



HAL
open science

Modélisation de la fiabilité dans le cas d'un essai suspendu, Proposition d'une nouvelle méthode probabiliste

Georges Habchi

► **To cite this version:**

Georges Habchi. Modélisation de la fiabilité dans le cas d'un essai suspendu, Proposition d'une nouvelle méthode probabiliste. QUALITA'2001, 4ème Congrès International Pluridisciplinaire Qualité et Sécurité de Fonctionnement, Mar 2001, Annecy, France. pp.425 - 432. hal-01647899

HAL Id: hal-01647899

<https://hal.science/hal-01647899>

Submitted on 24 Nov 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Georges HABCHI

Modélisation de la Fiabilité dans le Cas d'un Essai Suspendu – Proposition d'une Nouvelle Méthode Probabiliste.

QUALITA'2001, 4^{ème} Congrès International Pluridisciplinaire Qualité et Sûreté de Fonctionnement, Annecy – France, 22-23 mars 2001, pp. 425-432. ISBN 2-9516453-0-9.

MODELISATION DE LA FIABILITE DANS LE CAS D'UN ESSAI SUSPENDU PROPOSITION D'UNE NOUVELLE METHODE PROBABILISTE

Georges HABCHI

LLP/CESALP – ESIA

41 avenue de la plaine – BP 806

74016 Annecy Cédex - FRANCE

habchi@univ-savoie.fr

Résumé: l'étude présentée dans cet article concerne le développement d'une nouvelle méthode de traitement et de modélisation de la fiabilité dans le cas d'un essai suspendu. Elle s'appuie sur une méthode probabiliste pour estimer la fonction de défaillance $F(t)$ quand des éléments sont suspendus avant défaillance. Cette méthode s'inscrit dans une démarche d'évaluation globale réalisée à l'aide du logiciel ADONIS qui est développé pour la modélisation de la fiabilité dans le cas de différents types d'essais (complet, censuré, tronqué, suspendu, etc.). La méthode proposée est évaluée par rapport à un essai de type complet et comparée aux deux méthodes du taux de hasard cumulé et de Johnson. Plusieurs simulations sont réalisées pour cette évaluation en utilisant les trois principaux modèles de fiabilité (Weibull, exponentiel, normal). Cette évaluation montre que la méthode proposée fournit des résultats meilleurs que les deux autres méthodes dans 80% des cas testés.

Abstract: the study presented in this article concerns to the development of a new method of reliability treatment and modelling in the case of suspended tests. It is based on a probabilistic method for the assessment of the failure function $F(t)$ when elements are suspended before failure. This method will be used within a process of a global evaluation approach carried out using the ADONIS software. This software has been developed for the modelling of reliability for various types of tests (complete, censored, truncated, suspended, etc). The method suggested here is evaluated with reference to a complete type test. It is then compared with the cumulated chance rate method and Johnson's. Several simulations are carried out to validate this evaluation using the three main models of reliability (Weibull's, exponential, normal). This evaluation shows that the suggested method provides better results than the other two methods in 80% of the tested cases.

Mots clefs: fiabilité, essai suspendu, estimation, modélisation, évaluation.

1. INTRODUCTION

Paramètre fondamental de la sûreté de fonctionnement, la fonction de *fiabilité* $R(t)$ est calculée dans trois phases distinctes du cycle de vie d'un matériel.

- Pendant la phase de *conception*, on calcule une fiabilité *prévisionnelle* fondée, sur une décomposition fonctionnelle du matériel en composants, et sur les fiabilités élémentaires de ces

composants.

- Pendant la phase de *fabrication*, on calcule une fiabilité *expérimentale* ou *estimée* fondée, sur le traitement des données d'essais expérimentaux, et sur la modélisation théorique des résultats du traitement.

- Pendant la phase *d'exploitation*, on calcule une fiabilité *opérationnelle* à l'aide de traitements statistiques et de modèles mathématiques.

La fiabilité *estimée* est calculée à la suite d'essais spécifiques effectués selon un programme bien défini. Le but principal des essais est l'estimation des caractéristiques expérimentales de fiabilité du futur matériel (*fiabilité* $R(t_i)$, *défaillance* $F(t_i)$, *taux de défaillance* $I(t_i)$, *durée de vie moyenne* $E(t)$, etc.). Ceci se déroule en trois phases : d'abord le choix et la réalisation de l'essai, ensuite le choix de la méthode et le traitement des données collectées à l'issue de l'essai, et enfin l'exploitation des résultats en vue d'une modélisation théorique. La 2^{ème} phase permet d'estimer des caractéristiques expérimentales ponctuelles et moyennes à l'aide de méthodes spécifiques et statistiques. La 3^{ème} phase consiste à utiliser les résultats de la 2^{ème} phase pour trouver un modèle de *fiabilité théorique* $R(t)$. Ce modèle est connu si les paramètres dont il dépend sont déterminés (taux de défaillance I pour le modèle *exponentiel*, moyenne x et écart-type s pour le modèle *normal*, paramètre de forme b , paramètre de position g et paramètre d'échelle h pour le modèle de *Weibull*). Les essais doivent aussi valider la fonction de fiabilité *prévisionnelle* et permettre d'obtenir une bonne adéquation avec la fiabilité *opérationnelle*.

La pratique des essais de fiabilité s'est largement étendue dans les entreprises. Les raisons de cette extension sont multiples, elles concernent notamment la recherche de : l'amélioration de la sécurité, la réduction des coûts, la maîtrise de la durée de vie, la satisfaction des besoins clients, l'amélioration du service maintenance, la maîtrise des défaillances, etc. Mais, le fait que le développement et la diversification de nouveaux produits aient largement évolué et les cycles de production se soient considérablement réduits, l'utilisation d'essais non complets s'est accentuée. Le but principal de ces essais est la réduction du temps mis en œuvre. Parmi ces essais, nous citons les

essais : *tronqués*, *censurés*, *accélérés*, *suspendus*, etc. [Lyonnet *et al.* 97]. Toutefois, la pratique de ces essais pose au moins trois types de problèmes :

- la pertinence du choix du type d'essai à appliquer,
- le choix de la méthode de traitement [Vasseur *et al.* 97] et d'estimation de la fiabilité,
- le risque d'erreur engendrée par l'essai ainsi et la méthode de traitement.

Dans cet article, nous nous intéressons à la problématique de traitement de l'essai *suspendu* (ou *interrompu*). Pendant le déroulement d'un essai suspendu, des éléments encore en fonctionnement sont choisis au hasard à différents moments et sont retirés. Les éléments retirés (moins de 50% de l'échantillon) sont dits *suspendus*. Le traitement des données de l'essai doit tenir compte de ces éléments. Des méthodes présentées au paragraphe suivant ont été développées à cet effet. Elles recherchent à estimer la *fiabilité* $R(t_i)$ ou la *défaillance* $F(t_i)$ *expérimentales* et *ponctuelles*. Ces valeurs permettent ensuite en utilisant des méthodes graphiques (papier d'Alain Plait, papier semi-logarithmique) ou mathématiques (méthode du maximum de vraisemblance) de trouver un modèle de *fiabilité théorique* $R(t)$ ainsi que les paramètres dont il dépend. Les paramètres du modèle théorique dépendent directement des valeurs expérimentales, donc de la méthode de traitement. Ainsi, pour améliorer la phase de traitement des données d'un essai suspendu, nous proposons une nouvelle méthode *probabiliste* permettant de corriger *l'ordre de défaillance*, à chaque fois qu'un élément est suspendu. Cette méthode détaillée dans cet article, s'inscrit dans une démarche globale, réalisée à l'aide du logiciel *ADONIS* développé pour modéliser la fiabilité expérimentale.

Plusieurs simulations sont réalisées. Elles permettent de comparer avec un essai complet, 2 méthodes existantes (taux de hasard cumulé, Johnson) et une proposée. Trois modèles sont exploités ; normal, exponentiel, et Weibull. Le modèle de Weibull est utilisé dans différentes configurations ($g = 0$ et $g \neq 0$, $b \gg 0.7$; 1 ; 3.5, h quelconque). Les simulations montrent que dans 80% des cas, la méthode proposée fournit des résultats meilleurs que ceux obtenus par la méthode de Johnson et du taux de hasard cumulé.

2. METHODES DE TRAITEMENT DES ESSAIS SUSPENDUS

Si l'essai de fiabilité est de type *suspendu*, on peut utiliser différentes méthodes de traitement. Parmi ces méthodes nous citons [Johnson 64] [Celeux et al. 86] [Hastings et al. 97] [Pellegrin 97], [Bracquemond et al. 97] [Lyonnet et al. 99]: la méthode du *taux de hasard cumulé*, la méthode de *Johnson*, les méthodes inspirées de l'algorithme *SEM* (*Stochastic Expectation Maximisation*), la méthode *MSA* (*Méthode Sensible à l'Age*) et la méthode *MEM* (*Méthode de l'Espérance Mathématique* du rang). Seules les deux méthodes du *taux de hasard cumulé* et de *Johnson* sont abordées dans cet article et sont comparées avec la méthode proposée.

Notations générales :

n : taille de l'échantillon (nombre total d'éléments mis en essai),
 j : rang affecté à chaque élément en fonction des temps classés dans un ordre croissant (1 à n),
 e_j : événement associé à chaque élément (D pour défaillant, S pour suspendu),

i : numéro d'ordre corrigé et associé aux seuls éléments défaillants (événement D),
 $i_{préc}$: numéro d'ordre corrigé de l'élément défaillant précédent,
 t_j : temps associé à chaque élément (correspond à la date d'occurrence d'un événement D ou S),
 t_i : temps associé aux seuls éléments défaillants (événement D),
 Di : incrément du numéro d'ordre à recalculer pour chaque élément suspendu,
 $Di_{préc}$: incrément du numéro d'ordre de l'élément ayant le rang précédent,
 k : nombre d'éventualités selon lequel un élément suspendu peut être défaillant,
 p : probabilité pour que l'élément suspendu soit défaillant avant le prochain événement,
 $n(t_i)$: nombre d'éléments survivants à l'instant t_i ,
 $k(t_i)$: nombre d'éléments défaillants à l'instant t_i (valeur instantanée),
 $I(t_i)$: taux de défaillance estimé à l'instant t_i ,
 $H(t_i)$: fonction de hasard cumulée à l'instant t_i ,
 $R(t_i)$: fonction de fiabilité estimée à l'instant t_i ,
 $F(t_i)$: fonction de défaillance estimée à l'instant t_i .

Hypothèses :

Les hypothèses suivantes sont utilisées par la méthode de *Johnson* et celle que nous proposons :

- tout élément suspendu nécessite un nouveau calcul de l'incrément Di ,
 - tout élément suspendu n'a ni ordre de défaillance i ni fonction de défaillance $F(i)$,
 - si un élément est suspendu à la même date qu'un défaillant, il sera traité après celui-ci,
 - les temps associés aux éléments de l'échantillon sont traités individuellement.
- Pour présenter les méthodes de calcul, nous considérons l'exemple de la figure 1. Il comporte un échantillon de 6 éléments ($n=6$), dont 4 sont défaillants (e_1, e_3, e_4, e_6) et 2 sont suspendus (e_2, e_5). Le tableau de la figure 2 regroupe les principales notations de la méthode de Johnson et de celle que nous proposons.

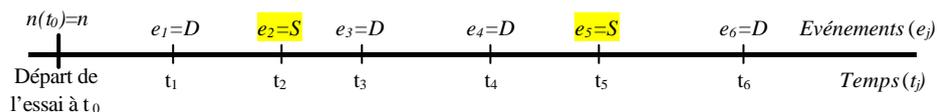


Figure 1. Exemple de déroulement d'un essai suspendu.

	Eléments (n=6)					
Temps (t _i)	t ₁	t ₂	t ₃	t ₄	t ₅	t ₆
Rang (j)	1	2	3	4	5	6
Événement (e _j)	D	S	D	D	S	D
Ordre non corrigé	1	---	2	3	---	4
Incrément (D _i)	1	D _{i1}	D _{i1}	D _{i1}	D _{i2}	D _{i2}
Ordre corrigé (i)	1	---	1+D _{i1}	1+2D _{i1}	---	1+2D _{i1} +D _{i2}
Défaillance F(t _i)	Rang Médian	---	Rang Médian	Rang Médian	---	Rang Médian

Figure 2. Notations de calcul pour la méthode de Johnson et celle proposée.

2.1. Méthode du taux de hasard cumulé

La méthode du *taux de hasard cumulé* ou de *Wayne Nelson* [Vasseur et al. 97] s'applique indifféremment à des essais de type *suspendu* et *complet*. Nous considérons un échantillon de taille *n* et notons *n(t_i)* la variable aléatoire égale au nombre d'éléments survivants à *t_i* [Pellegrin 97]. La variable *n(t_i)* obéit à une loi binomiale *B(n, R(t_i))* où *R(t_i)* désigne la fonction fiabilité. Son espérance *E(n(t_i))=n · R(t_i)* représente le nombre moyen de survivants auquel on peut s'attendre à *t_i*. Le produit *I(t_i) · Dt* représente le rapport du nombre moyen d'éléments défectueux pendant *Dt* au

nombre moyen d'éléments survivants au début de *Dt*. Quand *Dt* tend vers zéro, ce produit peut être approché par le rapport *k(t_i)/n(t_i)*. On appelle *taux de hasard observé* le rapport *k(t_i)/n(t_i)*, estimation ponctuelle de la probabilité de défaillance conditionnelle observée à la date *t_i*. La *fonction de hasard cumulée H(t_i)* à la date *t_i* est alors interprétée comme le cumul des rapports *k(t_i)/n(t_i)* observés jusqu'à la date *t_i*. L'exploitation de cette méthode est illustrée par la figure 3 et les fonctions *fiabilité R(t_i)* et *défaillance F(t_i)* sont estimées par les relations 1 et 2 :

$$R(t_i) = \exp\{-H(t_i)\} \quad [1]$$

$$F(t_i) = 1 - \exp\{-H(t_i)\} \quad [2]$$

	Eléments (n=6)					
Temps (t _i)	t ₁	t ₂	t ₃	t ₄	t ₅	t ₆
Événement (e _j)	D	S	D	D	S	D
Eléments ayant atteint l'âge t _i : n(t _i)	6	---	4	3	---	1
Défectueux à l'instant t _i : k(t _i)	1	---	1	1	---	1
Taux de hasard observé à t _i : k(t _i)/n(t _i)	0.166	---	0.25	0.333	---	1
Taux de hasard cumulé: H(t _i)=Σ{k(t _i)/n(t _i)}	0.166	---	0.416	0.749	---	1.749
Fonction défaillance: F(t _i)=1-exp{-H(t _i)}	0.154	---	0.340	0.527	---	0.826

Figure 3. Traitement des données selon la méthode du taux de hasard cumulé.

2.2. Méthode de Johnson

Développée dans les années 60 par L. G. Johnson [Johnson 64] pour un essai suspendu, cette méthode conduit à corriger l'ordre des éléments défectueux si des éléments sont retirés avant défaillance. Elle se résume par la relation 3 qui permet de recalculer l'incrément *D_i* à chaque fois qu'un élément est suspendu, et ensuite corriger l'ordre des éléments

défectueux (relation 4) :

$$?(i) = \frac{n+1-i_{préc}}{n+1-j} \quad [3]$$

$$i = i_{préc} + ?(i) \quad [4]$$

En utilisant l'exemple de la figure 1, le détail de la méthode peut être décrit de la manière suivante. Le premier élément est défectueux à l'instant *t₁*, son ordre de défaillance vaut 1 et ne nécessite aucune correction. Par contre l'ordre des éléments défectueux aux temps *t₃* et *t₄*, dépend de la

durée de vie réelle de l'élément suspendu à l'instant t_2 ($e_2=S$). En effet, nous pouvons constater que cet élément peut être défaillant selon 5 éventualités :

1. entre t_2 et t_3 (éventualité a),
2. entre t_3 et t_4 (éventualité b),
3. entre t_4 et t_5 (éventualité c),
4. entre t_5 et t_6 (éventualité d),
5. après t_6 (éventualité e).

La méthode de Johnson considère ces éventualités équiprobables, c'est à dire :

$$P(a) = P(b) = P(c) = P(d) = P(e) = 1/5$$

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e) = 1$$

L'ordre 2 ($i=2$) peut être donné à l'élément 2 ($e_3=D$) avec une probabilité :

$$P(i=2) = P(b) + P(c) + P(d) + P(e) = 1 - P(a) = 4/5$$

L'ordre 3 ($i=3$) peut être donné à l'élément 2 ($e_3=D$) avec une probabilité :

$$P(i=3) = P(a) = 1/5$$

L'ordre corrigé de la 2^{ème} défaillance ($e_3=D$) peut être estimé par :

$$i(e_3=D) = 2P(i=2) + 3P(i=3) = 2 \times (4/5) + 3 \times (1/5) = 2.2$$

La même démarche sera appliquée pour les éléments suivants.

La figure 4 résume le traitement de l'exemple de la figure 1. La fonction défaillance $F(t_i)$ est estimée par les rangs médians.

	Eléments ($n=6$)					
Temps (t_j)	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
Événement (e_j)	$e_1=D$	$e_2=S$	$e_3=D$	$e_4=D$	$e_5=S$	$e_6=D$
Incrément (Di)	1	1.2	1.2	1.2	1.8	1.8
Ordre corrigé (i)	1	---	2.2	3.4	---	5.2
Défaillance $F(t_i)$	0.109	---	0.297	0.484	---	0.766

Figure 4. Traitement des données de l'essai selon la méthode de Johnson.

2.3. Méthode proposée

La méthode que nous proposons corrige l'ordre de défaillance des éléments défaillants si des éléments sont suspendus. Comme la méthode de Johnson, la correction de l'ordre i se fait par modification de l'incrément Di . Fondé sur une démarche probabiliste, le calcul de l'incrément Di et de l'ordre corrigé i se fait de la manière suivante.

En se basant sur l'exemple de la figure 1, l'élément suspendu à l'instant t_2 ($e_2=S$) peut être défaillant selon 5 éventualités comme il est indiqué au paragraphe 2.2. Le nombre d'éventualités k est une fonction de la taille de l'échantillon n et du rang de l'élément suspendu j (relation 5). Nous supposons ces éventualités équiprobables et calculons la probabilité p selon les relations 5 et 6 :

$$k = n - (j - 1) \quad [5]$$

$$p = 1/k \quad [6]$$

Nous calculons ensuite l'incrément Di et l'ordre corrigé i , respectivement selon les relations 7 et 8 :

$$?i = \frac{n - p - i_{préc}}{n - j} \quad [7]$$

$$i = i_{préc} + ?i \quad [8]$$

Règles de calcul :

1. Si le rang est $j=1$ et " l'événement e_j (D ou S) : $i_{préc} = i_0 = 0$
2. Si le rang est $j=1$ et l'événement $e_j=D$: $?i = 1$ et $i = 1$
3. Si le rang est $1 < j < n$ et l'événement $e_j=D$: $?i = ?i_{préc}$ et $i = i_{préc} + ?i$
4. Si le rang est $j=n$ et l'événement $e_n=S$ le calcul de Di est sans intérêt :

$$?i = \frac{n - p - i_{préc}}{n - j} \rightarrow \infty$$

La figure 5 résume le traitement de l'exemple de la figure 1. $F(t_i)$ est estimée par les rangs médians.

	Éléments (n=6)					
Temps (t _i)	t ₁	t ₂	t ₃	t ₄	t ₅	t ₆
Événement (e _i)	e ₁ =D	e ₂ =S	e ₃ =D	e ₄ =D	e ₅ =S	e ₆ =D
Incrément (Di)	1	1.2	1.2	1.2	2.1	2.1
Ordre corrigé (i)	1	---	2.2	3.4	---	5.5
Défaillance F(t _i)	0.109	---	0.297	0.484	---	0.813

Figure 5. Traitement des données de l'essai selon la méthode proposée.

3. DEMARCHE GLOBALE D'EVALUATION

4. SIMULATION ET ANALYSE DES RESULTATS

La démarche globale d'évaluation des 3 méthodes est réalisée à l'aide du logiciel ADONIS selon les étapes suivantes :

- proposition d'un échantillon *complet* de TBF (Temps de Bon Fonctionnement),
- traitement individuel des TBF et estimation de la fonction défaillance (*rangs médians*),
- détermination du *modèle théorique* (exponentiel, normal, Weibull),
- simulation des données d'un *essai suspendu* à partir de l'essai complet,
- traitement des données simulées selon les 3 méthodes (*Johnson, taux de hasard cumulé, méthode proposée*),
- détermination du *modèle théorique*,
- *évaluation* des 3 méthodes en comparant les modèles obtenus par l'essai *suspendu* avec ceux de l'essai *complet*.

Une 1^{ère} simulation est fournie à la figure 6 pour compléter l'exemple de la figure 1. Les données de l'essai suspendu sont obtenues de la manière suivante : un temps est suspendu à t=13 (il s'agit de t=31) ensuite un autre est suspendu à t=40 (il s'agit de t=64).

Le traitement de cet exemple à l'aide du logiciel ADONIS nous permet d'obtenir les paramètres d'une loi de *Weibull* résumés dans le tableau de la figure 7. En évaluant les paramètres obtenus par les 3 méthodes avec ceux de l'essai complet, nous nous apercevons que la méthode proposée est celle qui montre l'erreur relative la plus faible pour l'ensemble des paramètres.

	Éléments (n=6)					
Temps (t _i)	t ₁	t ₂	t ₃	t ₄	t ₅	t ₆
Données pour essai complet	13	22	31	38	50	64
Données pour essai suspendu	13	13	22	38	40	50
Événement (e _i)	e ₁ =D	e ₂ =S	e ₃ =D	e ₄ =D	e ₅ =S	e ₆ =D

Figure 6. Simulation de données pour évaluer les 3 méthodes.

Exemple	Essai complet	Essai suspendu		
	F(t _i) estimée par les rangs médians	Taux de hasard cumulé	Méthode de Johnson	Méthode proposée
Gamma (g)	0,00	0,00	0,00	0,00
Beta (b)	1,84	1,63	1,76	1,85
Eta (h)	42,05	39,20	42,92	41,18

Figure 7. Evaluation des paramètres obtenus à partir des données de la figure 6.

Pour vérifier l'efficacité et la robustesse de la méthode nous avons simulé 4 jeux d'essai récapitulés dans la figure 8. Ces données permettent d'évaluer les 3

méthodes dans différentes conditions. Les TBF grisés représentent les éléments retirés aux temps indiqués dans chaque essai.

La figure 9 résume les paramètres obtenus. Les 3 premiers jeux montrent que la méthode proposée permet d'obtenir des paramètres meilleurs que les méthodes du taux de hasard cumulé et de Johnson. Par contre, la méthode de Johnson s'avère meilleure pour le 4^{ème} jeu.

Jeu n°1	Essai complet	TBF (n=40)	1 ; 1,4 ; 2,4 ; 3,7 ; 5,2 ; 7 ; 9 ; 11 ; 13 ; 16 ; 19 ; 23 ; 25 ; 29 ; 32 ; 37 ; 41 ; 45 ; 51 ; 56 ; 61 ; 68 ; 75 ; 84 ; 92 ; 105 ; 110 ; 120 ; 130 ; 150 ; 170 ; 175 ; 200 ; 220 ; 225 ; 265 ; 285 ; 330 ; 500 ; 680
	Essai suspendu	D (23) S (17)	1 ; 1,4 ; 2,4 ; 3,7 ; 5,2 ; 7 ; 9 ; 11 ; 13 ; 16 ; 19 ; 23 ; 25 ; 41 ; 45 ; 61 ; 68 ; 75 ; 105 ; 120 ; 150 ; 170 ; 175 3 ; 4 ; 8 ; 15 ; 15 ; 20 ; 30 ; 30 ; 50 ; 70 ; 80 ; 80 ; 110 ; 110 ; 160 ; 160 ; 180
Jeu n°2	Essai complet	TBF (n=30)	0,3 ; 0,8 ; 1,2 ; 1,9 ; 2,4 ; 2,9 ; 3,9 ; 4 ; 5 ; 5,4 ; 6 ; 6,8 ; 8 ; 8,8 ; 9,5 ; 10 ; 12 ; 12 ; 14 ; 15 ; 17 ; 19 ; 19 ; 24 ; 24 ; 30 ; 35 ; 35 ; 40 ; 50
	Essai suspendu	D (18) S (12)	0,3 ; 0,8 ; 1,2 ; 1,9 ; 2,4 ; 2,9 ; 4 ; 5 ; 5,4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 14 ; 15 ; 24 ; 24 ; 35 ; 40 1,5 ; 1,5 ; 3 ; 3 ; 3 ; 5,5 ; 8 ; 8 ; 15 ; 15 ; 25 ; 25
Jeu n°3	Essai complet	TBF (n=40)	36 ; 46 ; 53 ; 58 ; 62 ; 70 ; 74 ; 76 ; 79 ; 81 ; 85 ; 85 ; 89 ; 90 ; 93 ; 96 ; 98 ; 100 ; 103 ; 105 ; 107 ; 108 ; 110 ; 112 ; 115 ; 115 ; 120 ; 120 ; 122 ; 125 ; 127 ; 130 ; 132 ; 135 ; 140 ; 143 ; 148 ; 155 ; 165 ; 175
	Essai suspendu	D (24) S (16)	36 ; 46 ; 53 ; 58 ; 62 ; 74 ; 76 ; 79 ; 81 ; 85 ; 85 ; 90 ; 100 ; 103 ; 105 ; 108 ; 110 ; 112 ; 115 ; 115 ; 120 ; 127 ; 130 ; 132 55 ; 55 ; 75 ; 75 ; 80 ; 87 ; 87 ; 95 ; 104 ; 110 ; 110 ; 115 ; 120 ; 120 ; 130 ; 165
Jeu n°4	Essai complet	TBF (n=30)	2,6 ; 3,4 ; 3,9 ; 4,6 ; 5,2 ; 5,7 ; 6,3 ; 6,9 ; 7,5 ; 8 ; 8,7 ; 9,2 ; 10 ; 11 ; 12 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 17 ; 17,5 ; 19 ; 20 ; 23 ; 24 ; 26 ; 29 ; 33 ; 38 ; 48
	Essai suspendu	D (17) S (13)	2,6 ; 3,4 ; 3,9 ; 4,6 ; 5,2 ; 5,7 ; 6,9 ; 7,5 ; 8 ; 8,7 ; 9,2 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 17,5 ; 24 4 ; 4 ; 5,5 ; 7,5 ; 9 ; 10 ; 10 ; 12,5 ; 13 ; 13 ; 18 ; 18 ; 19

Figure 8. Jeux d'essai permettant d'évaluer les 3 méthodes.

		Essai complet	Essai suspendu		
		$F(t_i)$ estimée par les rangs médians	Taux de hasard cumulé	Méthode de Johnson	Méthode proposée
Jeu1	Weibull	Gamma (g)	0,00	0,00	0,00
		Bêta (b)	0,7544	0,7040	0,7358
		Eta (h)	96,1751	101,0904	102,6164
Jeu2	Weibull	Gamma (g)	0,00	0,00	0,00
		Bêta (b)	0,9781	0,8488	0,8762
		Eta (h)	14,5699	17,5683	18,7981
	Expo	Lambda (l)	6,9658	5,5557	4,8885
Jeu3	Weibull	Gamma (g)	0,00	0,00	0,00
		Bêta (b)	3,4770	3,1685	3,3406
		Eta (h)	116,3720	120,7167	120,6369
	Norm	Moyenne (x)	104,5750	91,7500	91,7500
		Ecart type (s)	32,2418	27,3818	27,3818
Jeu4	Weibull	Gamma (g)	2,00	1,60	1,90
		Bêta (b)	1,1838	1,3237	1,2698
		Eta (h)	14,0552	13,0731	13,3134

Figure 9. Paramètres obtenus pour les 4 jeux d'essai.

La figure 10 montre pour le jeu n°1, le traitement graphique à l'aide d'ADONIS de l'essai complet et de l'essai suspendu traité par la méthode proposée. Cette figure montre d'abord les fonctions $F(t_i)$ et $R(t_i)$ expérimentales, ensuite la fonction

$F(t_i)$ linéarisée pour estimer les paramètres du modèle théorique, et enfin les fonctions théoriques $F(t)$, $R(t)$, $f(t)$ et $I(t)$.

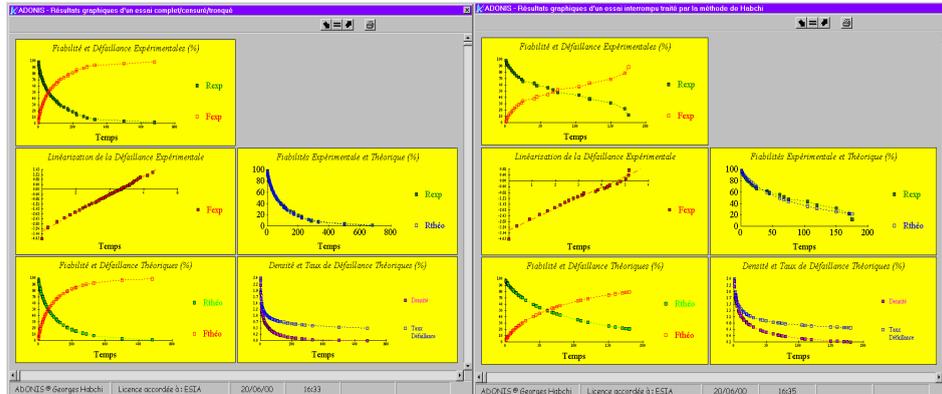


Figure 10. Traitement graphique à l'aide d'ADONIS des données du jeu n°1 (essai complet et méthode proposée).

5. CONCLUSION

Cet article nous a permis de présenter une nouvelle méthode permettant d'abord de traiter des données dans le cas d'un essai suspendu et ensuite d'estimer les paramètres de modèles théoriques pouvant représenter la fonction fiabilité. La méthode proposée s'inscrit dans une démarche globale qui permet de simuler (en cas de manque de données réelles) les données nécessaires à l'évaluation de cette méthode avec les données d'un essai complet et sa comparaison avec les méthodes du taux de hasard cumulé et de Johnson. Les simulations effectuées ont montré que la méthode proposée fournit des résultats meilleurs que les deux autres méthodes existantes dans plus de 80% des cas. Des travaux de recherche sont en cours de réalisation pour améliorer cette méthode et vérifier d'autres méthodes existantes dans ADONIS.

BIBLIOGRAPHIE

[Bracquemond *et al.* 97] A. Bracquemond, G. Celeux, E. Idee, A. Lannoy, S. Muller, M.H. Ravaux. « Effet de données manquantes de retour d'expérience sur l'estimation des paramètres d'une loi de fiabilité ». 2^{ème} Congrès Pluridisciplinaire – Qualité et Sûreté de Fonctionnement, Angers – France, 20-21 mars 1997, pp. 25-31.

[Celeux *et al.* 86] G. Celeux, J. Diebolt. « L'algorithme SEM : un algorithme d'apprentissage probabiliste pour les mélanges de lois de probabilité ». Revue de Statistique Appliquée, vol. 34 (2), 1986, pp. 35-52.

[Hastings *et al.* 97] N. Hastings, H. Bartlett. « Estimating the failure order – number from reliability date with suspended items ». IEEE Transactions on Reliability, vol. 2, June 1997.

[Johnson 64] L.G. Johnson. « The statistical treatment of fatigue experiments ». Elsevier Publishing Co., Amsterdam, London, New York, NY, 1964.

[Lyonnet *et al.* 97] P. Lyonnet, H. Hamdi. « Technique Bayésienne et méthodes probabilistes appliquées aux essais accélérés ». 2^{ème} Congrès Pluridisciplinaire – Qualité et Sûreté de Fonctionnement, Angers – France, 20-21 mars 1997, pp. 217-224.

[Lyonnet *et al.* 99] P. Lyonnet, R. Toscano, H. Hamdi. « Modélisation de la fiabilité dans le cas de données censurées. Utilisation d'une méthode basée sur l'espérance mathématique MEM, comparaison avec la méthode de Johnson MJ et la méthode sensible à l'âge MSA ». Third International Multidisciplinary Conference – Quality and Reliability, Paris – France, 25-26 mars 1999, pp. 91-100.

[Pellegrin 97] C. Pellegrin. « Fondements de la décision de maintenance ». Editions Economica, 1997.

[Vasseur *et al.* 97] D. Vasseur, M.L. Monfort, Q.Y. Zhao, J.C. Ligeron. « Projet ISDF 2/95 : méthodes statistiques d'aide à l'interprétation des indicateurs de sûreté de fonctionnement ». 2^{ème} Congrès Pluridisciplinaire – Qualité et Sûreté de Fonctionnement, Angers – France, 20-21 mars 1997, pp. 413-420.