

LECTURE ET ECRITURE AU CYCLE 3 QUEL TRAVAIL EN MATHÉMATIQUES ? QUEL APPUI POUR L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES ?

Christophe HACHE

Université Paris Diderot

LDAR (EA 4434) UPD URN UA UCP UPEC et IREM de Paris

christophe.hache@univ-paris-diderot.fr

Résumé

Depuis plusieurs années le groupe « Léo, langage, écrit, oral » de l'IREM de Paris mène une réflexion autour des questions relatives au rôle du langage dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Il expérimente diverses modalités de travail en classe en cours de mathématiques au collège (et plus ponctuellement en classe de français) : formulations et reformulations (de définitions du cours, de propriétés du cours, de démonstrations du cours ou de réponses aux exercices), écrits intermédiaires, écriture individuelle et collective, apprentissage de la compréhension de textes, rôle de l'oral... Cette communication a pour but de mettre en perspective ces expérimentations, surtout menées au cycle 4, et les propositions des programmes de cycle 3 en français et en mathématiques.

Le groupe « Léo, langage, écrit, oral » de l'IREM de Paris travaille sur les questions relatives au rôle du langage dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Il expérimente diverses modalités de travail en classe en cours de mathématiques au collège (et plus ponctuellement en classe de français) : formulations et reformulations (de définitions du cours, de propriétés du cours, de démonstrations du cours ou de réponses aux exercices), écrits intermédiaires, écriture individuelle et collective, apprentissage de la compréhension de textes, rôle de l'oral... Nous aborderons ici dans un premier temps certains points des programmes de français du cycle 3 qui font particulièrement écho aux problématiques et expérimentations travaillées par le groupe Léo. Le travail spécifique du groupe sera présenté en seconde partie. Nous concluons en évoquant certains éléments des discussions menées autour du poster¹ liés à des perspectives pour le cycle 3.

I - LES PROGRAMMES DE FRANÇAIS AU CYCLE 3

Nous ne faisons pas une présentation exhaustive et objective des programmes. Nous nous centrons essentiellement sur deux entrées² : l'écriture d'une part, et la lecture et l'apprentissage de la compréhension de texte d'autre part. Cette présentation a pour but à la fois d'éclairer les expérimentations du groupe présentées dans la partie II, et de susciter une prise de recul et un questionnement concernant la prise en compte des problématiques liées à la langue dans l'enseignement des mathématiques : les élèves lisent et écrivent en mathématiques, comment cette dimension de leur activité est-elle travaillée en français ? Peut-elle l'être en mathématiques ? Comment ? Quelles questions le programme de français pose-t-il aux pratiques usuelles en cours de mathématiques ?

1 Enseigner l'écriture

Le programme fixe le cadre que précisent les documents d'accompagnement :

« Au cycle 3, les élèves affirment leur posture d'auteur et sont amenés à réfléchir sur leur intention et sur les différentes stratégies d'écriture. Les situations de réécriture et de révision menées en classe prennent toute leur

¹ Le poster correspondant au présent texte est en annexe (V) et disponible en ligne (Hache, 2017).

² Et nous relevons, dans chaque cas, des points clefs qui seront repris dans la partie II.

place dans les activités proposées. (...) Chaque élève peut ainsi devenir progressivement un acteur conscient et autonome de ses productions » (P 2016³, p110)

Cette idée d'élève en posture d'auteur, acteur conscient et autonome de ses productions, est précisée par les documents ressources.

« Pour pouvoir revenir sur son texte et le réécrire, il faut être capable de réfléchir sur ses productions, de les mettre à distance, de les comparer avec d'autres, d'avoir un regard critique, un véritable regard d'auteur conscient des effets produits, des échecs ou des réussites de son travail » (F3E1 2016, p3)

« La validation des textes par des pairs en présence du scripteur est au moins aussi efficace que l'appréciation par l'enseignant. Si l'élève a éprouvé en tant que lecteur un sentiment positif, il cherchera à le faire éprouver à son tour à ses camarades, ce qui devrait modifier son rapport à l'écriture. Si les moyens utilisés pour obtenir ces effets positifs sont mis en valeur et font l'objet d'une explicitation, l'élève les emploiera avec une réelle intention. Cela peut lui permettre de construire à terme une « posture d'auteur ». Il est donc important que les textes circulent et soient communiqués aux pairs pour qu'ils en éprouvent les effets. (...) Ils construisent ainsi un nouveau rapport à l'écrit, dépassent les premières appréhensions, pour éprouver un plaisir certain à écrire pour être lu » (F3E5 2016, p2)

Un document est consacré à l'importance, dans l'activité d'écriture, du travail de réécriture.

« Concevoir l'écriture comme une compétence qui se construit par l'amélioration des textes et des retours réflexifs sur les productions nécessite de repenser le rôle attribué à la réécriture » (F3E6 2016, p1)

Certains éléments du programme font des liens explicites avec les autres disciplines. Il s'agit ici de sciences expérimentales, mais la situation décrite est comparable à celle de la recherche d'une conjecture, ou de la formulation collective d'une propriété mathématique :

« L'élève doit ici synthétiser ce que la classe doit retenir à l'issue de cette démarche d'investigation. Cet écrit de synthèse peut être individuel. C'est à partir de ce travail que sera établie la synthèse collective validée. Une fois cette synthèse établie, il est important que (le professeur) permette à chaque élève de reformuler, avec ses propres mots et supports, la synthèse collective validée » (F3E2b 2016, p2)

Citons enfin quelques mots sur l'écriture « pour penser » :

« Écrire, c'est, dans certains cas, mettre au travail la pensée, c'est lui permettre de se développer et de s'organiser » (F3E2 2016, p1)

« [L'écriture a] une fonction de communication avec soi-même : écrire mot après mot, phrase après phrase, oblige à préciser sa pensée, à l'affiner, à l'identifier comme sienne pour pouvoir la confronter à celle des autres » (F3E2b 2016, p2)

1 Lecture et compréhension de l'écrit

Pourquoi apprendre à comprendre un texte ?

« La nouveauté de ces programmes réside en grande partie dans l'affirmation de la nécessité d'un enseignement explicite de la compréhension, ce qui implique la mise en place de stratégies identifiées. Au même titre que la lecture, enseignée de façon explicite, la compréhension peut et doit s'enseigner. Lire c'est résoudre des problèmes posés par le texte. Les élèves ont donc besoin de découvrir, d'élaborer et d'expérimenter des stratégies adéquates qu'ils automatiseront par la suite. (...) Quelques principes liminaires : (...) il s'agit avant tout de former des lecteurs fluides et stratèges, ce qui implique de développer en même temps les capacités réflexives d'auto-évaluation, de régulation et les automatismes de la compréhension (...) [C'est un travail qui] suppose un enseignement explicite, structuré et différencié. (...) La compréhension peut se définir comme la capacité à construire, à partir du texte et des connaissances antérieures, une représentation mentale cohérente de la situation évoquée par le texte. Le fait de percevoir et de comprendre les mots et les phrases du texte ne constitue qu'une étape transitoire de ce processus » (F3L1 2016, p1)

³ Les documents officiels sont codés dans le texte (« P 2016 » pour les programmes, « F3E2 2016 », « F3E5 2016 », etc. pour les documents ressources), les références précises sont indiquées en fin de texte (partie IV - 2).

L'enseignement est donc explicite.

« L'enseignement de stratégies passe donc par l'explicitation, la prise de conscience de l'élève et la mise en œuvre délibérée des procédures à travers leur verbalisation, mais aussi la discussion, l'argumentation et le débat. Cela implique également un étayage fort fourni aux élèves. Celui-ci doit les aider à maîtriser progressivement les habiletés visées ; il peut prendre la forme d'aides techniques telles que des supports graphiques, des aides mémoire, des mots-signaux, mais il peut aussi consister en des aides apportées directement par l'enseignant » (F3L4 2016, p2)

La compréhension de texte se joue à plusieurs niveaux (local, au niveau des mots, des phrases, et plus global, construction progressive, et évolutive, d'une représentation mentale de l'ensemble du texte). Le lecteur doit être capable de

« évaluer régulièrement sa compréhension et chercher à remédier aux difficultés qu'il détecte. Son échec cognitif provisoire (lorsqu'il ne comprend pas ce qu'il vient de lire) peut être compensé par une habileté métacognitive : engager des activités stratégiques pour résoudre le problème posé (revenir en arrière, reformuler un passage, chercher à surmonter une incohérence, construire des synthèses intermédiaires, accorder plus d'attention aux parties qui semblent ardues, etc.) » (F3L1, p3)

II - ÉCHOS AVEC LES EXPERIMENTATIONS DE LEO

1 Formulation, reformulation de définitions, de propriétés (et autres)

Une première série d'expérimentation est regroupée sous le titre « formulations et reformulations ». Un document de présentation a été mis en ligne (Hache 2016), pour plus de précision il sera nécessaire de s'y reporter. Ces expérimentations ont pour point commun de faire formuler aux élèves (avec l'enseignant.e), collectivement, les définitions et théorème du cours, et des démonstrations (du cours ou relatives aux exercices), de faire travailler les élèves sur des formulations existantes ou proposées par des pairs. Les modalités de travail sont variées.

L'objectif est à la fois d'obtenir des formulations mieux comprises par les élèves, et, par là même, les objets considérés et leurs propriétés, mais aussi de produire une réflexion sur la nécessité des contraintes de formulation en mathématique (et les libertés : il n'y a pas une seule façon de rédiger la définition du milieu d'un segment par exemple).

2 Compréhension de textes en maths et en français

Une expérimentation a été menée en 6e autour de l'apprentissage de la compréhension de texte⁴. Il s'agissait, en séances d'« aide personnalisée », de faire travailler les élèves sur la lecture de texte en explicitant les processus en jeu dans la compréhension, ceci dans des contextes de mathématiques ou de français.

Le support essentiel était le manuel Lector-Lectrix (Cèbe et Goigoux, 2009). Certains documents du Réseau des observatoires locaux de la lecture⁵ ont aussi été utilisés.

Il s'agissait lors des séances successives d'expliciter par exemple la notion de représentation mentale (se faire un film) et de faire dire aux élèves si ce qu'ils disaient à propos du texte était « dans le texte » (dans une phrase ? Dans plusieurs phrases en faisant des recouvrements ?) ou « dans ma tête » (à partir de quelque chose dans le texte ? Seulement dans ma tête ?). Un travail est fait en prolongement sur la compréhension, mais aussi sur la mémorisation, sur le remplissage d'un tableau à partir des informations d'un texte (texte contenant des données numériques de différents type), sur la confection de graphiques (textes présentant des personnes se déplaçant d'un point à un autre à des vitesses différentes).

Un jeune Égyptien d'Alexandrie
donné contre un paquet de cigarett
à un brocanteur qui depuis s'
volatilisé, le ventilateur détraq
où sa mère cachait les économies

Exemple de texte proposé par
Lector-Lectrix, extrait de Nouvelles
en trois lignes de Félix Fénéon

⁴ Le lecteur pourra se reporter aux documents de travail proposés lors de stages de formation :

http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/articles/documents_du_stage_maths_et_francais_2016-2017

⁵ Roll : <http://roll-descartes.net/>

3 Dictées et phrases du jour

L'objectif est ici également de porter une réflexion sur les pratiques langagières en mathématiques, les formulations, le symbolisme, etc. À partir d'un protocole, « phrases du jour », proposé par Danièle Cogis (Cogis, 2015), nous avons expérimenté⁶ la modalité de travail suivante : l'enseignant dicte une phrase mathématique ; les élèves l'écrivent individuellement, puis se mettent d'accord à deux ou en petits groupes sur une formulation, la séquence se termine par une présentation des productions et une discussion dont le but est de discuter la graphie correcte, d'expliciter les sources d'éventuelles erreurs, d'ambiguïtés, etc. Une fois les élèves habitués à la démarche, le travail peut aussi être fait sous forme de « question flash » en début d'heure (sans la phase intermédiaire en petit groupe). Exemple de phrases dictées :

- « A est le milieu de BC ». Réponse écrite attendue « A est le milieu de $[BC]$ », on pourra faire remarquer qu'il y aurait moins d'implicite avec la phrase dictée « A est le milieu du segment BC », ou « le point A est le milieu du segment BC ».
- « Le double de 7 plus 1 », deux réponses sont acceptables (15, quatorze plus un, ou 16, le double de huit) ce qui permet de discuter, pour l'écriture des calculs, de la nécessité des règles de priorité et du rôle du parenthésage, et d'aborder la question des formulations orales des calculs.
- Ce type d'exercices peut se prolonger sans difficulté avec le calcul algébrique. Une fois l'usage des mots « somme », « produit », etc. stabilisé on peut dicter « le carré de x plus un » (« $x^2 + 1$ » ou « $(x + 1)^2$ » ?) ou demander une façon de formuler oralement « $(3x + 1)^2$ ». Ce type de travail permet de préparer le travail sur la factorisation ou le développement en faisant travailler aux élèves l'identification d'une expression algébrique comme une somme ou comme un produit.

III - CYCLE 3, PERSPECTIVES EN MATHÉMATIQUES

Dans la première partie du cycle 3 il est intéressant de souligner que les enseignements de français et de mathématiques sont assurés par la même personne. Le levier interdisciplinaire est donc plus directement mobilisable. On a vu aussi que certains dispositifs existant en 6e facilitent un travail commun mathématiques - français (cf. II - 2).

Certains des travaux présentés ci-dessus sont spécifiques du cycle 4 : la preuve (raisonnement hypothéco-déductif), le statut des définitions (caractérisations mathématiques) et des propriétés donnent au travail sur la langue un aspect particulier (formulation à l'aide de la langue naturelle de propriétés formelles⁷).

Le travail réflexif et collectif sur la langue, qui caractérise les expérimentations décrites ci-dessus (cf. II), doit cependant être initié très tôt en français (cf. I), mais aussi en mathématiques. Au-delà de celles décrites ci-dessus, les discussions autour du poster ont permis d'évoquer certaines situations classiques qui peuvent donner lieu à ce type de travail : situation de figure téléphonée et de programme de construction peuvent être l'occasion de débats sur l'efficacité (ou l'ambiguïté) de certaines formulations ou notations, pouvant aller jusqu'au travail explicite sur un langage technique géométrique (voir Petitfour, 2015) ; on peut aussi imaginer un travail riche sur les formulations des algorithmes de calculs correspondant aux quatre opérations par exemple.

IV - REFERENCES

1 Bibliographie

- CEBE S. et GOIGOUX R. (2009) *Lector & Lectrix, Apprendre à comprendre des textes narratifs - CMI - CM2 - 6e - Segpa*, Retz édition. Introduction disponible en ligne : <http://extranet.editis.com/it-yonixweb/images/322/art/doc/a/a3b590826a16e735313537313331353037393337.pdf>
- COGIS D. (2005). *Pour enseigner et apprendre l'orthographe*, Delagrave

⁶ Là aussi un document élaboré dans le cadre de formations est en ligne :

<http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/Leo-Phrase%20du%20jour-201701.pdf>

⁷ Voir par exemple Hache 2013 et Hache et Mesnil 2017. Voir aussi le document d'accompagnement M4MML 2016.

HACHE C. (2013), Langage mathématique à la transition primaire / collège, in *Actes du 39^e colloque de la Copirelem, juin 2012*, pp 452-463, Copirelem, Quimper
<http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/87/01/11/PDF/CH-Quimper-jun2012-Texte-6.pdf>

HACHE C. (Coord.) (2016) *Formuler, reformuler*, IREM de Paris, document en ligne
<http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/Leo-FP-Reformulation.pdf>

HACHE C. (2017) *Lecture et écriture au cycle 3. Quel travail en mathématiques ? Quel appui pour l'apprentissage des mathématiques ?* Poster au colloque Copirelem, juin 2017
<http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/Leo-201706-Poster-Copirelem.pdf>

HACHE C. et MESNIL Z. (2017) Pratiques langagières et preuves, in *Actes du 22^e colloque de la CORFEM, juin 2015*, Nîmes <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01285116v1>

PETITFOUR E. (2015) Enseignement de la géométrie à des élèves dyspraxiques visuospatiaux inclus en classe ordinaire, *Recherches en éducation*, **23**,
<http://www.recherches-en-education.net/IMG/pdf/REE-no23.pdf>

2 Documents officiels

[P 2016] *Programmes pour les cycles 2, 3 et 4*, bulletin officiel de l'éducation nationale, numéro spécial n°11 du 26 novembre 2015. http://cache.media.education.gouv.fr/file/MEN_SPE_11/01/9/2015_collegeprogramme_28-7_614019.pdf

[F3E1 2016] *Enseigner l'écriture, quelques principes*. Eduscol, mars 2016.
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ecriture/06/6/1_RA_C3_Francais_Ecriture_Quelques_principes_591066.pdf

[F3E2 2016] *Enseigner l'écriture au cycle 3, recourir à l'écriture pour réfléchir et pour apprendre : les écrits de travail*. Eduscol, mars 2016.
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ecriture/06/9/2_RA_C3_Francais_Ecriture_ECRITS_DE_TRAVAIL_591069.pdf

[F3E2b 2016] *Enseigner l'écriture au cycle 3, recourir à l'écriture pour réfléchir et pour apprendre : les écrits de travail. Des écrits qui rythment la démarche d'investigation*. Eduscol, mars 2016.
http://cache.media.education.gouv.fr/file/Ecriture/08/1/8_RA_C3_Francais_Ecriture_Investigation_591081.pdf

[F3E3 2016] *Enseigner l'écriture au cycle 3, un entraînement régulier*. Eduscol, mars 2016.
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ecriture/08/7/11_RA_C3_Francais_Ecriture_GAMMES_591087.pdf

[F3E5 2016] *Enseigner l'écriture au cycle 3, évaluer autrement les écrits scolaires*. Eduscol, mars 2016.
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ecriture/09/7/15_RA_C3_Francais_Ecriture_EVALUER_591097.pdf

[F3E6 2016] *Enseigner l'écriture au cycle 3, réécrire : principes et tactiques*. Eduscol, mars 2016.
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ecriture/10/3/18_RA_C3_Francais_Ecriture_REECRIRE_591103.pdf

[F3E7 2016] *Enseigner l'écriture au cycle 3, prendre en compte les normes de l'écrit*. Eduscol, mars 2016.
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ecriture/93/8/17_RA_C3_Francais_Ecriture_norme_ecrit_591938.pdf

[F3L1 2016] *Lecture et compréhension de l'écrit au cycle 3 : enjeux et problématiques. Pourquoi enseigner la compréhension ?* Eduscol, mars 2016.
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Lecture_Comprehension_ecrit/86/3/RA16_C3_FRA_01_lect_enj_ens_N.D_612863.pdf

[F3L4 2016] *Lecture et compréhension de l'écrit au cycle 3 : comprendre différents types de textes. Les stratégies de compréhension*. Eduscol, mars 2016.
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Lecture_Comprehension_ecrit/87/6/RA16_C3_FRA_04_lect_comp_strat_N.D_612876.pdf

[M4MML 2016] *Mathématiques et maîtrise de la langue*. Eduscol, mars 2016.
http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources_transversales/99/6/RA16_C3C4_MATH_math_maitr_lang_N.D_600996.pdf

V - ANNEXE, LE POSTER PRESENTE

Lien dans la bibliographie (Hache 2017).



Des écrits pour réfléchir

Écrire, c'est, dans certains cas, mettre au travail la pensée, c'est lui permettre de se développer et de s'organiser. En sciences, à partir de questions plus ou moins productives...

Lecture et écriture au cycle 3
Accompagnement des programmes de Français



Ressources d'accompagnement du programme de français : enseigner l'écriture au cycle 3

Quelques principes

Au cycle 3, le fait que les élèves ne maîtrisent pas parfaitement les usages et les normes de la langue écrite ne doit pas empêcher un exercice quotidien de l'écriture...

Des outils pour la classe

- Une séance d'écriture pour réfléchir et avoir mémorisé
• Une séance d'écriture pour réfléchir et avoir mémorisé
• Une séance d'écriture pour réfléchir et avoir mémorisé...

Ressources d'accompagnement du programme de français au cycle 3 - Lecture et compréhension de l'écrit

Le modèle de l'atelier : écrire, échanger, comparer, dialoguer...

D'un part, l'activité d'écriture ne saurait être réduite à une évaluation, d'autre part c'est la classe toute entière qui est un lieu d'échange et d'apprentissage.

Construire une approche réflexive de ses propres écrits

Les tentatives pour faire réviser aux élèves leurs propres écrits s'avèrent efficaces et peu coûteuses. La réécriture est ainsi davantage un but à atteindre, une exigence à construire...

Certaines contraintes formelles permettent avant tout de s'animer tout en développant l'attention à la langue, en particulier la vigilance orthographique.

La validation des textes par des pairs en présence du professeur est au moins aussi efficace que l'appréciation par l'enseignant.

Plus largement, et en insérant la révision dans un processus dynamique qui prévoit des phases de réécriture, la confrontation des écrits des élèves avec des textes proposant des caractéristiques similaires à celles visées par la consigne d'écriture leur permet d'y trouver des réponses aux problèmes d'écriture qu'ils ont pu rencontrer.

L'évaluation positive. La mise en valeur des effets produits par les textes et des moyens pour les obtenir permet aux élèves d'oser écrire, les autorise à se tromper sans être stigmatisés et à recommencer en utilisant les procédés pointer, jusqu'à ce qu'ils réussissent.



Quel travail en mathématiques ?
Quel appui pour l'apprentissage des mathématiques ?

Formulations / reformulations de définitions, de propriétés (ici en 6e)
Mise en commun de formulations individuelles après une activité « boîte noire » en géométrie dynamique et avant discussion - modification, et choix d'une formulation pour le cours (ou plusieurs)
1. C'est une droite qui passe par le milieu du segment.
2. La médiatrice est une droite passant par une autre droite perpendiculaire et qui a un milieu identique...

Compréhension de texte en maths et en français (sur la base de Lector & Lectrix, ici AP 6e)
Plage Sainte-Anne (Finistère), deux baigneurs se noyaient. Un touriste s'élança. De sorte que M. Etienne dut sauver trois personnes.
Mon frère a deux ans de plus que moi. Combien d'années de plus que moi aura-t-il dans 15 ans ?
Trop pressé de rejoindre son père, Pierre Colmar, Sans, quitta sa maman et voulut traverser la rue. Un tramway l'écrasa.
Jean a enlevé 5 images de sa poche. Il lui en reste maintenant 3.

Formulations / reformulations du cycle 3 au cycle 4
Les exercices de formulations et de reformulations collectives ont des formes variées autour du principe suivant : chaque élève essaye de formuler la définition ou la propriété dont il est question, un travail collectif est ensuite mené (en groupe, ou en classe entière, ou en groupe puis en classe entière) menant à une ou plusieurs formulations validées par tous (y compris l'enseignant).

Dictées, phrase du jour, phrase ambiguë
« Pour faire évoluer les conceptions des élèves, il faut tout d'abord les faire émerger, puis les mettre en travail, comme on le dit d'un matériau qui travaille. L'activité se décline en deux modalités : la phrase dictée du jour et la phrase donnée du jour. La différence entre ces intitulés donne une première indication : dans le premier cas, on part des graphies des élèves, dans le second de la norme.

Dans le coin en bas à gauche
De nombreuses autres modalités de travail pourraient être évoquées ici (et ne le sont pas faute de place) :
• Narration de recherche
• Bilan de savoir (écrits, en mp3 ou en vidéo)
• Oulipo

Calcul mental (diagramme) :
• La somme de 21 et de 15
• Le produit de 4 par 16
• Le carré de 7
• Le double de 29
• Le double de 7 plus 1
Proposer une phrase correspondant à chacune des expressions suivantes, en utilisant les mots somme, différence, produit, quotient :
7 + 5
7 x 5
7 + 5
7 x 3 + 2
7 x (3 + 2)
Librement inspiré de « La phrase du jour » (ci-dessus)
• Dictée géométriques : discussion et travail sur la nécessité de normes de formulation, et sur les normes usuelles.