore plus efficacement le comportement des enrobés bitumineux que la loi de Huet, ainsi que la programmation du modèle pour le cas général multicouche sont en cours de traitement.  
 Les applications directes de ce programme serviront à l'interprétation d'expériences en vraie grandeur (sur des accélérateurs de trafic lourd comme montrés sur les figures a et b), de phénomènes de fissuration par le haut des chaussées ou pour une partie à l'analyse d'essais d'ornièrage.

Remerciements: Merci à Alain Ehrbacher et Philippe Tamagny pour leur contribution à l'écriture du modèle VISCOROUTE dans l'espace de Fourier