HAL
open science

Mathématiques et économie dans la détermination du "salaire naturel" de J.H. von Thünen

Paola Tubaro

To cite this version:

Paola Tubaro. Mathématiques et économie dans la détermination du "salaire naturel" de J.H. von Thünen. Cahiers d'Economie Politique = Papers in political economy, 2006, 50 (1), 10.3917/cep.050.0059 . hal-01648313

HAL Id: hal-01648313

https://hal.science/hal-01648313v1

Submitted on 28 Nov 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CAIRN.INFO
CHERCHER, REPÉRER, AVANCER

MATHÉMATIQUES ET ÉCONOMIE DANS LA DÉTERMINATION DU “SALAIRE NATUREL” DE J.H. VON THÜNEN

Paola Tubaro

L'Harmattan | « Cahiers d'économie Politique / Papers in Political Economy »

2006/1 n° 50 | pages 59 à 85

ISSN 0154-8344
ISBN 2296012876

Article disponible en ligne à l'adresse :

https://www.cairn.info/revue-cahiers-d-economie-politique-2006-1-page-59.htm

Pour citer cet article :

Paola Tubaro, « Mathématiques et économie dans la détermination du “salaire naturel” de J.H. von Thünen », *Cahiers d'économie Politique / Papers in Political Economy* 2006/1 (n° 50), p. 59-85.
DOI 10.3917/cep.050.0059

Distribution électronique Cairn.info pour L'Harmattan.
© L'Harmattan. Tous droits réservés pour tous pays.

La reproduction ou représentation de cet article, notamment par photocopie, n'est autorisée que dans les limites des conditions générales d'utilisation du site ou, le cas échéant, des conditions générales de la licence souscrite par votre établissement. Toute autre reproduction ou représentation, en tout ou partie, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit, est interdite sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, en dehors des cas prévus par la législation en vigueur en France. Il est précisé que son stockage dans une base de données est également interdit.

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

MATHEMATIQUES ET ECONOMIE DANS LA DETERMINATION DU "SALAIRE NATUREL" DE J.H. VON THÜNEN[1]

Paola TUBARO[2]

Résumé :
L'article présente la théorie de la répartition du revenu de Johann Heinrich von Thünen (1850), en exposant les hypothèses, les objectifs et les implications des quatre démonstrations mathématiques qu'il propose pour justifier sa solution (la célèbre formule du "salaire naturel" $\sqrt{ap}$). Celle-ci est interprétée comme l'issue de l'effort de l'auteur de mettre au point un schéma général d'optimisation individuelle à l'aide du calcul différentiel, et de comprendre comment des résultats sociaux découlent de la recherche du maximum de chacun. Sur cette base, l'influence des mathématiques sur la construction de la théorie économique de Thünen est mise en relief.

Abstract: Mathematics and Economics in J.H. von Thünen's Natural Wage Theory
This paper addresses Johann Heinrich von Thünen's income distribution theory (1850), highlighting the way the author develops his solution to the aforementioned problem -i.e. his well-known "natural wage" formula $\sqrt{ap}$ - by means of four different mathematical proofs, whose assumptions, purposes, and implications are analyzed in the central part of the article. Attention is drawn on the formula resulting from the interaction of a number of maximizing individuals. Actually, at the heart of each proof is an individual optimization model, formalized through calculus. On this basis, the influence of mathematics on Thünen's economic thought is stressed.

Classification JEL : B 13, B 31.

---

1. Je tiens à remercier Carlo Benetti, Antonio Casilli, Christophe Chauvet, Jimena Hurtado Prieto, Antoine Rebeyrol, Bertram Schefold, Gunther Viereck, et un rapporteur des *Cahiers d'économie politique* pour leurs suggestions stimulantes et leurs commentaires à des versions précédentes de ce texte. Cependant, je reste seule responsable des insuffisances qui subsistent.
2. EconomiX, Université Paris X, Bâtiment K, Bureau K131, 200 avenue de la République, 92001 Nanterre cedex, Tél. : 01 40 97 75 43, Fax : 01 40 97 70 57, E-mail : paola.tubaro@u-paris10.fr

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

0. Introduction

Johann Heinrich von Thünen (1783 – 1850), eut une formation pratique en agronomie, tout en poursuivant des études théoriques d´agriculture et d´économie. En 1810, il acquit la terre de Tellow dans le Mecklemburg, et s´occupa personnellement de la gestion de sa propriété. Grâce à ses efforts, la productivité de sa terre augmenta de 50% entre 1810 et 1850, et les conditions de vie des employés furent considérablement améliorées. Thünen participa activement à la vie politique : il dirigea une section locale du "Mecklenburgischen Patriotischen Vereins" (association patriotique du Mecklemburg), obtint un doctorat *honoris causa* de l'Université de Rostock ainsi que la "Ehrenbürgerschaft" (citoyenneté honoraire) de la ville de Teterow, et fut élu en 1848 à l'assemblée nationale de Francfort-sur-le-Main, à laquelle il ne participa pourtant pas, apparemment à cause de problèmes de santé.

La pensée économique de Thünen s´appuie à la fois sur ces expériences pratiques et sur ses études théoriques. Ses réflexions sur la rente de la terre, la localisation des activités productives et les transports, sont exposées dans la première partie de son ouvrage *L'Etat Isolé*, dont le sous-titre est *Recherches sur l'influence que le prix des grains, la richesse du sol et les impôts exercent sur les systèmes de culture*, qui vit le jour en 1826. La deuxième partie, *Le salaire naturel et son rapport au taux de l'intérêt et à la rente de la terre*, consacrée à la répartition du revenu, parut en 1850 ; la dernière partie, consacrée à l´économie des forêts (*Eléments pour la détermination de la rente de la terre, de la durée de vie optimale et de la valeur du bois d'âges différents des pinèdes*), fut publiée posthume en 1863.

Nous allons étudier la question centrale de la deuxième partie de l´*État Isolé* : la recherche d´un état de la répartition du revenu convenable pour toutes les classes sociales. Un niveau du salaire capable de satisfaire simultanément les intérêts des travailleurs, des capitalistes et des propriétaires fonciers existe-t-il ? La solution de Thünen, obtenue avec quatre preuves différentes, est la célèbre formule du "salaire naturel" $\sqrt{ap}$. La constante *a* indiquant le panier des biens de subsistance, nécessaires pour que le travailleur puisse reproduire sa force de travail, et *p* correspondant au produit moyen d'un salarié, la rémunération idéale du travail serait la moyenne géométrique de ces deux grandeurs, de telle sorte que la différence entre le salaire et le niveau de subsistance égale la différence entre le produit et le salaire. Thünen attribua une importance énorme à ce résultat, qu´il fit même graver sur sa tombe.

Si la solution consistant à fixer le salaire au niveau $\sqrt{ap}$ peut apparaître aujourd'hui comme une simple curiosité historique, nous croyons que le résultat le plus significatif de Thünen n'est pas cette formule en tant que telle, mais le fait qu'elle est issue de l'une des premières tentatives de mettre au point un schéma

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

d'optimisation individuelle au moyen d'outils mathématiques relativement sophistiqués, et de comprendre les effets sociaux qui en découlent. Nous montrerons que chacune des quatre démonstrations est fondée sur la construction d'un problème de maximisation, consistant en la définition d'une fonction – objectif, ainsi qu'en la spécification d'un agent optimisateur et d'une variable de choix, ce qui permet la recherche de la solution à l'aide du calcul différentiel. L'analyse de chaque preuve isolément des autres rend compte de la façon dont Thünen envisage la recherche du maximum individuel et sa mathématisation. Parallèlement, il est aussi important de présenter chaque démonstration en relation aux autres, et de mettre en relief la manière dont elles s'enchaînent dans l'ouvrage, afin de comprendre comment l'auteur passe du niveau individuel au niveau social de l'analyse. Nous verrons que les deux premières démonstrations proposent le salaire naturel comme solution du problème de maximisation de travailleurs - propriétaires qui choisissent eux-mêmes, sur la base de leur intérêt personnel, le niveau de leur salaire ; les deux preuves suivantes le présentent comme solution du problème de maximisation des capitalistes, ces derniers constituant une classe sociale séparée de celle des travailleurs, qui a le pouvoir de prendre des décisions, dans le but d'obtenir le gain le plus élevé, les travailleurs se limitant à en subir les conséquences. Thünen en conclut que la fixation du salaire au niveau $\sqrt{ap}$ est conforme à l'intérêt des capitalistes aussi bien que des travailleurs, donc recommandable pour la société entière. La recherche d'un résultat socialement souhaitable passe par la maximisation de fonctions - objectif individuelles : la théorie de Thünen est l'une des premières justifications mathématiques de l'idée que la poursuite de l'intérêt personnel de chacun ne conduit pas la collectivité au chaos, parce qu'il existe un moyen de rendre les objectifs individuels compatibles entre eux.

Dans ce cadre, sont énoncées pour la première fois les égalités marginales, qui résultent des calculs de maximisation des producteurs, et expriment les conditions d'équilibre individuel en concurrence. Elles expriment des propriétés de tout système économique à l'équilibre, sous l'hypothèse qu'il existe un continuum de techniques, pourvu que la quantité des facteurs soit mesurée de manière appropriée. Nous montrerons que la façon dont elles sont formulées et interprétées par l'auteur préfigure des aspects significatifs de la théorie de la répartition fondée sur la productivité marginale des facteurs : l'*Etat Isolé* représente une étape significative du processus de transition des théories classiques du début du siècle à la pensée néoclassique.

L'étude des égalités marginales dans l'*Etat Isolé* révèle que le concept économique de productivité marginale d'un facteur découle de la notion mathématique de dérivée partielle. Les mathématiques contribuent à la création de la théorie économique de Thünen : d'une part, sa démarche d'ensemble est centrée sur la formulation de problèmes d'optimisation, résolubles grâce au calcul différentiel ; d'autre

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

part, celui-ci est le fondement sur lequel s'appuie l'un des concepts les plus novateurs de sa théorie.

Notre présentation des quatre preuves de Thünen utilise les symboles et les démarches originales de l'auteur, avec quelques clarifications nécessaires. L´édition citée est celle qui a été publiée par Hermann Lehmann et Lutz Werner à Berlin (RDA) en 1990. La traduction française des passages cités est la nôtre.

1. La première démonstration du "salaire naturel" : la fiction d´une communauté de travailleurs - capitalistes

1.1. Présentation

La première démonstration se situe dans un contexte imaginaire : à la frontière de l'"état isolé", il existe des terres "marginales", à savoir naturellement fertiles mais sur lesquelles, en raison de la distance élevée de la capitale, les coûts de transport sont tellement élevés que l'on ne paie pas de rente. Une association de travailleurs, dont les capacités sont égales (Thünen 1850, p. 332), décide d'occuper l'une de ces terres et de réaliser les investissements nécessaires pour la rendre cultivable.

Les membres de la société se divisent en deux sous-groupes : le premier, composé de n personnes, s´occupe de la construction des biens capitaux requis, tandis que le deuxième s´engage à produire des biens de consommation permettant à tous de survivre pendant les q années nécessaires pour effectuer les travaux. Les membres de ce dernier groupe sont employés dans d'autres entreprises, qui cultivent des terres infra - marginales ; ils ne disposent que du salaire qu'ils reçoivent de leurs employeurs pour financer leur investissement sur la nouvelle terre. Pour qu´une telle division des tâches soit possible, il faut que ce salaire excède le niveau minimum de subsistance a, mesuré en Berliner Scheffel (B.S.)[3] de seigle, et interprété comme "une grandeur donnée par l´expérience" (Thünen 1850, p. 333) : Thünen suppose que les travailleurs du groupe 2 touchent un salaire égal à $a + y > a$, où y (toujours mesuré en B.S. de seigle) est une partie du surplus qu'ils produisent.

Le besoin de biens de subsistance des travailleurs du groupe 1 pour un an étant égal à an B.S. de seigle (a biens de subsistance pour n travailleurs), le nombre m[4] des travailleurs du groupe 2 qui le financent grâce à leur surplus y est déterminé par l'équation $my = an$, qui implique $m = \frac{an}{y}$. Le nombre total des membres de la so-

3. 1 B.S. = 40,7 kg.
4. Ce symbole n'est pas utilisé par Thünen.

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

ciété est donc $n + \frac{an}{y}$ par an, ce qui veut dire que, en tenant compte des q années nécessaires pour construire les biens capitaux, il s'élève à $nq + \frac{anq}{y} = \frac{nq(a+y)}{y}$.

Une fois les travaux réalisés, les n travailleurs du groupe 1 vont être employés par la société pour cultiver la nouvelle terre ; sachant que leur salaire va être égal à $a + y$, comme celui de leurs collègues du groupe 2, et appelant le produit annuel du travail de chacun p, toujours mesuré en B.S. de seigle, le revenu total de la société, également mesuré en B.S. de seigle, va être égal au produit du nombre de travailleurs du groupe 1 par la différence entre produit par travailleur et salaire, c'est-à-dire à $n\,[p - (a + y)]$. Chaque membre de la société va obtenir tous les ans, en plus de son salaire $a + y$, une partie du profit de la nouvelle entreprise agricole, égal au gain total divisé par le nombre des participants : $\frac{n[p-(a+y)]y}{nq(a+y)} = \frac{[p-(a+y)]y}{q(a+y)}$.

La question se pose de savoir à quel niveau fixer le salaire pour que le profit individuel soit maximal. Puisque a est donné, le problème se ramène à la recherche de la valeur de y pour laquelle la fonction de profit $\frac{[p-(a+y)]y}{q(a+y)}$ atteint un maximum. Cette fonction n'est pas indéfiniment croissante : d´un côté, une hausse du salaire implique une réduction du nombre des membres de la société, parce que peu de travailleurs du groupe 2 suffisent pour procurer les biens de subsistance anq nécessaires au groupe 1 pendant la construction des biens capitaux ; le profit total étant donné, il est divisé en moins de parties, ainsi faisant augmenter le profit de chacun. De l´autre côté, toute augmentation de y fait monter le coût salarial à supporter et de ce fait, le produit p étant donné, le profit total diminue. Mathématiquement, le problème peut être exprimé sous la forme :

$$\underset{y}{Max}\frac{[p-(a+y)]y}{q(a+y)}.$$

La condition de premier ordre est :

$$q(a + y)\,(p - a - 2y)\,dy - (py - ay - y^2)q\,dy = 0\ ;$$

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

donc :

$(a + y)(p - a - 2y) = py - ay - y^2$,

$ap - a^2 - 2ay + py - ay - 2y^2 = py - ay - y^2$,

$ap - a^2 - 2ay - 2y^2 = - y^2$,

$y^2 + a^2 + 2ay = ap$,

$a + y = \sqrt{ap}$.

C´est la formule du "salaire naturel", obtenue ici pour la première fois.

1.2. Le rôle central du principe de l´optimisation individuelle

Les membres de la société décrite par Thünen agissent en fonction de leur intérêt : "La possibilité de choix des travailleurs dans la fixation du salaire ne trouve d´autres limites que celles qui sont dictées par l´intérêt individuel" (Thünen 1850, p. 379). C'est une idée courante à cette époque, que Thünen interprète avec originalité, en lui donnant une expression quantitative précise : la construction d'un problème de maximisation d´une fonction mathématique représentant l'objectif de chacun.

L'emploi d'instruments formels se justifie sur la base de la constatation que le but de l'économie est la détermination de maxima et minima, à savoir de problèmes analogues à ceux qui sont examinés par les mathématiciens : «Nous [les économistes], comme eux [les mathématiciens] essayons de calculer un maximum, et faisons de cela le cœur de notre recherche" (Thünen 1850, p. 289). La méthode que les mathématiciens considèrent adéquate pour calculer le maximum d'une fonction peut donc être empruntée par les économistes. On peut faire confiance à la mathématique ("la science qui ne trompe pas", Thünen 1850, p. 289), qui garantit l'exactitude des résultats : "Cette méthode peut porter la certitude dans un domaine où, avec le seul raisonnement, les visions les plus contradictoires semblent justifiées" (Thünen 1850, p. 407).

1.3. La notion d'équilibre

Une objection qui pourrait être faite à cette construction théorique concerne l´uniformité supposée de la variable *y*. Le niveau optimal de *y* est choisi par les membres de la société en fonction du revenu qu´ils souhaitent obtenir de leur investissement : c'est la partie du surplus qu´ils paient à leurs propres salariés (qui cultivent la nouvelle terre, une fois les travaux initiaux réalisés) afin que le profit de chacun soit maximum. Il faut alors expliquer pourquoi Thünen suppose que le reve-

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

nu des travailleurs du sous-groupe 2, qui grâce à leur travail salarié procurent des biens de subsistance pour tous pendant la construction des biens capitaux, est toujours égal à $a + y$. Pourquoi la décision prise par la société une fois les travaux réalisés s´étend-elle aux firmes capitalistes qui emploient les travailleurs du groupe 2, de telle sorte que le niveau du salaire ainsi choisi s´applique à tous, avant et après la mise en œuvre de la nouvelle entreprise ?

En réalité, le "salaire naturel" s'impose à l´ensemble des firmes : la simple possibilité que les travailleurs se procurent leur propre terre oblige les capitalistes de payer des salaires égaux à ceux que les travailleurs obtiendraient en aménageant une terre libre, pour la cultiver sous leur propre responsabilité. Si les capitalistes réduisaient les salaires en dessous de ce niveau, les travailleurs démissionneraient pour créer de nouvelles entreprises, qu´ils géreraient eux-mêmes. La population étant constante, cela provoquerait un excès de demande de travail, qui ferait monter le salaire jusqu´à ce qu´il égale le revenu que les travailleurs obtiendraient sur leur propre terre (Thünen 1850, pp. 376-7). Le salaire naturel est donc un salaire d´équilibre : lorsqu'il se fixe à $\sqrt{ap}$, les travailleurs sont indifférents entre la possibilité d'être employés par un capitaliste et celle de constituer leur propre entreprise.

Les hypothèses de disponibilité de terres libres et de population constante sont cruciales pour la solidité de ce raisonnement. À défaut, on devrait indiquer le salaire versé avant la mise en œuvre de la nouvelle entreprise $a + y_1$, et le salaire payé après $a + y_2$, avec $y_1 \neq y_2$, la seule variable de choix étant y_2. La fonction - objectif deviendrait $\frac{[p-(a+y_2)]y_1}{q(a+y_1)}$, dont la dérivée première par rapport à y_2 serait $\frac{-y_1}{q(a+y_1)}$, toujours négative : la fonction–objectif n´admettrait pas de maximum.

1.4. La répartition du surplus entre profits et salaires dans une société idéale

L´exemple de Thünen décrit un cas idéal : tous les membres de la société partagent le même objectif, et essaient de le réaliser ensemble. Les intérêts de tous convergent, car tous tirent leur revenu à la fois de la vente de leur force de travail et de la propriété de moyens de production ; tous souhaitent recevoir un salaire supérieur au niveau de subsistance aussi bien qu´obtenir les profits les plus élevés de leur investissement.

Dans ce cadre, Thünen montre comment le revenu du même individu, qui est à la fois travailleur et capitaliste, se partage entre la partie qui est imputable au travail et celle qui est due au capital. La conclusion est que le surplus $p - a$ ne peut être en-

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

tièrement attribué ni à l´un ni à l´autre : si le salaire était fixé au niveau de subsistance *a*, tout le surplus étant destiné au profit, aucune partie du revenu du travailleur ne pourrait être mise de côté afin de réaliser des investissements ; si, au contraire, tout le surplus était attribué aux salaires, les travailleurs seraient incités à le consommer immédiatement, et non à l´investir dans un projet qui ne leur rapporterait rien dans le futur. L´intérêt de chaque membre de la société fait en sorte que la rémunération de chaque facteur soit positive : $0 < y < p - a$. Les travailleurs eux-mêmes fixent une limite aux salaires, ainsi justifiant l´existence de profits positifs.

1.5. Le projet de reforme de Thünen

L´exemple fictif de Thünen peut être vu comme un projet de reforme sociale : il suggère de payer aux ouvriers un salaire composé du panier de biens de subsistance, destiné à la consommation courante, et d´une partie du surplus, réservée à la consommation future. La hausse du salaire au-dessus du niveau de subsistance permet aux travailleurs de constituer des fonds à utiliser lorsqu´ils seront trop âgés pour travailler. Il s´agit d´un schéma à deux périodes, qui ressemble quelque peu aux modèles modernes à générations imbriquées d´agents (Nellinger 2000, pp. 82-4), dans lequel le revenu obtenu au cours de la première phase (pendant laquelle l´individu est en mesure de travailler) finance la consommation de la première et de la deuxième phase (la retraite), cette consommation restant à chaque période fixée au niveau de subsistance. Chaque travailleur peut donc satisfaire à ses besoins essentiels tout au long de sa vie, sans jamais devoir dépendre de la charité de ses enfants ou de la collectivité.

L'objectif de Thünen était de contribuer à éliminer le problème du paupérisme, assez grave au début du XIXe siècle dans le Mecklemburg. L'abolition des liens féodaux ayant libéré les travailleurs de l´obligation de servir toujours sur la même terre, et exonéré les propriétaires du devoir de garder l´ensemble de leurs employés tout au long de leur vie (ainsi que de les prendre en charge en cas de maladie ou vieillesse), elle avait créé un marché moderne du travail, sans pour autant créer un système de sécurité sociale conforme (Buchsteiner 2000, p. 23). Thünen lui-même chercha à mettre en place un schéma de retraites, fondé sur la participation des employés aux résultats de la firme et sur la répartition de la consommation entre présent et futur, dans sa propriété foncière de Tellow, en attribuant à ses employés chaque année une partie du profit, qu´ils ne pouvaient toucher qu´à l´âge de soixante ans.

Cette proposition peut être mise en relation avec la création, à cette époque, d'institutions de crédit encourageant l'épargne des travailleurs. En 1817, Thünen avait proposé la constitution d'un institut d'intermédiation financière, jusque-là inexistante dans le Mecklemburg, dans l'article "Sur l'introduction d'un système de crédit, et sur la détermination des obligations des propriétés foncières, dans le Mecklemburg". Il y expliquait les raisons pour lesquelles il était nécessaire d'introduire

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

un système de crédit, et donnait des suggestions concrètes sur la manière d'en organiser le fonctionnement. Une telle institution (le "Mecklemburgischer Ritterschaftlicher Creditverein") fut créée l'année suivante. Les premières caisses d'épargne de la région furent fondées dans les années 1820, avec la collaboration des propriétaires fonciers, qui s'engageaient à éduquer les populations rurales à l'épargne (Neuberger 1996).

À la lumière de ces considérations, on comprend mieux pourquoi, chez Thünen, les salaires sont la source principale de l´épargne, tandis que les profits doivent être consommés : s´ils étaient investis, la fonction – objectif serait $\frac{[p-(a+y)](y+\pi)}{q(a+y)}$. La grandeur π[5] indiquant le profit, $y + \pi = p - a$, et la fonction – objectif deviendrait $\frac{[p-(a+y)](p-a)}{q(a+y)}$, et sa dérivée $(p-a)\frac{[-(a+y)-p+(a+y)]}{q(a+y)^2} = \frac{[-p(p-a)]}{[q(a+y)^2]} < 0$, toujours négative : la fonction - objectif n´admettrait pas de maximum (Helmstädter 1995, p. 69). Du point de vue historique, cette implication du schéma de Thünen s´explique en tenant compte des débats sur le paupérisme et sur les caisses d'épargne à son époque ; du point de vue analytique, elle n´est pas dépourvue de sens dans un schéma à deux périodes, sous l´hypothèse que l´agent maintient sa consommation constante tout au long de sa vie, qu´il ne dispose que d´un revenu salarial et qu´il ne travaille que pendant une période.

2. La deuxième démonstration : capital et intérêt

2.1. Présentation

La deuxième démonstration se situe dans le même contexte : la société de travailleurs – capitalistes. Les sujets qui choisissent (les membres de la société), ainsi que leurs objectifs (obtenir les revenus les plus élevés de l´investissement) sont les mêmes que dans le cas précédent. Leur problème de maximisation est traité ici sous un angle différent, l´acte d´investissement étant comparé à une opération de prêt : c´est comme si les membres de la société avaient avancé w en s´attendant à recevoir p au bout du temps q. La grandeur z représente le taux de rendement interne de l'investissement, à savoir le taux instantané qui, appliqué à la somme $w = a + y$, rapporterait la somme p en q années : $z = \frac{[p-(a+y)]}{q(a+y)}$.

5. Ce symbole n'est pas utilisé par Thünen.

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

La définition de z implique $qz\ (a + y) = p - (a + y)$; de ce fait, $(1 + qz)\ (a + y) = p$, et par conséquent $(a + y) = \dfrac{p}{(1+qz)}$, ou bien $y = \dfrac{p}{(1+qz)} - a$. La grandeur que les travailleurs – propriétaires maximisent est le produit yz ; le calcul à effectuer est :

$$\underset{z}{Max}\,\frac{pz}{(1+qz)} - az\,.$$

La condition de premier ordre est :

$$\frac{(1+qz)(pdz - pqzdz)}{(1+qz)^2} - adz = 0$$

Donc :

$$p + pqz - pqz = a\,(1 + qz)^2\,,$$

$$(1 + qz)^2 = \frac{p}{a}\,,$$

$$(1 + qz) = \sqrt{\frac{p}{a}}\,,$$

$$qz = \sqrt{\frac{p}{a}} - 1 = \frac{\sqrt{ap} - a}{a}\,,$$

$$z = \frac{\sqrt{ap} - a}{aq}\,.$$

En remplaçant z par sa valeur dans l´expression $(a + y) = \dfrac{p}{(1+qz)}$, on obtient :

$$a + y = \frac{p}{1 + \dfrac{\sqrt{ap} - a}{a}} = \frac{ap}{(a + \sqrt{ap} - a)} = \sqrt{ap}\,.$$

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

On retrouve le même résultat (le rendement de l´opération est maximum lorsque le salaire est fixé à son niveau "naturel") que dans le cas précédent.

2.2. La théorie du capital et de l´intérêt

L´exemple fictif d´une communauté de travailleurs - capitalistes peut être vu comme un effort d´abstraction ayant le but d'expliquer la genèse du capital et du capitalisme. Il se relie à un autre exemple, utilisé dans un chapitre précédent ("Construction du capital par le travail", 1850, pp. 338-45). Considérons, dit Thünen, une île tropicale, où vivent des hommes libres et égaux, qui ne disposent que de leur capacité de travail. Supposons que la nécessité annuelle de biens de subsistance de chacun (mesurée en B.S. de seigle) est égal à 100 ; si un homme arrive à produire annuellement 110, il peut mettre de côté les 10 unités superflues. S´il fait cela pour 10 ans, il va pouvoir vivre pendant une année entière sans travailler ; alternativement, il peut utiliser le surplus ainsi accumulé pour produire des instruments qui accroissent la productivité de son travail. Il peut se consacrer lui-même à cette production, ou bien payer un autre pour qu´il produise les outils souhaités, tandis qu´il continue son activité habituelle. De même, les travailleurs – capitalistes qui aménagent une nouvelle terre utilisent la partie de leur revenu qui excède leurs nécessités de consommation pour construire des biens capitaux. Le raisonnement peut être généralisé en disant que le capital tire son origine de la capacité du travail humain de produire plus que ce qui est indispensable pour survivre. Le capital résulte du travail passé :

> "Le capital est le produit du travail accumulé, c´est-à-dire du travail accompli et, comme le travail courant, il tire ses origines de la même source, l´activité humaine. Capital et travail sont essentiellement la même chose, et diffèrent uniquement pour leur relation au temps, comme le présent et le passé" (Thünen 1850, p. 297).

Le capital consiste en un fonds de salaires, c´est-à-dire en des biens de consommation ouvrière, avancés chaque année à des travailleurs pour qu´ils se consacrent à la production de biens capitaux ; ces derniers ne sont que des transformations des biens de consommation initialement avancés. Le coût de production du capital est alors le salaire qui doit être payé aux ouvriers qui le fabriquent : si la construction d´un bien capital par un travailleur dure un an, le coût de ce bien est le salaire annuel $a + y$. En général, le capital se mesure chez Thünen par le coefficient q, qui indique le nombre d´années de travail nécessaires pour le construire, ou bien par le produit $q(a + y)$, qui est censé représenter la totalité des biens – salaire à verser à un ouvrier en q années.

Mais cette mesure du capital est incorrecte. Dans l´exemple de la société de travailleurs, le salaire est avancé à chacun chaque année pendant les q années nécessaires pour produire les biens considérés. Si le processus de production

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

dure plus d'un an ($q > 1$), la quantité $(a + y)$, avancée au début du processus de production, se fixe dans les produits intermédiaires résultant de la première année de travail, ainsi restant investie pendant q années ; la quantité $(a + y)$, dépensée au début de la deuxième année, reste investie dans les produits intermédiaires qui en sont issus pendant $q - 1$ années ; la quantité $(a + y)$, investie au début de la troisième année, est fixée dans des produits intermédiaires pendant $q - 2$ années, et ainsi de suite : par conséquent, le capital total se mesure par la grandeur $q(a + y) + (q - 1)(a + y) + (q - 2)(a + y) + \ldots$ (dans la terminologie de William S. Jevons, l´"investissement de capital") et non par le produit $q(a + y)$ (le "capital investi"). La formule $q(a + y)$ n'est correcte que si le capital est construit en une seule période ($q = 1$), ou dans un modèle point input – point output (avec q quelconque).

La définition de capital de Thünen n´est pas sans conséquences, car elle entre dans la détermination du taux de rendement z, égal au rapport profit / capital : $z = \frac{p-(a+y)}{q(a+y)}$. Elle implique $zq(a + y) = p - (a + y)$, donc $p =(a + y) + zq(a + y)$: quel que soit q, le produit se partage en salaires et profits, ces derniers étant la rémunération du capital au taux z ; celui-ci doit être interprété comme un taux de profit sur le capital.

Notons pour terminer que la formule $z = \frac{p-(a+y)}{q(a+y)}$ implique $p = (a + y)(1 + qz)$, qui est une formule d´intérêts simples : elle est incorrecte lorsque la durée du processus de production est supérieure à un an car, si l´on place une somme pendant plusieurs années sans toucher les intérêts, ceux-ci seront composés.

L'étude du cas le plus simple ($q = 1$) est donc réussie chez Thünen, mais les difficultés qui viennent d'être signalées empêchent toute généralisation au cas $q > 1$.

2.3. La construction difficile du modèle de la maximisation individuelle

Comme dans le cas précédent, la recherche de l´optimum individuel à l´aide des mathématiques joue un rôle essentiel ici. La construction de Thünen se heurte pourtant à quelques difficultés. Tout d'abord, le choix de la grandeur à maximiser est discutable : le produit yz ne représente le revenu obtenu en investissant la partie du salaire annuel qui excède les nécessités de consommation que lorsque le sujet n´a rien épargné dans le passé, ou dans le cas d´un processus de production de nouveaux biens capitaux de la durée d'un an. Dans tous les autres cas, yz ne correspond pas à la totalité du revenu du capital du sujet, mais seulement à une partie de celui-ci (Dmitriev 1898, pp. 66-68).

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

On pourrait aussi se demander pourquoi les sujets maximisent seulement leur revenu du capital : ne devrait-on pas considérer comme fonction - objectif la somme du revenu salarial et des profits des individus (Blaug 1986, p. 381) ? Mais cette anomalie apparente peut être mieux comprise dans le contexte de l'*État Isolé*, dans lequel ce ne sont pas les travailleurs, mais les capitalistes qui maximisent. Le calcul des membres de la société est un calcul de capitalistes, leur comportement en tant que travailleurs ne faisant pas l´objet d´un choix : il n´y a pas de courbe d´offre de travail exprimant un arbitrage entre travail et loisir. C'est pourquoi l´objet du calcul de maximisation ne peut être que le profit ici, et non pas la somme du revenu salarial et du profit. La maximisation est un principe significatif chez Thünen, mais elle n´est pas encore un principe universel.

Une dernière difficulté concerne les variables de choix. L'auteur maximise le profit par rapport à la partie variable du salaire *y*, lors de la première preuve, et par rapport au taux de rendement interne de l´investissement *z*, lors de la deuxième. Mathématiquement, cela ne pose aucun problème : *y* et *z* sont les variables indépendantes, et *yz* est la variable dépendante. Mais pour que le calcul ait un sens économique, il faudrait que le niveau de *y* et *z* puisse être librement choisi par le sujet qui maximise. Ce n´est pas le cas car en réalité, loin de faire l´objet d´un choix individuel, les variables *y* et *z* s´établissent sur le marché, sous l´influence de l´ensemble des décisions individuelles. Dans des conditions concurrentielles, les individus prennent le taux de salaire et le taux de profit comme des données, et choisissent sur cette base la quantité de la marchandise à produire et les quantités des inputs à acheter, sur la base du critère de la maximisation du profit. Il y a là une confusion entre niveau social et niveau individuel de l'analyse, ainsi qu´entre calcul mathématique et interprétation économique.

3. La troisième démonstration : productivité marginale du capital et taux d´intérêt

3.1. Présentation

Le titre du chapitre 18 du deuxième tome de l´*État Isolé* est "La productivité de la dernière unité de capital utilisée détermine le taux d´intérêt" (Thünen 1850, p. 389). La prémisse du raisonnement est un emprunt à la théorie classique de la rente extensive : les capitalistes utilisent d'abord les terres les plus fertiles et ensuite, lorsque celles-ci sont épuisées, celles de moindre qualité. Les rendements décroissants résultent des décisions des individus, qui emploient leurs ressources de la manière la plus efficace possible. Chez Thünen, en l'absence de rente de la terre, ce principe prend la forme du choix entre biens capitaux de productivité inégale :

> "En considérant et en suivant son intérêt personnel, le travailleur producteur de capital va diriger son effort d´abord vers la réalisation des instruments et des machines qui augmentent au maximum sa force et qui

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

> assurent le succès le plus considérable à son travail ; ensuite, quand ceux-ci sont disponibles en quantité suffisante, il va se tourner vers la réalisation des outils et des machines qui sont aussi très utiles, mais moins efficaces, et qui soutiennent moins le travail que les précédents, qui rapportent, s´il les prête, un intérêt moins élevé, dont il doit se contenter. Ici se manifeste la raison du phénomène qui va être très important pour la suite de notre recherche, c´est-à-dire du fait que chaque unité additionnelle de capital dans une entreprise rapporte un revenu moindre que celle qui la précède" (Thünen 1850, p. 345).

Le raisonnement en termes de "portion additionnelle de capital" doit être précisé, selon Thünen, en tenant compte du fait qu´une portion additionnelle de capital est une quantité "infiniment petite" (Thünen 1850, p. 389). En termes modernes, la quantité de capital q est une grandeur continue et infiniment divisible, de telle sorte que la proportion capital / travail peut varier continûment, tout en permettant de continuer à produire sans gaspiller de ressources. Sous cette hypothèse, le calcul différentiel peut être légitimement appliqué à la recherche de l´optimum.

Thünen raisonne de la façon suivante : divisons chaque unité (année) de la composante temporelle du capital q en n parties, de telle sorte qu´une portion additionnelle de capital s´exprime sous la forme $\frac{1}{n}$. Supposons que l´augmentation de $\frac{1}{n}$ de la quantité de capital se traduit par un produit additionnel égal à β. Celui-ci détermine le profit rapporté par toute portion du capital, comme Thünen l´explique à l´aide d´un exemple chiffré : imaginons que l´utilisation d´une unité de capital rapporte initialement un profit de 40 ; cela veut dire qu´un entrepreneur qui emprunte ce capital pour l´employer dans la production paie une somme annuelle égale à 40 pour les intérêts. Imaginons en outre que, lorsqu´une unité additionnelle de capital est ajoutée, elle rapporte 36. Ceux qui empruntent cette unité de capital ne peuvent payer que 36 pour les intérêts ; cela implique que ceux qui avaient initialement emprunté un capital pour un prix égal à 40 vont résilier leur contrat et emprunter un capital qui ne leur coûte que 36. Le capitaliste qui avait prêté la première unité de capital ne peut plus demander 40 pour les intérêts, mais doit se contenter de 36 : aucun capital ne peut être employé, si le paiement exigé pour les intérêts est supérieur à ce niveau. Le prix à payer pour pouvoir disposer d´une unité de capital est unique à l'équilibre, exactement comme le prix de n´importe quelle marchandise. En généralisant ce raisonnement, lorsque $q = 1 + \frac{1}{n}$, le profit rapporté par la dernière unité étant β, le profit total du capital est $n\beta$, appelé α par Thünen pour simplifier la notation. Pour un capital de $q > 1$ années de travail, le profit est αq. Le salaire peut être défini de façon résiduelle comme $p - \alpha q$; puisqu'il est égal à a

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

$+ y$, il s´ensuit que $y = p - \alpha q - a$. Le taux de rendement $z = \frac{[p-(a+y)]}{q(a+y)}$ peut être exprimé sous la forme $z = \frac{\alpha}{p-\alpha q}$.

Comment interpréter la variable α ? La grandeur β indiquant l´accroissement du produit dû à une augmentation $\Delta q = \frac{1}{n}$ du capital q, elle équivaut à $p(q + \Delta q) - p(q)$. Puisque $n\Delta q = 1$, alors $\alpha = n\beta = \frac{p(q+\Delta q)-p(q)}{\Delta q}$. Si la limite de ce quotient pour $\Delta q \to 0$ ($n \to \infty$) existe, α est la dérivée première $p´(q)$. Par conséquent, le taux $z = \frac{\alpha}{p-\alpha q}$ peut être exprimé sous la forme $z = \frac{p´(q)}{p(q)-q\cdot p´(q)}$, ou encore $z = \frac{p´(q)}{(a+y)}$.

Comment le profit yz varie-t-il par rapport au capital q ? Thünen ne croit pas que ce problème puisse être résolu directement, puisqu´il faudrait établir précisément la relation existante entre α, p et q, ce qui lui semble difficile. Il se contente d´une approximation, en considérant α comme variable, et q et p comme constantes :

> "Le manque de cette connaissance [de la relation entre q, p et α] étant donné, nous pouvons tout de même nous approcher de la solution en considérant α comme une variable, et p et q comme des constantes, et en calculant le rapport entre α, p et q en correspondance du profit maximum", Thünen 1850, p. 391).

Sur cette base, il calcule :

$$\underset{\alpha}{Max}\frac{(p-\alpha q-a)\cdot\alpha}{p-\alpha q}.$$

Pour la condition de premier ordre :

$$(p - \alpha q) \cdot (p - 2\alpha q - a)d\alpha + (\alpha p - \alpha^2 q - \alpha a)q\, d\alpha = 0 ;$$

donc :

$$p^2 - \alpha qp + 2\alpha^2 q^2 - ap + a\alpha q - 2\,\alpha pq + \alpha pq - a^2 q^2 - \alpha aq = 0,$$

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

$(p - \alpha q)^2 = ap,$

$p - \alpha q = a + y = \sqrt{ap}$.

On peut sur cette base déterminer la quantité optimale de capital q^* : puisqu´à l´optimum, $p - \alpha q^* = \sqrt{ap}$, il s´ensuit que $q^* = \dfrac{(p - \sqrt{ap})}{\alpha}$.

3.2. L´objectif de Thünen

Lors de la construction de sa troisième démonstration, Thünen abandonne la fiction de la société de travailleurs - capitalistes qui occupent une terre libre, et essaie d´étendre les conclusions obtenues auparavant à une situation dans laquelle les travailleurs et les propriétaires des moyens de production constituent deux classes sociales séparées, seule la dernière d'entre elles ayant le pouvoir de prendre des décisions. Son objectif est de montrer que, même dans cette situation, le salaire s'établit au niveau "naturel" et la rémunération de tous les facteurs de production est positive. L´œuvre de Thünen est l´un des premiers signaux d´un glissement de la conception des relations sociales sous-jacente à la théorie économique, de l´asymétrie et des conflits entre les classes sociales, qui occupent une place centrale chez les économistes classiques, vers une vision caractérisée par la recomposition des intérêts, dans une collectivité où les rapports de pouvoir et les différences entre les classes ne comptent guère, et l´harmonie sociale résulte immédiatement de l´optimum individuel.

3.3. La "détermination" du taux d´intérêt par la quantité de capital

La formule $z = \dfrac{p - (a + y)}{q(a + y)}$ peut être écrite sous la forme $z = \dfrac{p'(q)}{(a + y)}$; en notant K[6] la quantité de capital $q(a + y)$, il s'ensuit que, pour $(a + y)$ donné, $z = p'(K)$. Thünen tire la conclusion que la productivité marginale du capital *détermine* le taux d'intérêt. Mais l´égalité $z = p'(K)$ est une condition d´équilibre, qui résulte du calcul de maximisation de l´agent, et ne permet pas d´affirmer que le taux d'intérêt est une fonction de la productivité marginale du capital. On peut dire uniquement que, si la productivité marginale est décroissante, il est convenable d´augmenter le capital tant que celle-ci est supérieure au taux d´intérêt, et s´arrêter lorsque l´égalité est vérifiée entre les deux.

6. Ce symbole n'est pas utilisé par Thünen.

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

3.4. L'effet Wicksell

La question soulevée par Knut Wicksell (1893, pp. 138-42 ; 1901, pp. 177-80) est de savoir si le taux d'intérêt peut apparaître comme la productivité marginale du capital. Le capital est un ensemble de biens hétérogènes, qui ne peuvent être regroupés en une grandeur unique qu'en les mesurant en valeur. Cela est sans conséquence sur le calcul individuel de maximisation du profit, l´égalité $z = p´(K)$ étant obtenue sous l'hypothèse que les prix et les variables de répartition sont donnés. Mais, au niveau de la société dans son ensemble, il faut tenir compte des ajustements des prix, du taux d'intérêt et du salaire, qui font en sorte que la valeur d'une même quantité physique de biens ne reste pas constante ; et, si les prix varient, on ne peut pas attribuer une signification précise au rapport entre les variations des valeurs du produit et du capital, ce qui implique qu'on ne peut pas assimiler le taux d'intérêt à la productivité marginale du capital.

La critique de Wicksell à Thünen sur ce point est explicite. En se référant à un modèle point input – point output, sous l'hypothèse qu'il n'y a pas de capital fixe et que les biens capitaux sont hétérogènes, l'auteur suédois constate que l'accroissement du stock de capital social modifie le taux d'intérêt, de telle sorte que la productivité marginale du capital lui est inférieure :

> "we find from this reasoning that von Thünen's doctrine of the determination of the rate of interest by the yield of the last portion of capital applied, gives, when taken with reference to the whole capital of the community – reckoned in money (or consumption goods) too *low* a value" (Wicksell 1901, p. 177).

4. La quatrième preuve : productivité marginale du travail et salaire

4.1. Présentation

La quatrième démonstration est une autre tentative de généraliser les conclusions obtenues dans le contexte idéalisé initial à une économie capitaliste. Le point de départ de Thünen est un exemple : la récolte des pommes de terre. Si l'on cherche à prendre les pommes de terre les plus proches de la surface, sans creuser le sol à fond, la quantité issue d'une journée de travail sera, disons 30 Berliner Scheffel. Mais il y a des pommes de terre moins proches de la surface, qu'il faudrait chercher plus en profondeur ; dans ce cas, le produit d'une journée de travail sera inférieur à 30 ; en général, plus la profondeur augmente, plus le produit d'une journée de travail diminue, jusqu'à ce qu'il ne permette plus de couvrir les besoins fondamentaux du travailleur pour une journée.

Le travail de récolte peut être divisé parmi plusieurs travailleurs. Supposons qu'un champ contient 100 B.S. de pommes de terre, quelques-unes étant proches de

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

la surface, d´autres cachées en profondeur. Plus le nombre de travailleurs augmente, plus chacun doit chercher en profondeur, en travaillant de façon moins productive. L'augmentation du nombre de travailleurs s'accompagne donc d'une hausse de la production, mais cette hausse est de plus en plus petite, comme le tableau suivant le montre.

TABLEAU 1

Nombre de travailleurs	Quantité totale obtenue (mesurée en B.S.)	Contribution du dernier travailleur (mesurée en B.S.)
4 (point de départ)	80	
5	86,6	6,6
6	91	4,4
7	94	3,0
8	96	2,0
9	97,3	1,3
10	98,2	0,9
11	98,8	0,6
12	99,2	0,4

Thünen croit que le phénomène de la productivité marginale décroissante du travail ne se produit pas que dans la situation spécifique étudiée, sans pour autant indiquer explicitement que la cause générale de ce phénomène est la présence d'un facteur fixe comme la terre :

> "Dans l'exemple précédent, il n'était question que de récupérer, de la manière la plus complète possible, ce que la terre a créé ; mais les conclusions qui ont été tirées s'appliquent aussi au travail tendant à augmenter la productivité de la terre, et à obtenir des récoltes plus abondantes" (Thünen 1850, S. 399).

La justification de la productivité marginale décroissante du capital diffère donc de celle de la productivité marginale décroissante du travail : dans le premier cas, Thünen évoque le choix optimal des individus, tandis que dans le deuxième cas il renvoie à la présence de facteurs fixes. Pour utiliser la terminologie de Philip Wicksteed, la courbe qui représente la productivité du capital serait "descriptive", celle qui représente la productivité du travail étant en revanche "fonctionnelle".

À partir de ces prémisses, Thünen montre qu'une firme emploie un nombre d'ouvriers tel que la contribution du dernier d'entre eux au produit est exactement compensée par son salaire. La détermination de ce nombre dépend de la productivité décroissante du travail, du prix de marché des pommes de terre, et du salaire cou-

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

rant. Si, par exemple, le prix unitaire des pommes de terre est 5 Schilling[7], et le salaire est égal à 8 Schilling, la contribution marginale de la neuvième personne employée étant égale à 1,3, le produit marginal est 6,5 Schilling, inférieur au salaire : le coût d'embaucher 9 personnes est trop élevé par rapport au rendement. En revanche, la contribution du huitième employé étant égale à 2, le produit marginal est 10 Schilling, légèrement supérieur au salaire : le choix optimal est donc d'embaucher 8 personnes. Le produit total va être de 96 B.S. ; la quantité totale de pommes de terre présentes sur le champ étant égale à 100 B.S., une partie (égale à 4 B.S.) sera abandonnée.

La quantité de travail étant mesurée par le nombre de travailleurs, Thünen ne peut pas raisonner sur un ensemble continu, et ne peut donc pas égaliser produit marginal et coût marginal avec exactitude : le produit marginal excède le coût marginal, et la décision d'embaucher 8 travailleurs est *approximativement* optimale. Thünen affirme que ce problème disparaît dans le cas d'entreprises très grandes, où le nombre de travailleurs est très élevé ($n \to \infty$) : elles peuvent toujours choisir le nombre exact de personnes (ainsi que de machines, animaux, etc.) à employer, tandis que les petites entreprises doivent se contenter d'approximations. Or cette référence aux grandes dimensions pose un problème de compatibilité avec les hypothèses fondamentales de l´ouvrage : "chaque entreprise agricole doit être considérée comme un point infiniment petit par rapport à l´ensemble" (Thünen 1850, p. 376), qui anticipent en quelque sorte les modèles modernes de concurrence parfaite, dans lesquels la dimension d'une firme est petite par rapport à l´ampleur du marché. Mais ce recours aux grandes entreprises n´est guère nécessaire, et pourrait sans doute être éliminé avec une définition plus adéquate de la quantité de travail.

Sur cette base, Thünen étudie mathématiquement la recherche du profit maximum. Supposons qu'une firme emploie n travailleurs, le coefficient de capital par travailleur étant q, et le produit moyen par tête p ; le produit total est np, et le profit est $n\,(p - w)$, avec $w = a + y$. Si un travailleur est licencié, chacun des $n - 1$ travailleurs qui restent va disposer d'un capital égal à $q' = \frac{n}{n-1} q$. On vérifie aisément que $q' > q$. Le produit obtenu par chaque travailleur ayant un capital de q' va être p' ; puisque $q' > q$, il s'ensuit que $p' > p$. Thünen appelle γ la différence $p' - p$. Le produit total va être $(n - 1)p' = (n - 1)\,(p + \gamma)$, et le profit $(n - 1)\,(p + \gamma - a - y)$.

L'entreprise embauche des travailleurs jusqu'à ce que le coût du dernier d'entre eux soit juste suffisant pour couvrir son salaire, sans rien ajouter au profit. Le nom-

7. L´unité de mesure monétaire utilisée par Thünen est le Taler Preußisch Kurant, en vigueur en Prussie entre 1750 et 1907. 1 Taler équivaut à 30 Silbergroschen Preußisch Kurant et à 48 Schilling Preußisch Kurant.

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

bre optimal d'employés n^* est tel que le profit de l'entrepreneur égale le profit tiré de $n^* - 1$ travailleurs. A l'optimum, donc, $n^* (p - a - y) = (n^* - 1) (p + \gamma - a - y)$, et par conséquent $np - n(a + y) = np - p + (n - 1) \gamma - n(a + y) + (a + y)$, d'où $0 = -p + (n - 1) \gamma + (a + y)$, donc $a + y = p - (n - 1) \gamma$.

Puisque dans une grande entreprise le nombre de travailleurs est grand ($n \to \infty$), le terme $n - 1$ dans l'expression précédente équivaut à n ; il s'ensuit que $a + y = p - n\gamma$. Dans ce cas, l'expression $\frac{n}{n-1} q$ peut être considérée la somme de la série géométrique infinie $q \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (\frac{1}{n})^i$. En effet, puisque la somme d'une série finie $q \cdot \sum_{i=0}^{I} (\frac{1}{n})^i$, calculable au moyen des mathématiques élémentaires, est $q \cdot \frac{1-(\frac{1}{n})^{I+1}}{1-(\frac{1}{n})}$, la limite de cette expression pour $I \to \infty$ est $\lim_{I \to \infty} q \cdot [(\frac{1}{1-\frac{1}{n}}) - (\frac{\frac{1}{n}^{I+1}}{1-\frac{1}{n}})] = q \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{n}} = q \cdot \frac{n}{n-1}$. L'expression $\frac{n}{n-1} q$ = $q \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (\frac{1}{n})^i$ représente le capital utilisé par chaque travailleur comme le résultat d'une série d'additions successives, chacune très petite.

On voit en outre que, pour $n \to \infty$, l'expression $\frac{n}{n-1} q$ est équivalente à $\frac{n+1}{n} q$, c´est-à-dire à $q + \frac{1}{n} q$. Afin de pouvoir se servir de ces considérations, il faut rappeler la démonstration précédente, consacrée au principe de la productivité marginale du capital. Dans ce cadre, le capital par travailleur étant initialement égal à 1, Thünen avait appelé β la modification du produit résultant d'une variation égale à $\frac{1}{n}$ de ce capital. Si le capital par travailleur est égal à q, la modification du produit total qui en résulte est βnq ; le produit βn pouvant être désigné par α, la variation du produit βnq peut être appelée αq. Ici, Thünen appelle γ le produit

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

additionnel d'un travailleur, résultant d'une variation égale à $\frac{1}{n}$ du capital q dont il dispose. Il est clair que $\gamma = \beta q$, donc $n\gamma = \alpha q$. Par conséquent, l'expression $a + y = p - n\gamma$ équivaut à $a + y = p - \alpha q$. Cette formulation permet à Thünen de se servir des résultats du chapitre précédent, dans lequel il avait montré que cette expression est égale au "salaire naturel" : $a + y = p - \alpha q = \sqrt{ap}$.

4.2. L´égalité marginale comme condition d´équilibre

Contrairement au cas précédent, Thünen ne parle pas de "détermination" du salaire par la productivité marginale du travail : il se borne à dire que ces deux grandeurs sont égales à l´équilibre. Cela s´explique en considérant que tout son effort théorique, et non pas uniquement la quatrième preuve, a pour but la détermination du salaire. Celui-ci n´est pas une fonction de la productivité marginale du travail, mais résulte de l´ensemble des conditions d´équilibre général de l´économie, si celui-ci existe et est réalisé.

4.3. L´influence des mathématiques sur la construction de la théorie économique

Thünen isole la contribution de chaque facteur à la production, en considérant les autres comme constants, et se propose d'étudier la variation du produit engendrée par une modification de la quantité de ce facteur uniquement. Une telle démarche semble lui avoir été suggérée par les mathématiques. L´auteur pose la question : "Ne devons-nous pas ici étudier d´abord l´une de deux puissances agissant ensemble comme si elle était la seule active, et ensuite, de la même façon, traiter l´autre comme si elle était isolée ?" (Thünen 1850, p. 288). La réponse peut être trouvée dans l´analyse infinitésimale :

> "En effet, dans le calcul différentiel, lorsque l´on cherche à déterminer le maximum d´une fonction de plusieurs variables, on considère lors de la différentiation d´abord l´une des grandeurs comme une variable, et les autres comme des constantes ; après avoir inséré la valeur de cette variable – calculée en égalisant sa différentielle à zéro - dans la fonction, on soumet une deuxième grandeur à la différentiation, on la remplace par sa valeur ainsi calculée dans la fonction, et ainsi de suite" (Thünen 1850, p. 289).

Comme nous l'avons vu plus haut, cette méthode est adéquate à l´analyse économique, selon Thünen, parce que les problèmes de l´économie sont des problèmes d´optimisation : comme les mathématiciens calculent les dérivées partielles de la fonction par rapport à chaque variable indépendante, les économistes peuvent évaluer la contribution de chaque facteur à l´obtention du produit final séparément et indépendamment des autres facteurs, provisoirement considérés comme constants :

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

> "Le procédé que nous utilisons pour nos recherches, dont le but est la détermination de la recette nette la plus élevée, correspond à celui que les mathématiciens considèrent comme correct pour déterminer le maximum d´une fonction de plusieurs variables ; comme le mathématicien traite au départ seulement l´une des grandeurs entrant dans une fonction donnée comme une variable, et les autres comme des constantes, nous pouvons également traiter d´abord l´une des puissances influant sur la recette nette et étant en relation avec le prix du blé comme si elle était la seule active, et les autres comme si elles étaient constantes ou inactives" (Thünen 1850, p. 290).

La notion de productivité marginale d´un facteur semble donc avoir été influencée par le concept mathématique de dérivée partielle d´une fonction de plusieurs variables.

Cette méthode empruntée aux mathématiques pousse Thünen à traiter symétriquement les deux facteurs, capital et travail. Lors de la troisième démonstration, il considère le travail comme constant, et le capital comme variable ; ensuite, il traite le capital comme une constante, et le travail comme une variable. Le profit est considéré d´abord comme le produit marginal du capital, et ensuite comme revenu résiduel ; inversement, le salaire est d´abord conçu comme revenu résiduel, et ensuite comme le produit marginal du travail. Les deux expériences intellectuelles conduisent au même résultat (le salaire naturel). De cette manière, Thünen montre que la répartition du revenu dépend de la contribution de chaque facteur à l´obtention du produit final, et anticipe ainsi la théorie de la répartition fondée sur la productivité marginale. Les mathématiques influencent profondément la pensée économique de Thünen, en favorisant la transition de la vision classique des phénomènes économiques à l'approche néoclassique.

5. Conclusions

Pour résoudre le problème de la répartition socialement optimale du revenu, Thünen s'appuie sur une étude mathématique des choix de sujets optimisateurs. Le principe de maximisation individuelle occupe une place centrale dans l'ouvrage, chacune des quatre démonstrations étant centrée sur une question de recherche du maximum d'une fonction, énoncée et résolue à l'aide du calcul infinitésimal. En ce sens, la contribution de Thünen peut être considérée comme une étape significative du processus conduisant à l´introduction du principe d'optimisation individuelle en économie.

L'auteur examine d'abord un contexte idéalisé, dans lequel il n'y a pas de séparation véritable entre les différentes classes sociales, les travailleurs étant en même temps propriétaires des moyens de production. Leurs décisions concernent la répartition de leur revenu en une partie imputable au travail, et une autre imputable

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

au capital. La solution de leur problème de maximisation est la fixation du salaire au niveau "naturel", supérieur au niveau de subsistance, mais inférieur au produit total : autrement dit, une partie du surplus est attribuée aux salaires, les profits étant quand même positifs. Ensuite, l'auteur se demande si l'attribution du pouvoir de prendre des décisions à des sujets différents (des propriétaires des moyens de production, qui ne sont pas eux-mêmes travailleurs), qui poursuivent leur propre intérêt, conduirait toujours à fixer un salaire égal à $\sqrt{ap}$. Il répond par l'affirmative : l'attribution du pouvoir de choix exclusivement aux capitalistes, ceux-ci constituant un groupe social séparé de celui des travailleurs (à qui aucun pouvoir de choix n'est reconnu), conduit au même résultat qui s'établirait dans une société caractérisée par l'absence de division en classes, dans laquelle les travailleurs choisiraient eux-mêmes leur salaire. Thünen en conclut que le salaire naturel est la réponse cherchée au problème de la recherche d'un état de la répartition satisfaisant pour toutes les classes sociales.

En réalité, la démonstration de Thünen n'est pas tout à fait réussie. Non seulement les fonctions - objectif et les variables de choix ne sont pas toujours appropriées, mais surtout la maximisation n'est pas encore un principe universel dans l'ouvrage, les seuls sujets optimisateurs étant les propriétaires (ceux qui interviennent dans les premières démonstrations étant en même temps travailleurs, les autres étant exclusivement propriétaires). Les quatre preuves de l'*Etat Isolé* ne suffisent pas à démontrer qu'un salaire égal à $\sqrt{ap}$ est optimal du point de vue des travailleurs salariés qui ne possèdent pas de moyens de production. Le point de vue des consommateurs n'est pas non plus pris en compte : l´étude de la consommation se borne à un problème d´allocation intertemporelle des ressources, afin que les sujets puissent consommer le panier de biens de subsistance tout au long de leur vie. Fixer le salaire au niveau $\sqrt{ap}$ ne résout pas le problème de la recherche d'un état de la répartition socialement satisfaisant.

L'introduction des égalités marginales, bien avant la mise au point de l'approche marginaliste, est l'un des aspects les plus significatifs de la contribution de Thünen. Il n'a pas été facile pour les premiers auteurs néoclassiques de définir correctement les égalités marginales, en raison de l'existence d'effets Wicksell, qui perturbent la relation entre l'accroissement du capital et celui du produit, de telle sorte que le taux d'intérêt ne peut pas mesurer l'accroissement de celui-ci par rapport à celui-là, ainsi que de la persistance dans le temps de l'idée erronée que la productivité marginale des facteurs "détermine" la répartition du revenu. Les égalités marginales restent quand même valables, si elles sont interprétées comme des conditions d´équilibre, qui résultent du calcul de maximisation de l'individu, sous l'hypothèse qu'il existe un continuum de techniques. Elles se bornent à énoncer que, à des prix donnés, les quantités demandées et offertes sont telles que la productivité marginale d´un input égalise son prix. Issues de calculs individuels, elles re-

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

flètent la myopie des entrepreneurs, qui n'anticipent pas de modifications des prix et des variables de répartition suite à leurs décisions. Elles ne sauraient participer à la détermination des variables qui se fixent sur le marché, sur lesquelles les individus n'ont pas de pouvoir : le taux d'intérêt et le taux de salaire ne sont pas établis par la productivité marginale du capital et du travail respectivement, mais dépendent de l'ensemble des conditions d'équilibre de l'économie.

Thünen ne serait pas parvenu à énoncer les égalités marginales sans utiliser l'analyse infinitésimale. D'une part, les égalités marginales sont les conditions de premier ordre qui permettent de résoudre des problèmes mathématiques d'optimisation ; d'autre part, nous avons vu que la notion mathématique de dérivée partielle est à l´origine de la notion économique de productivité marginale. Le calcul différentiel participe activement à la construction de la théorie économique, car il fournit à l'auteur l'outil crucial, permettant d'obtenir l'un de ses résultats les plus significatifs. Nous croyons alors pouvoir affirmer que les égalités marginales, qui sont au cœur de l'*Etat Isolé*, révèlent l'existence d'un lien étroit entre la théorie économique et les mathématiques.

La démarche empruntée aux mathématiques explique la présence d'autres innovations théoriques : premièrement, l'idée de traiter symétriquement les facteurs de production et les variables de répartition, qui signale une rupture radicale avec l'approche classique. Deuxièmement, pour que le calcul infinitésimal puisse être appliqué, une nouvelle formulation des notions de capital et de travail, et surtout des possibilités de combiner ces deux facteurs, se rend nécessaire : l'œuvre de Thünen préfigure la diffusion de l'utilisation de fonctions de production ayant des isoquantes lisses, différentiables et décroissantes, devenue ensuite d'usage courant en microéconomie, mais peu commune dans la tradition ricardienne. La transition de l'approche classique à l'approche néoclassique passe par l'utilisation des mathématiques : ces dernières suggèrent à Thünen les innovations théoriques les plus significatives de son ouvrage, qui anticipent l'évolution ultérieure de la théorie économique.

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

BIBLIOGRAPHIE

Ackermann K.P. (1954) *Der ethisch-ökonomische Erklärungsdualismus in der Lehre vom naturgemässen Arbeitslohn und Kapitalzins bei Joh. H.v. Thünen unter Berücksichtigung des Grenzproduktivitätsgedankens,* Winterthur, Verlag P.G. Keller.

Baloglou C. (1995) *Die Vertreter der mathematischen Nationalökonomie in Deutschland (1838-1870),* Marburg, Metropolis.

Binswanger H.C. (1995) "Der natürliche Lohn als Gleichgewichtspreis oder als ethische Forderung?", in H. Rieter, éd., *Johann Heinrich von Thünen als Wirtschaftstheoretiker,* Studien zur Entwicklung der ökonomischen Theorie, Schriften des Vereins für Socialpolitik, Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, N.F., Vol. 115, XIV, Berlin, Duncker & Humblot, pp. 83 – 86.

Blaug M. (1986), *Economic Theory in Retrospect,* trad. fr. *La pensée économique. Origines et développement,* quatrième édition, Paris, Economica.

Böventer (von) E. (1995) "Die Bedeutung Johann Heinrich von Thünens für Wissenschaft und Praxis", in *Johann Heinrich von Thünen. Seine Erkentnisse aus wissenschaftlicher Sicht,* Sonderheft n. 210, *Berichte über Landwirtschaft. Zeitschrift für Agrarpolitik und Landwirtschaft,* Münster-Hiltrup, Landwirtschaftsverlag, pp. 22-9.

Buchsteiner I. (1999), éd., *Thünen und das Jahr 1848,* Rostock, Universität Rostock, Philosophische Fakultät, Historisches Institut.

Buchsteiner I. (2000) "Politische, wirtschaftliche und soziale Verhältnisse in Mecklemburg in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts", in *Johann Heinrich von Thünen. Gesellschaftspolitische Aspekte seines Werkes und ihre Bedeutung für die Entwicklung des ländlichen Raums,* Sonderheft n. 213, *Berichte über Landwirtschaft. Zeitschrift für Agrarpolitik und Landwirtschaft,* Münster, Landwirtschaftsverlag, pp. 20-7.

Buchsteiner I. et Viereck G. (2000), éd., *Johann Heinrich von Thünen: Schriften, Literatur, Nachlass,* Rostock, Universität Rostock, Philosophische Fakultät, Historisches Institut.

Dmitriev V.K. (1898) "Premier essai : Théorie de la valeur de D. Ricardo. Esquisse d'analyse rigoureuse", trad. fr. in *Essais économiques : esquisse de synthèse organique de la théorie de la valeur - travail et de la théorie de l'utilité marginale,* Paris, Editions du CNRS, 1968, pp. 17 – 93.

Dorfman R. (1986) "Comment: P.A. Samuelson´s Thünen at Two Hundred", *Journal of Economic Literature,* vol. XXIV, pp. 1773 – 6.

Engelhardt W. W. (1993) [2ème édition 2000], *Von Thünen und die soziale Frage,* Regensburg, Transfer Verlag.

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

Gerhardt E. (1995) "Thünens naturgemäßer Arbeitslohn und seine Übernahme auf dem Landgut Tellow", in *Johann Heinrich von Thünen. Seine Erkentnisse aus wissenschaftlicher Sicht,* Sonderheft n. 210, *Berichte über Landwirtschaft. Zeitschrift für Agrarpolitik und Landwirtschaft,* Münster-Hiltrup, Landwirtschaftsverlag, pp. 110-42.

Helmstädter E. (1995) "Wie künstlich ist von Thünens natürlicher Lohn?", in H. Rieter, éd., *Johann Heinrich von Thünen als Wirtschaftstheoretiker,* Studien zur Entwicklung der ökonomischen Theorie, Schriften des Vereins für Sozialpolitik, Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, N.F.,Vol. 115, XIV, Berlin, Duncker & Humblot, pp.43 – 81.

Kurz H.D. (1995) "Über die Knappheit und eine mißglückte Analogie zwischen Arbeit, Boden und Kapital: Thünens Theorie des Produktion und Verteilung", in H. Rieter, éd., *Johann Heinrich von Thünen als Wirtschaftstheoretiker,* Studien zur Entwicklung der ökonomischen Theorie, Schriften des Vereins für Sozialpolitik, Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, N.F., Vol. 115, XIV, Berlin, Duncker & Humblot, pp. 115 – 151.

Kurz H.D. (1999) "From Classical Rent Theory to Marginal Productivity Theory. The Works of F. B. W. von Hermann and J. H. von Thünen", in G. Mongiovi et F. Petri, éd., *Value, Distribution and Capital. Essays in Honour of P. Garegnani,* London et New York, Routledge, pp. 145 – 64.

Nellinger L. (2000) "Thünens volkswirtschaftliche Produktions- und Verteilungstheorie", in *Johann Heinrich von Thünen. Gesellschaftspolitische Aspekte seines Werkes und ihre Bedeutung für die Entwicklung des ländlichen Raums,* Sonderheft n. 213, *Berichte über Landwirtschaft. Zeitschrift für Agrarpolitik und Landwirtschaft,* Münster, Landwirtschaftsverlag, pp. 74 – 88.

Neuberger D. (1996) "Johann Heinrich von Thünen als Förderer der Finanzintermediation", Working Paper n. 1, Série *Thünen-Reihe Angewandter Volkswirtschaftstheorie,* Universität Rostock.

Rebeyrol A. (2000) "Répartition, intérêt et théorie du capital", in A. Béraud et G. Faccarello, éd., *Nouvelle Histoire de la pensée économique,* Paris, La Découverte, tome II, pp. 524 – 71.

Recktenwald H.C. (1986) "Thünen im Lichte moderner Wissenschaftstheorie. Ein unterbewertetes Meisterwerk mit falschem Titel", in H.C. Recktenwald et P.A. Samuelson *Thünen – ein Klassiker in unserer Zeit,* Akademie der Wissenschaften und Literatur, Mainz, et F. Steiner Verlag Wiesbaden Stuttgart, pp. 3 –24.

Samuelson P.A. (1983) "Thünen at 200", *Journal of Economic Literature,* Vol. XXI, pp. 1468 – 88.

Samuelson P.A. (1986) "Yes to Robert Dorfman´s Vindication of Thünen´s Natural Wage Derivation", *Journal of Economic Literature,* vol. XXIV, pp. 1777 – 85.

Streissler E.W. (1995) "Die Grenzproduktivitätstheorie der deutschen Protoneoklassik, unter besonderer Berücksichtigung von Johann Heinrich von Thünen", in H. Rieter, éd., *Johann Heinrich von Thünen als Wirtschaftstheoretiker,* Studien zur Entwicklung der ökonomischen Theorie, Schriften des Vereins für Social-

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan

politik, Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, N.F., Vol. 115, XIV, Berlin, Duncker & Humblot, pp. 17 – 41.

Suntum (van) U. (1988) "Vindicating Thünen's Tombstone Formula $\sqrt{ap}$ ", *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, vol. 204 / 5, pp. 393-405.

Suntum (van) U. (1995) "Johann Heinrich von Thünen als Kapitaltheoretiker", in H. Rieter, éd., *Johann Heinrich von Thünen als Wirtschaftstheoretiker*, Studien zur Entwicklung der ökonomischen Theorie, Schriften des Vereins für Socialpolitik, Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, N.F., Vol. 115, XIV, Berlin, Duncker & Humblot, pp. 87 – 113.

Theocharis R.D. (1993) *The Development of Mathematical Economics. The Years of Transition: From Cournot to Jevons*, London, Macmillan.

Thünen (von) J.H. (1817) "Über die Einführung eines Kreditssystems in Mecklemburg und über die Bestimmung des Pfandwertes der mecklemburgischen Landgüter", *Neue Annalen der Mecklemburgischen Landwirtschafts-Gesellschaft*, quatrième année, Rostock, pp. 401 – 544.

Thünen (von) J.H. (1850) *Der isolirte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und Nationalökonomie*, Zweiter Teil, H. Lehmann et W. Lutz, éd., Berlin, Akademie-Verlag, 1990.

Wicksell K. (1893) *Über Wert, Kapital und Rente nach den neueren nationalökonomischen Theorien*, trad. ang. *Value, Capital, and Rent*, Fairfield, New Jersey, A.M. Kelley, 1970.

Wicksell K. (1901) *Föreläsningar i nationalekonomi*, trad. ang. *Lectures on Political Economy*, Fairfield, New Jersey, A.M. Kelley, 1977.

Document téléchargé depuis www.cairn.info - - - 176.183.201.126 - 25/11/2017 12h52. © L'Harmattan