



**HAL**  
open science

## Différence entre distributions couleur

Hermine Chatoux, Noël Richard, François Lecellier, Christine Fernandez-Maloigne

► **To cite this version:**

Hermine Chatoux, Noël Richard, François Lecellier, Christine Fernandez-Maloigne. Différence entre distributions couleur. ORASIS 2017: 16ème journées francophones des jeunes chercheurs en vision par ordinateur, GREYC, Jun 2017, Colleville-sur-mer, France. hal-01649749

**HAL Id: hal-01649749**

**<https://hal.science/hal-01649749>**

Submitted on 27 Nov 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Différence entre distributions couleur

H. Chatoux<sup>1</sup>

N. Richard<sup>1</sup>

F. Lecellier<sup>1</sup>

C. Fernandez-Maloigne<sup>1</sup>

<sup>1</sup> XLIM-ICONES

Bât. SP2MI, Téléport 2, 11 Bd Marie et Pierre Curie, BP 30179,  
86962 Futuroscope Chasseneuil  
prenom.nom@univ-poitiers.fr

## Résumé

*La mesure de similarité entre deux zones couleur reste une question ouverte sans outils métrologiques. Dans ce travail, nous proposons une mesure de similarité prenant en compte l'aspect vectoriel et perceptuel de la donnée couleur, avec l'idée de tendre vers une métrologie adaptée. La distribution des couleurs présentes est considérée sous la forme d'une ellipsoïde dans l'espace recommandé pour les mesures de différence couleur. Une divergence de Kullback-Leibler permet ensuite d'estimer la similarité entre les deux distributions. Les tests sur images de synthèse, puis images réelles montrent le fort potentiel de cette approche.*

## Mots Clef

Couleur, Texture, distance entre distributions, divergence de Kullback-Leibler

## Abstract

*The similarity measure between two colour regions is an actual challenge without metrological solution. This work proposes a similarity measure taking into account the perceptual and vectorial aspect of colour measurement. Colour distributions are considered as 3 dimensional ellipsoids in a colour space adapted to perceptual colour difference assessment. Kullback-Leibler divergence is used to assess the similarity between two distributions. Tests on generated and acquired images show the high potential of this approach.*

## Keywords

Colour, Texture, Distribution differences, Kullback-Leibler divergence.

## 1 Introduction

Bien qu'étudiée depuis près de 20 ans, la mesure de similarité entre deux régions d'images couleur est encore un problème ouvert. Cette question est pourtant au coeur de nombreux processus, que ce soit pour la comparaison de points d'intérêt ou celle de l'aspect de deux surfaces colorées. Au delà d'une réponse supplémentaire à ces problématiques, notre objectif est de tendre vers une mesure qui

valide les propriétés métrologiques d'usage d'une mesure de différence (exactitude, fidélité...).

Dans ce travail, nous montrons la nécessité de considérer l'ensemble des couleurs issues d'une région ou image couleur comme une distribution dans un espace trichromatique. Puis, nous expliquons en quoi les approches actuelles ne répondent pas à nos contraintes métrologiques. Typiquement, il est attendu que les biais et incertitudes d'une telle mesure soient maîtrisés, cela exclut des approches basées sur des distances de Minkowski (sec. 2.1). Nous proposons alors une approche basée sur la divergence de Kullback-Leibler, adaptée à l'estimation de la différence entre distributions dans des espaces  $n$ -dimensionnels (sec. 2.2). Enfin, nous montrons le comportement de cette divergence sur des distributions et des images issues de la base **VISTEX** (sec. 3.2).

## 2 Différences entre distributions couleur

La métrologie requiert l'établissement de mesures, idéalement de distance. Malheureusement, la plupart des mesures entre distributions sont des mesures de divergence qui ne respectent pas l'inégalité triangulaire. Nous utiliserons donc le terme générique de différence, recommandé par la CIE et englobant les deux possibilités.

### 2.1 Les principales approches utilisées

La théorie de la mesure de différence entre ensembles, distributions et fonctions est riche de nombreuses propositions [7–9]. Certaines comme l'Earth-Mover-Distance [10, 19] associent ce problème à la recherche de l'énergie de transformation d'une distribution en une autre, proposant ainsi une formulation générique. Malheureusement, l'optimisation au coeur de cette mesure est très sensible aux faibles variations (bruit) et ne permet donc pas d'atteindre la robustesse attendue.

La solution la plus largement répandue est basée sur une norme de Minkowski d'ordre 2, utilisée directement ou sur l'histogramme des gradients [1, 5, 13]. Si l'usage de ce type de métrique est évident pour des données vectorielles  $n$ -dimensionnelles, il est cependant inadapté dans le contexte des distributions. Dès lors que le support colori-

métrique des deux distributions devient disjoint, la mesure de distance devient saturée et ce, quelle que soit l'évolution de l'écart colorimétrique. Cette limite de construction impacte également des mesures dérivées de la norme de Minkowski, telles que Mahalanobis [16, 17], ou du  $\chi^2$  [21] qui sembleraient initialement plus adaptées.

Le coût combinatoire est souvent une justification à la recherche de solutions alternatives plus rapides, considérant la distribution sous la forme d'un code autorisant des distances de Hamming [3, 18, 20], ou des recherches de corrélations d'ordre [23]. Cependant la mise en oeuvre abandonne ici toute une partie de l'information, induisant une perte d'exactitude non maîtrisée.

Pour pallier ces limites, Liu a proposé une distance géodésique entre distributions couleur, prenant en compte une partie réduite du problème [12]. Une alternative duale à cette construction est celle exploitant une distance de chapeau entre les deux ensembles [4]. Malheureusement, la mesure de la différence entre deux distributions ne se limite pas à l'écart entre les supports trichromatiques, mais doit intégrer également les variations de densités.

L'usage d'une divergence de Kullback-Leibler (KL) n'est pas nouveau pour estimer la différence entre deux distributions couleur. Goldberger mélange ainsi coordonnées couleur dans *CIELAB* et positions spatiales pour calculer une approximation de la divergence de Kullback-Leibler [6]. Mathiassen considère, quant à lui, une caractéristique de texture basée sur les filtres de Gabor puis évalue la similarité entre les distributions avec la divergence de KL [15]. Plus récemment, ce type de divergence a été utilisé en combinaison avec des classifieurs de types KNN [14, 22], ou d'autres encore [11].

## 2.2 La divergence de Kullback-Leibler

Nous souhaitons estimer la différence entre deux histogrammes trichromatiques. Si ceux-ci sont normalisés<sup>1</sup>, ils peuvent être considérés comme des densités de probabilité. Parmi les mesures de distance/similarité existantes, la divergence de Kullback-Leibler (KL) est la plus utilisée et réputée stable [9]. La mesure d'information de KL estime la mesure de dissimilarité entre deux lois de probabilités  $P$  et  $Q$ . Cette mesure est donnée par :

$$D_{KL}(P/Q) = \int_{\mathcal{Q}} p(x) \log \left( \frac{p(x)}{q(x)} \right) dx,$$

où  $p$  et  $q$  sont les densités de probabilité de  $P$  et  $Q$  respectivement,  $\mathcal{Q}$  correspond au support de  $Q$ . Dans le contexte discret des images, la densité mesurée à partir de l'histogramme pour certaines coordonnées peut être nulle.

Afin de respecter la propriété de symétrie, Kullback et Leibler ont défini la divergence de KL comme la somme des deux mesures d'information  $D_{KL}(P/Q)$  et  $D_{KL}(Q/P)$  (aussi connue en tant que divergence de Jeffrey). Malheureusement, la divergence de KL n'est pas une distance (non respect de l'inégalité triangulaire).

1. La somme des distributions est unitaire.

L'estimation de cette divergence par une intégration discrète peut être coûteuse, surtout lorsque la dimension de l'espace vaut 3 ou plus. Cependant, il existe différentes méthodes pour accélérer ce processus moyennant une perte de précision comme le présente Wang dans [22] ou Goldberger dans [6]. Le second problème est lié à l'aspect discret des fonctions de densité de probabilité, induisant des mesures de probabilité nulles pour certaines coordonnées.

Pour résoudre les deux problèmes précédents, nous proposons de modéliser la distribution  $P$  des coordonnées couleur par une loi multivariée  $\tilde{P}$ . Celle-ci est caractérisée par une coordonnée moyenne  $\mu_P$  et une matrice  $3 \times 3$   $\Sigma_P$  de variance-covariance :

$$\tilde{P} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} |\Sigma_P|^{\frac{1}{2}}} \exp \left( -\frac{1}{2} (x - \mu_P)^t \Sigma_P^{-1} (x - \mu_P) \right),$$

L'intérêt d'une approximation de la distribution couleur  $P$  en une ellipsoïde tridimensionnelle  $\tilde{P}$  réside dans la solution directe au calcul de la mesure de l'information de Kullback-Leibler (eq. 1) et, par là-même, à la mesure de la divergence associée :

$$\begin{aligned} D_{KL}(P/Q) &\approx D_{KL}(\tilde{P}/\tilde{Q}) \\ &\approx \frac{1}{2} \left( \log \left( \frac{|\Sigma_Q|}{|\Sigma_P|} \right) + \text{tr} \left( \Sigma_Q^{-1} \Sigma_P \right) + \right. \\ &\quad \left. (\mu_Q - \mu_P)^t \Sigma_Q^{-1} (\mu_Q - \mu_P) - 3 \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Un test d'hypothèse permet de valider le choix du modèle multivarié pour approximer la distribution tridimensionnelle couleur. Dans le cas, où le test indique une inadéquation au modèle, il est toujours possible de revenir vers un calcul direct de la divergence de Kullback-Leibler, plus coûteuse en temps calcul et requérant une gestion des valeurs nulles de la distribution.

## 2.3 Le choix de l'espace couleur

Le contexte couleur impose de discuter du choix de l'espace couleur de travail. Il serait envisageable de travailler directement dans l'espace *RGB* d'acquisition. Cependant, nous savons que les canaux sont fortement corrélés dans cet espace. De plus les différences de couleurs calculées dans *RGB* ne sont pas perceptuellement uniformes. En conséquence, il serait impossible de relier les résultats d'une expérimentation psycho-physique aux différences calculées (ce qui n'exclut pas que la corrélation soit valide pour quelques cas particuliers).

Depuis quelques années, les résultats se succèdent pour démontrer l'intérêt d'un traitement dans des espaces où les métriques de différence ont été validées. Typiquement, Bello-Cerezo montre que les résultats de classification sont presque toujours meilleurs dans l'espace *CIELAB*, notamment lorsque les informations d'étalonnage et/ou de calibration sont disponibles [2].

Dans ce travail, nous considérons donc prioritairement un traitement dans l'espace *CIELAB*, recommandé par la

CIE pour l'évaluation des différences perceptuelles de couleur. D'autres espaces préconisés par la CIE auraient pu être considérés comme le *CIELUV*, ou d'autres versions plus récentes. Néanmoins la dynamique des différences couleurs considérées est susceptible d'être importante et très supérieure à la plage de validation de ces distances plus récentes (inférieure à 5 unités).

### 3 Valider la mesure

Pour valider cette mesure de divergence, nous allons effectuer deux séries de tests. Le premier vise à valider le comportement de la mesure en fonction des variations entre les distributions. Le second test applique la mesure de divergence entre différentes images pour en comprendre la dynamique en condition d'usage.

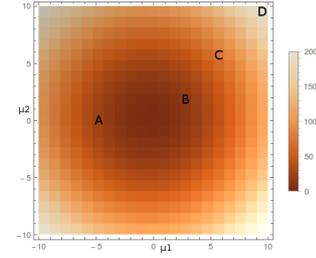
#### 3.1 Sur distributions de synthèse

Si la divergence de Kulback-Leibler est bien connue pour la comparaison de fonctions de densités de probabilité unidimensionnelle, elle est peu utilisée dans des dimensions supérieures. Avant de l'exploiter entre des histogrammes trichromatiques, nous proposons d'en analyser le comportement dans le cadre de fonctions de densités de probabilité bidimensionnelle pour des facilités d'affichage.

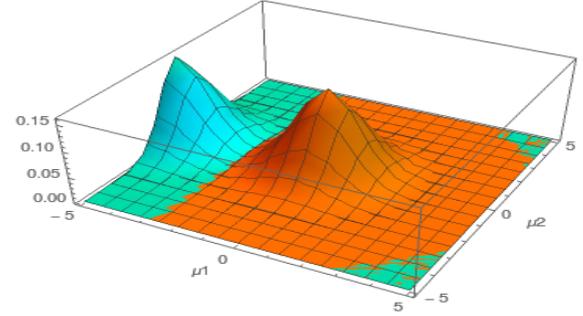
Nous allons considérer deux fonctions de type loi normale bidimensionnelle, définies par une position moyenne dans l'espace de représentation et une matrice  $2 \times 2$  de variance-covariance. La première sera la loi de référence et nous ferons varier les paramètres de la seconde pour analyser le comportement de la mesure de similarité. Nous allons faire varier successivement l'écart entre les distributions (variation de la position moyenne), l'écart-type puis l'orientation des deux lois.

**Réponse à un écart chromatique** Dans ce premier test, nous considérons deux lois normales de même variance unitaire et de covariance nulle. Nous allons faire varier l'écart chromatique entre les deux lois. Les Figures 1b et 1c illustrent deux cas particuliers correspondant à un éloignement de 5 unités dans le premier cas et de  $\sqrt{13}$  unités dans le second (mesure en norme  $L_2$ ). La Figure 1a montre la réponse de la mesure de similarité en fonction de l'éloignement sur les deux axes de représentation ( $\mu_1$  et  $\mu_2$ ). Comme attendu, nous vérifions que la mesure de similarité indique que les deux lois de la Figure 1c sont plus proches ( $D_{KL}(B, Q) = 13$ ) que celles de la Figure 1b ( $D_{KL}(A, Q) = 25$ ). La Figure 1d présente deux distributions (Cyan et Bleu) comparées à la distribution de référence (Orange). Les supports des distributions sont presque disjoints, impliquant une distance  $\mathcal{L}_2$  quasiment identique pour les deux mesures (0.399). L'évolution de la divergence de KL est quant à elle strictement croissante, comme attendu ( $D_{KL}(C, Q) = 72$ ,  $D_{KL}(D, Q) = 200$ ).

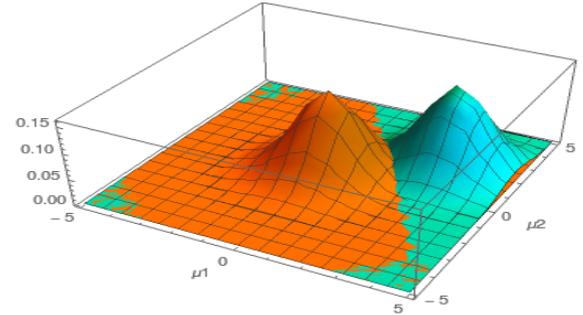
**Réponse à un changement de forme** Dans ce second test, nous considérons deux lois multinormales centrées à l'origine et de covariance nulle. La première loi présente une variance unitaire ( $\sigma_Q = (1, 1)$ ), la seconde loi explore



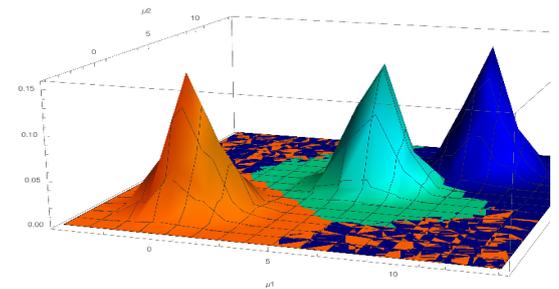
(a) Évolution de la Divergence de KL à un changement de valeur moyenne  $\mu_P$  ( $\mu_Q = (0, 0)$ ,  $\mu_P = (\mu_1, \mu_2)$ )



(b)  $\mu_A = (-5, 0) \Rightarrow D_{KL}(A, Q) = 25$ ,  $D_{\mathcal{L}_2}(A, Q) = 0.398$



(c)  $\mu_B = (3, 2) \Rightarrow D_{KL}(B, Q) = 13$ ,  $D_{\mathcal{L}_2}(B, Q) = 0.391$

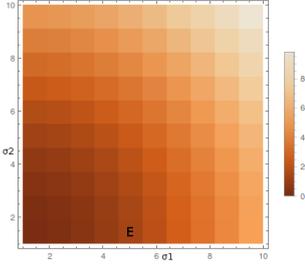


(d)  $\mu_C = (6, 6) \Rightarrow D_{KL}(C, Q) = 72$ ,  $D_{\mathcal{L}_2}(C, Q) = 0.399$   
 $\mu_D = (10, 10) \Rightarrow D_{KL}(D, Q) = 200$ ,  $D_{\mathcal{L}_2}(D, Q) = 0.399$

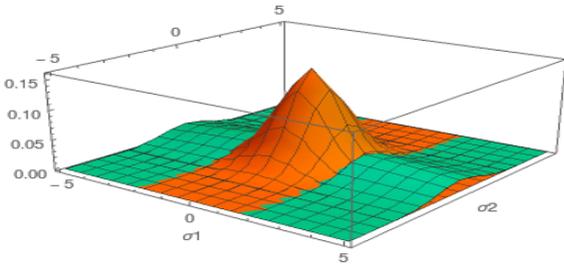
FIGURE 1 – Réponse de la divergence de KL à l'éloignement de deux lois normales centrées et réduites en fonction des axes d'éloignement  $\mu_1$  et  $\mu_2$  de la distribution  $P$ .

des variances comprises entre 1 et 10. La Figure 2b présente un exemple de configuration des deux densités de

probabilité. La Figure 2a présente la réponse de la mesure de divergence de KL aux variations  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  de la seconde loi. Le comportement est, comme attendu, une évolution strictement croissante de la mesure de similarité proportionnelle aux différences entre les variances des deux lois.



(a) Évolution de la Divergence de KL en fonction de  $\sigma_P$  ( $\sigma_Q = (1, 1)$ ,  $\sigma_P = (\sigma_1, \sigma_2)$ )



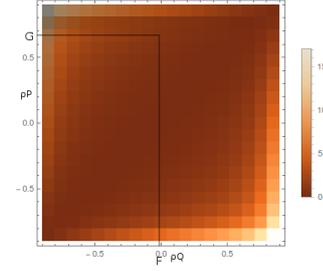
(b)  $\sigma_Q = (1, 1)$ ,  $\sigma_E = (5, 1) \Rightarrow D_{KL}(E, Q) = 11.52$

FIGURE 2 – Réponse de la divergence de KL à un changement de variance ( $\sigma_1, \sigma_2$ ) dans une des lois multinormales.

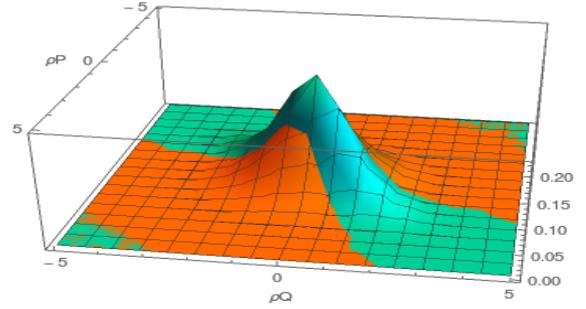
**Réponse à un changement d'orientation** Dans le troisième test, nous faisons varier les covariances  $\rho_q$  et  $\rho_p$  des deux lois, soit la corrélation. Ce second paramètre a pour impact de transformer les iso-niveaux dans la densité de probabilité de cercle en ellipse orientée selon la covariance (exemple Figure 3b). La carte de divergence (Figure 3a) est différente des précédentes. En effet, comme les deux distributions varient, nous avons une droite nulle sur l'axe  $\rho_p = \rho_q$  ce qui correspond à l'axe où les deux distributions sont identiques. En dehors de cet axe, la divergence augmente de façon strictement croissante. La Figure 3b représente les densités de probabilité lorsque  $P$  présente une covariance nulle et  $\rho_Q = 0.7$ .

Il faut noter la différence d'échelle entre les trois Figures 1a, 2a et 3a. Modifier la moyenne a un effet prépondérant sur un changement des variances puisque les fortes valeurs des deux distributions ne sont pas confondues. De même, la modification de variance induit une divergence plus forte qu'un changement de covariance pour des variances fixes car la zone de valeurs similaires est plus grande dans le second cas.

Nous venons de vérifier que les propriétés attendues (proportionnalité de la réponse aux variations des paramètres) sont respectées. Dans la section suivante, nous allons ana-



(a) Évolution de la Divergence de KL selon  $\rho_q$  et  $\rho_p$



(b)  $\rho_F = 0$ ,  $\rho_G = 0.7$  et  $D_{KL}(F, G) = 0.960$

FIGURE 3 – Réponse de la divergence de KL à une variation de covariance  $\rho$  entre les deux lois multinormales.

lyser le comportement de cette mesure sur des images de textures couleurs.

### 3.2 Sur images réelles

Après une première partie sur des distributions théoriques, nous étudions la réponse de la fonction de divergence à la mesure de similarité entre textures couleur issues de scènes réelles, donc de distributions complexes. Nous mesurons la distance dans l'espace *CIELAB* qui est perceptuel et dans l'espace *RVB* très utilisé dans la littérature.

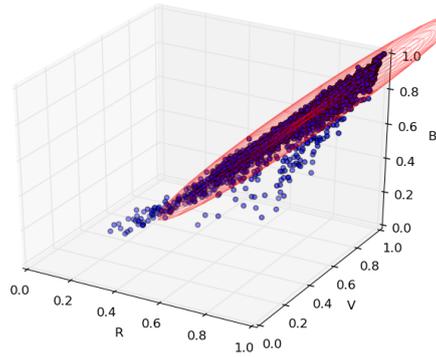
**Cas de textures proches** Dans une première expérimentation, nous choisissons des textures similaires en contenu avec des variations de couleur, d'échelle de prise de vue ou de type (Figures 4a, 4d, 4g et 4j). Le calcul de la mesure de similarité s'établit selon l'équation (1) à partir de l'approximation des histogrammes de chaque image par une loi multinormale. Celle-ci est représentée par l'ellipsoïde tridimensionnelle, dessinée en rouge sur les figures, englobant 95% de la loi de probabilité ( $3\sigma$ ).

Les Figures 4b, 4e, 4h et 4k présentent les histogrammes dans l'espace *RGB*, leurs équivalents dans l'espace *CIELAB* sont les Figures 4c, 4f, 4i et 4l. La première constatation est celle de la grande similarité qui transparaît visuellement entre ces histogrammes dans leurs espaces respectifs. C'est donc sans surprise que nous constatons que les mesures de divergence rapportées dans chacun des espaces présentent des variations relatives comparables (Table 1).

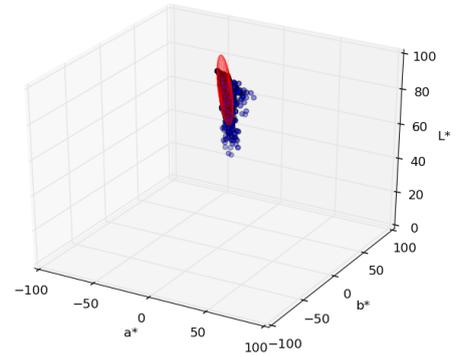
**Cas de textures différentes** Le second test porte sur une série d'images de distributions couleur très différentes



(a) Image de référence



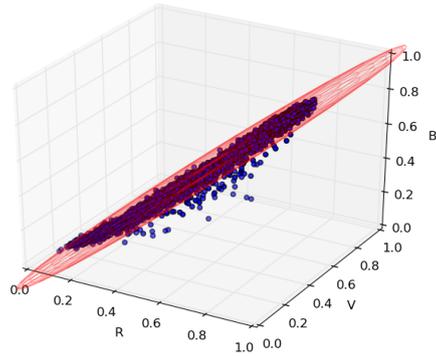
(b) Histogramme dans *RGB*



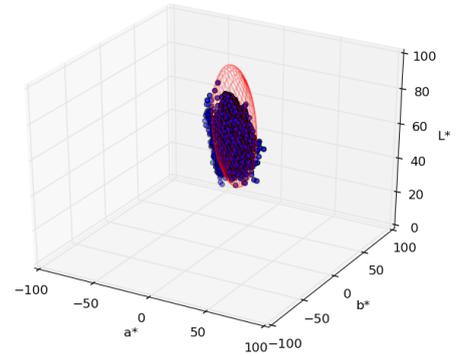
(c) Histogramme dans *CIELAB*



(d) Changement de teinte



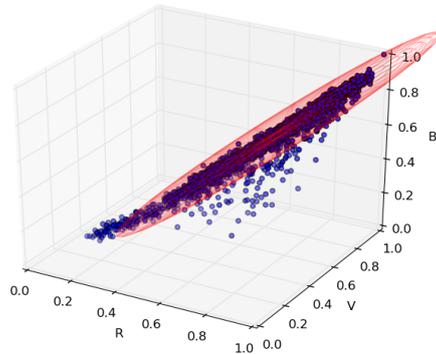
(e)  $D_{KL}(4a, 4d) = 45.391$



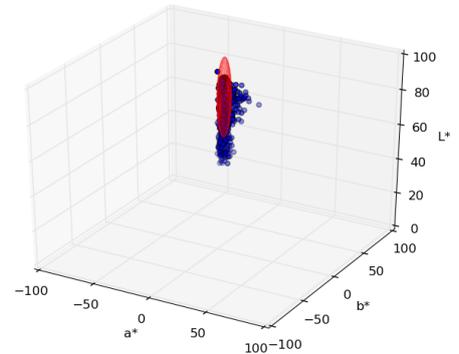
(f)  $D_{KL}(4a, 4d) = 45.226$



(g) Changement d'échelle



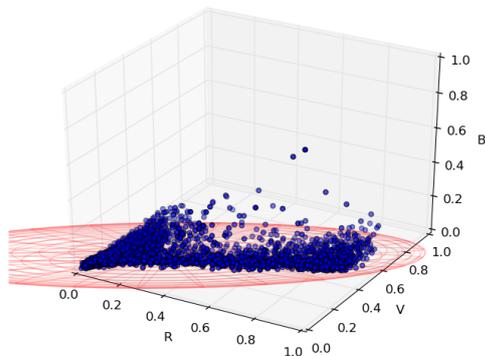
(h)  $D_{KL}(4a, 4g) = 1.175$



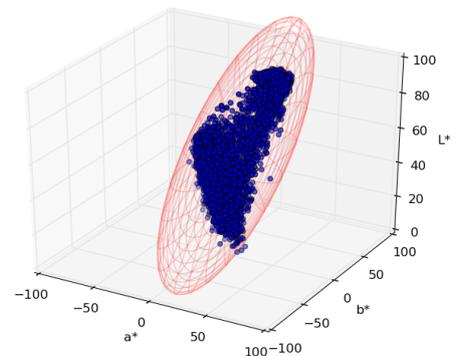
(i)  $D_{KL}(4a, 4g) = 1.171$



(j) Changement de fleur



(k)  $D_{KL}(4a, 4j) = 191.914$



(l)  $D_{KL}(4a, 4j) = 217.291$

FIGURE 4 – Quatre textures de même nature avec leur histogramme et l'ellipsoïde correspondant au modèle multinormal associé dans *RGB* et *CIELAB*.

TABLE 1 – Table des mesures de divergence KL entre textures proches

			
RGB	45.391	1.175	191.914
CIELAB	45.226	1.170	217.291

(Figure 6). Les images sont classées selon leur similarité croissante à l'image de référence (*Water* : Figure 6a) dans l'espace *CIELAB*. L'ordre obtenu dans l'espace *RVB* est différent.

L'image de référence est plutôt achromatique (voir histogrammes dans *RGB* et *CIELAB*, Figures 6b et 6c). Il en est de même pour la seconde image Figure 6d. La similarité attendue est donc très faible. Les deux images suivantes présentent un contenu plus chromatique, leurs histogrammes se distribuent autour de l'axe achromatique de façon plus diffuse. Les histogrammes des images *Fabric* et *Water'* (Figures 6m et 6j) se positionnent sur un axe décalé de l'axe achromatique, de forme très différente de celle de la référence pour l'image *Fabric*.

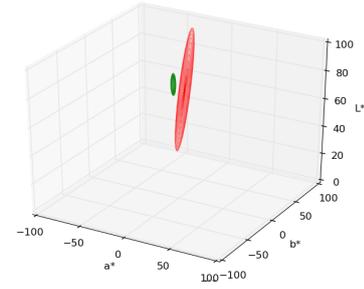
L'image *Food* a une moyenne plus proche de l'image de référence *Water* que ne l'est celle de l'image *Fabric*. La mesure de différence associée est donc plus faible pour l'image *Food* que celle de *Fabric*. Nous constatons l'inverse dans l'espace *RGB*.

On s'attendrait à obtenir une mesure plus faible pour l'image *Water'* que pour *Fabric* puisqu'elle représente le même objet que l'image de référence. Or sur le plan purement chromatique, les ellipsoïdes caractéristiques des distributions des images *Water'* et *Water* (Figure 5a) sont disjointes, induisant une différence plus importante que ne le laisserait penser l'interprétation sémantique.

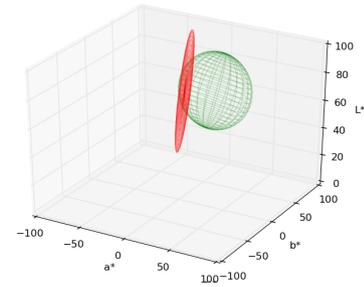
TABLE 2 – Divergence entre les six images

						
<i>Water</i>	0	4	29	131	148	170
<i>Stone</i>	4	0	90	433	177	237
<i>Paintings</i>	22	77	0	6	21	242
<i>Food</i>	167	662	12	0	43	727
<i>Fabric</i>	125	181	15	33	0	1316
<i>Water'</i>	180	232	180	823	1096	0

La Table 2 présente les mesures de divergence obtenues pour les six images considérées, avec les mesures dans l'espace *CIELAB* dans le triangle supérieur (grisé) et dans l'espace *RVB* dans le triangle inférieur. Comme attendu les distributions organisées selon l'axe achromatique sont les plus proches de la référence. L'image *Food* est naturellement plus proche de l'image *Paintings* et *Fabric* de part sa complexité chromatique. Les images *Food* et *Paintings* ont des moyennes similaires, leur différence étant liée plutôt à leur matrice de covariance. La moyenne de



(a) *Water* et *Water'*



(b) *Water* et *Paintings*

FIGURE 5 – Ellipses des Figures 6p et 6m (en vert) avec celle de l'image de référence (Figure 6a en rouge). Les représentations sont dans l'espace *CIELAB*.

l'image *Paintings* diffère des deux précédentes. Un écart de moyenne entraîne une divergence plus grande qu'un écart de covariance. Cette différence est mieux représentée dans les mesures effectuées dans l'espace *CIELAB* que dans l'espace *RVB*.

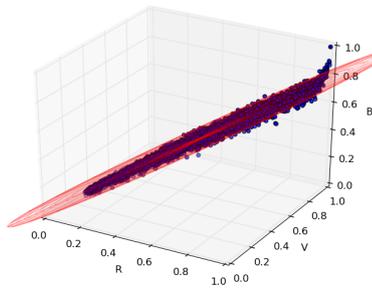
## 4 Conclusion

Nous avons présenté une mesure de similarité entre distributions de couleur basée sur la divergence de Kullback-Leibler établie dans l'espace *CIELAB*. En utilisant une approximation de la distribution couleur par une loi multinormale, l'estimation est très rapide, tout en préservant la structure vectorielle des distributions dans l'espace couleur. Après avoir validé le comportement de cette mesure sur des lois normales bidimensionnelles de synthèse, nous avons montré qu'elle était cohérente avec notre perception pour la comparaison de textures naturelles couleur.

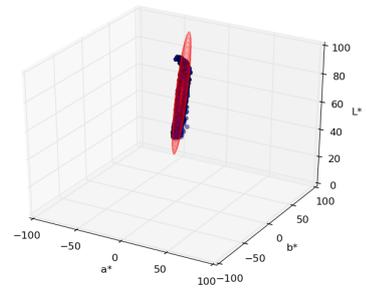
Suite à cette étude préliminaire, d'autres tests sont bien évidemment à considérer : impact sur la classification de textures, gain lié à l'exploitation du modèle complet de mesure de la divergence (sans l'estimation par une loi normale tridimensionnelle), comparaison étendue à d'autres distances plus simples ou même une distance de Mahalanobis, basée sur une métrique de Minkowski limitée dans ce contexte. Mais surtout dans un second temps, il est nécessaire de mener des expériences psycho-visuelles afin de valider l'adéquation de la mesure avec la perception.



(a) Image de référence



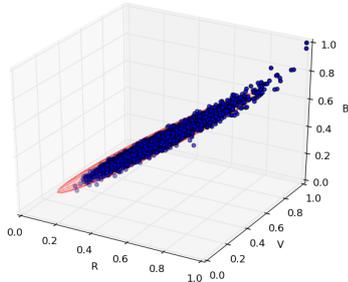
(b) Histogramme dans RVB



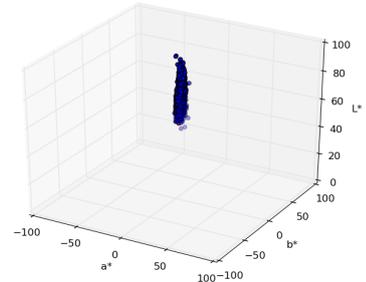
(c) Histogramme dans CIELAB



(d) Stone



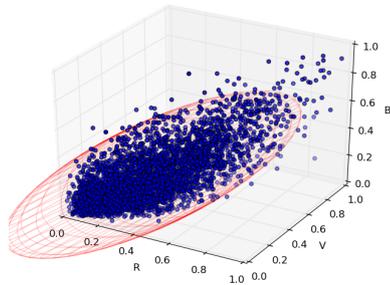
(e)  $D_{KL}(6a, 6d) = 4.744$



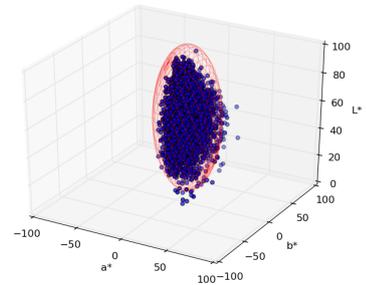
(f)  $D_{KL}(6a, 6d) = 4.112$



(g) Paintings



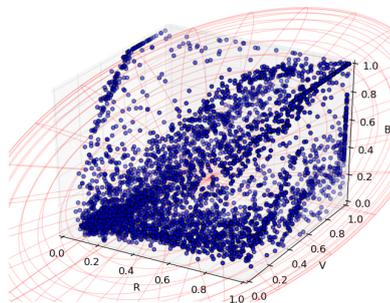
(h)  $D_{KL}(6a, 6g) = 22.285$



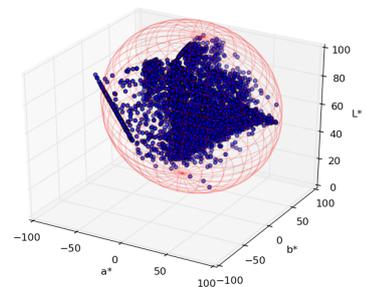
(i)  $D_{KL}(6a, 6g) = 29.337$



(j) Food



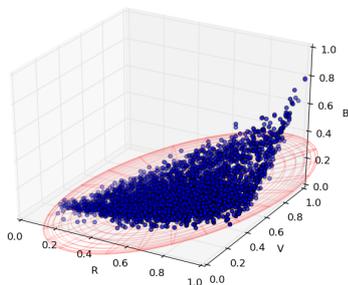
(k)  $D_{KL}(6a, 6j) = 167.129$



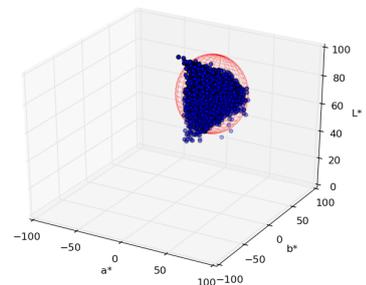
(l)  $D_{KL}(6a, 6j) = 130.509$



(m) Fabric



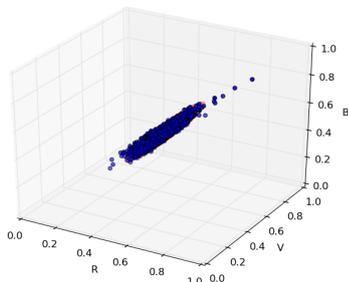
(n)  $D_{KL}(6a, 6m) = 125.093$



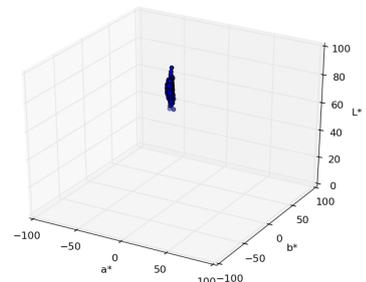
(o)  $D_{KL}(6a, 6m) = 148.314$



(p) Water'



(q)  $D_{KL}(6a, 6p) = 179.911$



(r)  $D_{KL}(6a, 6p) = 170.220$

## Références

- [1] H. Bay, A. Ess, T. Tuytelaars, and L. Van Gool. Speeded-Up Robust Features (SURF). *Computer Vision and Image Understanding*, 110(3) :346–359, June 2008.
- [2] R. Bello-Cerezo, F. Bianconi, A. Fernández, E. González, and F. Di Maria. Experimental comparison of color spaces for material classification. *Journal of Electronic Imaging*, 25(6) :061406–061406, 2016.
- [3] M. Calonder, V. Lepetit, C. Strecha, and P. Fua. Brief : Binary robust independent elementary features. *European Conference on Computer vision*, pages 778–792, 2010.
- [4] Y. Cao, C. Wang, L. Zhang, and L. Zhang. Edgel index for large-scale sketch-based image search. In *Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2011 IEEE Conference on*, pages 761–768. IEEE, 2011.
- [5] W. T. Freeman and M. Roth. Orientation histograms for hand gesture recognition. In *International workshop on automatic face and gesture recognition*, volume 12, pages 296–301, 1995.
- [6] J. Goldberger, S. Gordon, H. Greenspan, et al. An efficient image similarity measure based on approximations of kl-divergence between two gaussian mixtures. In *ICCV*, volume 3, pages 487–493, 2003.
- [7] R. W. Hamming. Error detecting and error correcting codes. *Bell Labs Technical Journal*, 29(2) :147–160, 1950.
- [8] M. G. Kendall. A new measure of rank correlation. *Biometrika*, 30(1/2) :81–93, 1938.
- [9] S. Kullback and R. A. Leibler. On information and sufficiency. *The annals of mathematical statistics*, 22(1) :79–86, 1951.
- [10] S. Lazebnik, C. Schmid, and J. Ponce. A sparse texture representation using affine-invariant regions. In *Computer Vision and Pattern Recognition, 2003. Proceedings. 2003 IEEE Computer Society Conference on*, volume 2, pages II–319. IEEE, 2003.
- [11] C. Liu and H.-Y. Shum. Kullback-leibler boosting. In *Computer Vision and Pattern Recognition, 2003. Proceedings. 2003 IEEE Computer Society Conference on*, volume 1, pages I–I. IEEE, 2003.
- [12] Z.-B. Liu, S.-H. Bu, K. Zhou, S.-M. Gao, J.-W. Han, and J. Wu. A survey on partial retrieval of 3d shapes. *Journal of Computer Science and Technology*, 28(5) :836–851, 2013.
- [13] D. G. Lowe. Distinctive image features from scale-invariant keypoints. *International journal of computer vision*, 60(2) :91–110, 2004.
- [14] B. Mandal, Z. Wang, L. Li, and A. A. Kassim. Performance evaluation of local descriptors and distance measures on benchmarks and first-person-view videos for face identification. *Neurocomputing*, Nov. 2015.
- [15] J. R. Mathiassen, A. Skavhaug, and K. Bø. Texture similarity measure using kullback-leibler divergence between gamma distributions. In *European conference on computer vision*, pages 133–147. Springer, 2002.
- [16] K. Mikolajczyk and C. Schmid. A performance evaluation of local descriptors. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 27(10) :1615–1630, 2005.
- [17] T. Ojala, M. Pietikainen, and T. Maenpaa. Multiresolution gray-scale and rotation invariant texture classification with local binary patterns. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 24(7) :971–987, 2002.
- [18] M. Pietikäinen, T. Ojala, and Z. Xu. Rotation-invariant texture classification using feature distributions. *Pattern Recognition*, 33(1) :43–52, 2000.
- [19] Y. Rubner, C. Tomasi, and L. J. Guibas. A metric for distributions with applications to image databases. In *Computer Vision, 1998. Sixth International Conference on*, pages 59–66. IEEE, 1998.
- [20] M. Topi, O. Timo, P. Matti, and S. Maricor. Robust texture classification by subsets of local binary patterns. In *Pattern Recognition, 2000. Proceedings. 15th International Conference on*, volume 3, pages 935–938. IEEE, 2000.
- [21] K. Van De Sande, T. Gevers, and C. Snoek. Evaluating color descriptors for object and scene recognition. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 32(9) :1582–1596, 2010. comparaison descripteur couleur reconnaissance d’objet/scène.
- [22] Q. Wang, S. R. Kulkarni, and S. Verdú. Divergence estimation for multidimensional densities via  $k$ -nearest-neighbor distances. *IEEE Transactions on Information Theory*, 55(5) :2392–2405, 2009.
- [23] A. Ziegler, E. Christiansen, D. Kriegman, and S. J. Belongie. Locally uniform comparison image descriptor. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, pages 1–9, 2012.