HAL open science

Décrire les activités des élèves en géométrie et leur articulation avec celle de l'enseignant

Thomas Barrier, Aurélie Chesnais, Christophe Hache

To cite this version:

Thomas Barrier, Aurélie Chesnais, Christophe Hache. Décrire les activités des élèves en géométrie et leur articulation avec celle de l'enseignant. Spirale - Revue de Recherches en Éducation , 2014, 54, pp.175 - 193. hal-01646985

HAL Id: hal-01646985

https://hal.science/hal-01646985v1

Submitted on 28 Nov 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thomas BARRIER
Aurélie CHESNAIS
Christophe HACHE

DÉCRIRE LES ACTIVITÉS DES ÉLÈVES EN GÉOMÉTRIE ET LEUR ARTICULATION AVEC CELLE DE L'ENSEIGNANT

Résumé : L'objectif de cet article est de présenter et de mettre à l'épreuve des outils méthodologiques visant à décrire les activités des élèves ainsi que leur articulation avec celle de l'enseignant dans un contexte scolaire de séances de géométrie. Nous nous appuyons sur des analyses logiques élémentaires des concepts mathématiques afin d'anticiper les possibles concernant le nombre et la nature des objets en jeu dans les activités des élèves. Ces analyses nous servent ensuite à structurer de manière homogène chacun des trois observables retenus, liés chacun à un aspect de l'activité (matériel, visuel et langagier). Nous nous intéressons dans un premier exemple aux relations intrasubjectives entre ces trois différents aspects pour un même élève en cours d'apprentissage puis, dans un second, aux relations intersubjectives entre les activités de deux enseignantes et celles de leurs élèves.

Mots-clefs : géométrie, langage, regard, instrument, symétrie, droites perpendiculaires, logique, activité.

ACTIVITÉS DES ÉLÈVES, ARTICULATION AVEC CELLE DE L'ENSEIGNANT : POURQUOI ET COMMENT LES DÉCRIRE (EN GÉOMÉTRIE) ?

Les activités des élèves en mathématiques prennent des formes sensibles ou sémiotiques diverses : gestes, regards, langage, actions *etc*. Comment décrire ces activités en tenant compte de cette diversité ? Comment appréhender leurs articulations avec celles de l'enseignant ? Ces questions sont fondamentales pour avancer dans la compréhension des phénomènes d'enseignement et d'apprentissage, notamment dans le contexte de séances ordinaires en mathématiques. L'objectif de cet article est de présenter et de mettre à l'épreuve des outils méthodologiques dont la finalité est d'apporter des éléments de réponse à ces questions (pour des séances de géométrie).

Dans ce texte, le recours à la notion d'activité est pour nous un moyen de rendre compte de la cohérence, au niveau individuel, psychologique, des divers canaux par lesquels la pensée se donne à voir. Ce recours est donc issu d'un besoin pratique ponctuel, plus que d'une volonté d'ancrer notre recherche dans un cadre théorique spécifique comme celui de la théorie de l'activité. Signalons que si nous postulons l'existence d'une forme de cohérence psychologique que nous désignons par le terme *activité*, cela ne signifie pas pour autant que les diverses facettes des activités des élèves soient à tout instant épistémologiquement cohérentes, c'est-à-dire cohérentes du point de vue des savoirs, des objets mathématiques impliqués. Une des fonctions des outils présentés dans ce texte est précisément d'avoir accès à ces diverses facettes, *via* des observables *ad hoc*, dans la perspective de saisir le mouvement dialectique de leur évolution vers une nouvelle

unité psychologique au cours des apprentissages – une perspective signalée par Radford (2013). En ce qui concerne spécifiquement la géométrie, certaines recherches se sont déjà penchées sur les rapports entretenus entre le regard porté par les élèves sur les figures, leur utilisation des instruments (Duval & Godin 2005, Perrin-Glorian *et al*. 2013) et le langage (Duval 2005). Ce texte s'inscrit dans le prolongement de ces travaux. Son originalité réside dans l'attention particulière que nous portons sur les activités effectives des élèves (et de l'enseignant), et dans le développement d'outils méthodologiques adaptés. Il s'agit également, sous l'hypothèse d'un lien entre activité et apprentissage, entre activité de l'enseignant (inscrite dans des pratiques) et activités des élèves, de contribuer à se donner les moyens d'étudier l'influence des pratiques enseignantes sur les apprentissages des élèves (Robert 2008).

Le contexte de la géométrie euclidienne scolaire invite à porter une attention spécifique aux relations entre perception et verbalisation. Prenons l'exemple du langage ordinaire, pour profiter d'un effet de contraste. Selon Searle (2012, p. 232)[1], notre appareil perceptif nous conduit à traiter « les entités discrètes de l'espace-temps » comme « des unités singulières ». Sur le plan du langage, cela se traduit par la présence de syntagmes nominaux ayant pour référence ces objets « phénoménologiquement saillants ». En français par exemple, nous disons « c'est un arbre », plutôt que « ça arborise ». En d'autres termes, certains objets s'imposent à nous, et à notre langage, via la perception. La situation est néanmoins sensiblement différente dans le cas des mathématiques et particulièrement complexe en ce qui concerne la géométrie scolaire. Du point de vue de la perception, les objets de dimension inférieure se construisent à partir de ceux de dimension supérieure (solide → surface → ligne → point) par un processus peu naturel de déconstruction dimensionnelle des formes (Duval 2005). Ce mouvement s'oppose au fonctionnement cognitif ordinaire de la visualisation qui favorise les objets de dimension supérieure (nous voyons l'arbre plutôt l'enveloppe de l'arbre). Du point de vue du discours géométrique, l'analyse d'une figure de dimension donnée passe par des verbalisations mettant en relation des sous éléments de dimension inférieure. Il faut donc aller contre le mouvement spontané et ascendant de la visualisation pour parvenir à articuler perception et discours géométrique Duval (2005, p. 46). Nos outils de description visent à tenir compte de la complexité de cette situation, tout en se confrontant à des activités effectives.

Dans le prolongement des travaux de Durand-Guerrier (2013), nous considérons l'analyse logique des concepts mathématiques comme un moyen pour anticiper des possibles concernant le nombre et la nature des objets mis en jeu dans les activités des élèves en général, et dans la structuration des aspects langagiers en particulier (Barrier *et al*. 2013) : quels sont les objets susceptibles d'être convoqués ? Quelles propriétés, quelles relations ? Pour quelles formulations ? Précisons que les analyses logiques sur lesquelles reposent nos descriptions sont élémentaires. Elles consistent essentiellement, pour chaque formalisation des concepts mathématiques que nous retenons, en un repérage de l'arité des prédicats (nombre d'objets) et de la nature des objets (points, lignes ou surfaces). L'étape suivante consiste, en appui sur ces analyses, à décliner la manière dont les différents arrière-plans logiques identifiés peuvent donner lieu à des activités différenciées selon plusieurs observables : le voir, le dire et le faire (sans hiérarchie). Ce deuxième temps consiste donc en une "opérationnalisation" de la notion d'activité. Nous nous intéressons alors spécifiquement aux phénomènes cognitifs qui se si-

[11] Traduction en français d'un texte de 2006.

tuent dans l'interaction du sujet avec son environnement. Le choix des observables, nécessairement réducteur, sappuie sur l'idée que l'activité géométrique, à l'instar de toute activité humaine, relève de façon indissociable d'une dimension corporelle et sensitive (perception, toucher, manipulation d'artefacts *etc*.) et d'une dimension sémiotique (langagière en particulier), caractérisant une certaine manière de penser le monde, un agir-parler-penser au sens de Jaubert *et al*. (2003). L'importance du *voir* a été particulièrement souligné par Duval & Godin (2005) ; nous l'abordons en étudiant, lorsque c'est possible (ce qui n'est pas sans poser des difficultés d'ordre méthodologique), les mouvements oculaires ou encore les gestes ostensifs (typiquement, lorsqu'un élève pointe du doigt tel ou tel objet). Au niveau du *faire*, nous nous concentrons en particulier sur la manipulation et le choix des instruments dont Perrin-Glorian *et al*. (2013) ont montré l'importance dans le contexte des tracés géométriques. Le *dire* des élèves et de l'enseignant est quant à lui abordé en s'intéressant d'une part aux déictiques – l'activité langagière est essentiellement orale dans les corpus que nous analysons dans cet article – et à ce qu'ils nous disent des objets en jeu dans les activités, d'autre part aux formulations des propriétés et relations géométriques. Signalons enfin que nous nous intéressons à l'activité de l'enseignant, non pour elle-même, mais du point de vue de son articulation avec celle des élèves. Nous étudions également cette articulation selon les trois observables évoqués ci-dessus.

La suite de l'article est organisée en deux parties, relativement indépendantes. La première s'intéresse spécifiquement aux activités d'élèves de CM2 dans le contexte d'une séance ayant trait à la notion de droites perpendiculaires. Il s'agit de donner à voir le fonctionnement de nos outils méthodologiques, de montrer la manière dont ils permettent de décrire (certains aspects de) l'activité des élèves. La deuxième partie aborde le thème de l'articulation des activités des élèves avec celle de l'enseignant, à partir d'une analyse comparée de deux séances portant sur un même contenu mathématique (la symétrie axiale), menées par deux enseignantes différentes dans des classes de sixième.

DÉCRIRE L'ACTIVITÉ DES ÉLÈVES : UNE SÉANCE EN CM2

Méthodologie de description

Notre observation de l'activité géométrique repose sur trois aspects solidaires : un aspect matériel (ce qui est fait), un aspect visuel (ce qui est regardé) et un aspect langagier (ce qui est prononcé, dit, mais aussi, le cas échéant, ce qui est écrit). Pour nous, réaliser une action matérielle, éventuellement instrumentée, produire des signes verbaux ou graphiques ou porter un regard particulier sur une figure relèvent d'un acte de pensée générateur de significations. La difficulté que nous proposons d'explorer ici est d'en saisir la complexité et la cohérence. Nous cherchons à décrire la manière dont les différentes facettes de l'activité s'organisent au sein d'une même entité, et la façon dont les observations liées à chaque dimension peuvent enrichir l'ensemble. La séance dont sont issues les observations ci-dessous est la première de dix séances de géométrie mises en place dans le cadre d'un travail collaboratif à l'IUFM Nord–Pas-de-Calais impliquant plusieurs formateurs, dont une enseignante de CM2 (Barrier *et al*. 2014). Les trois premières séances visent à travailler la relation entre angle droit et droites perpendiculaires.

À l'école, l'angle droit est le plus souvent introduit comme un secteur angulaire particulier, c'est-à-dire un élément de surface vérifiant une propriété spécifique. Par exemple, vérifier si un angle est droit consiste dans de nombreuses tâches à vérifier si un gabarit d'angle droit donné (équerre ou autre) se superpose ou non avec le secteur angulaire concerné. En cas de superposition, l'objet secteur angulaire est qualifié d'angle droit. Le concept d'angle droit s'analyse comme une propriété d'objet : sur le plan logique, on dira que le prédicat « être droit » s'applique à l'objet considéré. Le concept de droites perpendiculaires quant à lui met en jeu des objets différents en nature et en nombre. L'utilisation de la notion de perpendicularité nécessitant en effet l'identification d'une relation particulière entre deux objets rectilignes. Le concept de droites perpendiculaires s'analyse donc comme une relation binaire entre deux objets. Nous pouvons remarquer ici que si la notion de droites perpendiculaires est une relation symétrique (les deux objets en jeu jouent des rôles interchangeables), il n'en sera pas toujours de même lors de l'utilisation de cette notion (par exemple lors du tracé d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée : les deux droites n'ont pas le même rôle). Il s'agit maintenant de montrer comment cette distinction entre propriété unaire et relation binaire permet de se doter d'un arrière-plan unificateur dans l'analyse des trois dimensions retenues pour la description de l'activité géométrique des élèves dans le contexte du passage du concept d'angle droit à celui de droites perpendiculaires.

Commençons par analyser la dimension matérielle. Contrôler si un angle est droit consiste, dans une approche instrumentée, à superposer un gabarit d'angle droit avec le secteur angulaire concerné. Le geste associé consiste essentiellement en un mouvement. Du point de vue du tracé, la situation est similaire. Prenons l'exemple d'un carré à compléter à partir d'un côté donné. Le geste consiste à positionner le gabarit ou l'équerre le long du segment de manière à ce que le sommet de l'angle droit du gabarit coïncide avec l'extrémité du côté. Cette superposition peut se faire en un unique mouvement dans la mesure où l'amorce est d'un seul tenant, connexe. Par contre, lors d'un tracé d'une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point extérieur à cette droite, le geste du tracé est soumis à deux contraintes spatialement distinctes. Leur prise en compte est successive dans le positionnement du gabarit. Le mouvement consiste le plus souvent à commencer par positionner le côté du gabarit le long de la droite donnée pour ensuite ajuster le second côté de l'angle droit du gabarit pour qu'il se positionne au niveau du point extérieur à la droite. Les deux contraintes sont bien distinctes dans la mesure où elles mettent en jeu deux éléments spatialement différenciés de l'instrument. La distinction logique entre propriété (relation unaire) et relation binaire s'exprime ici à travers le nombre de contraintes matérielles pesant sur l'utilisation de l'instrument. Sur le plan méthodologique, notre observation de l'activité géométrique passe par la recherche du nombre de contraintes prises en considération par les élèves dans leurs actions matérielles.

Nous nous intéressons maintenant à la dimension verbale de l'activité. La verbalisation d'une propriété d'objet (ici « être droit ») nécessite, outre la disponibilité d'au moins une formulation pour la propriété, la présence dans le langage d'un nom d'objet, dont la référence pourra ou non être qualifiée d'angle droit. Ce nom d'objet peut être partiellement décontextualisé, si l'on se donne des moyens de désignation par exemple en utilisant un codage ou un vocabulaire spécifique (« les angles d'un carré sont des angles droits », « dans le quadrilatère A B C D, l'angle A B C est droit », « dans le quadrilatère A B C D, l'angle A est droit »), ou au contraire très fortement lié au contexte spécifique d'énonciation, si l'on a re-

cours à des déictiques (démonstratifs, adverbes de lieu, articles définis : « cet angle est droit » ; « ici, c'est un angle droit », « l'angle droit »). Les verbalisations étudiées ici étant presque exclusivement orales, résultant le plus souvent d'interpellations spontanées par les expérimentateurs ou par l'enseignante et d'échanges au sein de groupes d'élèves, on peut s'attendre à un recours important à ce deuxième type de désignation[2]. Le point de vue des droites perpendiculaires[3] nécessite pour sa part le recours à deux noms d'objets afin de verbaliser une relation distinguant explicitement chacune des droites en jeu. Comme pour la verbalisation des angles droits, les noms d'objets peuvent relever d'unités linguistiques de natures grammaticales diverses. Dans les analyses qui suivent, nous cherchons à identifier la nature et le nombre des objets faisant partie du domaine d'interprétation du langage verbal des élèves en nous appuyant sur les désignations utilisées, notamment les déictiques. Sur le plan méthodologique, cela suppose d'accompagner les transcriptions d'éléments de contexte, notamment de vidéos ou de photos afin d'être en mesure d'en interpréter le sens. De la même manière que les objets mathématiques peuvent être des appuis pour l'action matérielle (générant une ou deux contraintes), ils peuvent aussi être des références pour l'activité verbale des élèves.

Sur le plan de la dimension visuelle, le concept d'angle droit fait référence à des éléments de surface (2D), qui sont vus comme tels. Le passage aux droites perpendiculaires nécessite une domestication des sens, pour reprendre une expression de Radford (2013), une éducation vers un regard plus théorique consistant à appréhender les formes 2D à partir de sous éléments 1D ou 0D (et réciproquement à voir un regroupement d'éléments 0D ou 1D comme une forme 2D). Il s'agit cette fois de concevoir la relation des élèves aux objets mathématiques par le canal visuel, en s'interrogeant sur le support du regard géométrique en construction, comme nous proposons de le faire pour les autres aspects de l'activité géométrique. Les observables sont cette fois les mouvements oculaires des élèves et mouvements de tête souvent associés, et d'une manière plus large, l'ensemble des gestes ostensifs.

Tâches et déroulements

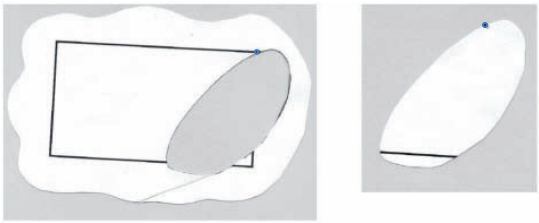


Figure 1[4] le rectangle à « terminer »

[2] Signalons au passage qu'il s'agit souvent de verbalisations *a posteriori*, de reconstructions rationnelles ayant fonction d'explication, plutôt que de verbalisations ayant pour but de résoudre une tâche.

[3] Nous parlons ici de deux droites perpendiculaires. Nous ne distinguerons pas les droites tracées des droites à tracer (passant par un point donné par exemple). Les droites et les segments étant classiquement représentés par des traits, les observations de phases de tracés ne distingueront pas droites et segments (mis à part lors des verbalisations le cas échéant).

[4] Lorsqu'elles n'étaient pas suffisamment nettes, nous nous sommes parfois autorisés à retoucher certaines figures et photos (accentuation de points ou de traits).

La partie droite de la figure 1 (constituée d'un segment et d'un point en haut de la pièce) est distribuée aux élèves, par binôme. L'autre partie du rectangle (figure 1, à gauche) est aimantée au tableau. La pièce à disposition des élèves en est issue par découpage. Sur cette pièce, un des deux côtés du rectangle a été effacé à l'exception de son extrémité qui est aussi le sommet du rectangle. Les élèves ont pour tâche de retracer le côté manquant[5]. Ils ont à disposition des règles, des équerres et des gabarits de diverses formes, dont des gabarits d'angle droit. L'exercice est répété trois fois (tâches 1, 2 et 3) en variant la forme de la pièce découpée (elle est de plus en plus allongée) et la taille des équerres ou gabarits (plus grands au début, plus petits ensuite). La figure 1 correspond à un découpage issu de la tâche 1. À partir de la deuxième tâche, les élèves ne peuvent plus (pour des questions de taille) poser l'équerre ou le gabarit en contact simultané avec le point et le segment, ils doivent manipuler plusieurs outils. Voici un exemple de découpage pour la tâche 2 (figure 2).

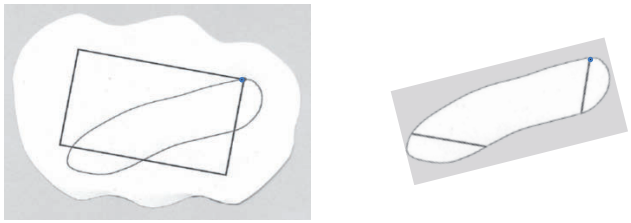


Figure 2 tâche 2

Pour chacune des tâches, une phase de recherche en binôme est suivie d'une mise en commun, au cours de laquelle les élèves viennent valider leur tracé par superposition avec la pièce aimantée au tableau, et présenter leur procédure. En lien avec l'analyse logique ci-dessus, nous nous concentrons sur la question suivante : les élèves prennent-ils en compte une ou deux des contraintes en jeu, comment cela se traduit-il du point de vue du langage oral, au niveau instrumental et visuel ?

Nous décrivons a priori deux procédures qui nous semblent archétypales : la première consiste à poser une équerre ou un gabarit d'angle droit au jugé sur le point isolé (représentant un sommet du rectangle) dans une position approximative pour reconstituer le coin manquant du rectangle puis à tracer le morceau de côté manquant (figure 3). La seconde (la procédure attendue) consiste à poser une équerre ou un gabarit de façon à ce qu'un côté de l'angle droit se superpose au segment et que le second côté passe sur le point isolé puis à tracer le segment manquant (figure 4).

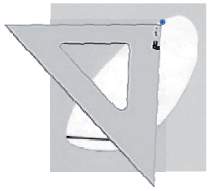


Figure 3

Figure 4

[5] La consigne donnée à l'orale par l'enseignante est : « vous avez un rectangle qui n'est pas terminé, et c'est à vous de terminer le rectangle ».

Nous proposons dans ce qui suit une analyse des activités des élèves de deux binômes. Pour le premier, nous nous intéressons aux trois tâches successives, pour le second, plus rapidement, à la troisième tâche.

1er binôme, 1ère tâche

Photo 1

L'élève au premier plan commence par poser le gabarit sur la pièce découpée en mettant le sommet de l'angle droit sur le point isolé (photo 1). Toujours depuis son bureau, elle essaye ensuite de superposer visuellement cet ensemble au trou de la figure qui est au tableau. Ce geste de superposition à distance sera reproduit plus tard par l'autre élève du binôme, pour validation d'un tracé. Les deux élèves ont donc bien compris le lien entre leur tracé et le contexte global (compléter un rectangle).

L'élève au premier plan trace ensuite un segment, avec le même type de positionnement du gabarit. Sa main gauche, qui tient le papier, masque le segment déjà tracé sur la pièce élève. Par ailleurs, le gabarit qu'elle utilise est trop petit pour pouvoir être positionné en contact avec à la fois le segment et le point. Lors d'un échange avec son binôme, juste après le tracé, elle désigne le point isolé et fait un mouvement rectiligne suivant le segment qu'elle a tracé, son autre main cache à nouveau l'autre segment (photo 2).

Photo 2

Lors de la mise en commun, c'est cette même élève qui explique la procédure utilisée : « au début on a cru qu'il fallait faire tout droit (...) et après on a posé l'équerre la pointe vers le point et après on a tracé ». On constate donc une grande cohérence entre les dimensions visuelles, verbales et instrumentales dans son activité : le segment donné n'est jamais considéré. La notion de droites perpendiculaires comme relation entre deux objets semble absente, l'attention des élèves est focalisée sur un unique objet (le point isolé, qui est aussi sommet d'un angle droit).

1er binôme, 2e et 3e tâche

La deuxième tâche a lieu après une mise en commun concernant la première tâche. Lors de cette mise en commun, certains binômes d'élèves présentent la procédure attendue par l'enseignante (équerre posée de façon à ce qu'un côté de

l'angle droit se superpose au segment et que le second côté passe sur le point isolé, voir analyse *a priori*). Lors de la mise en commun, le binôme suivi a superposé sa pièce dans le trou du rectangle figurant tableau. Il a constaté que le segment tracé ne complétait pas le rectangle. Au début de la seconde tâche, la même élève regarde alternativement la pièce découpée (notamment le point, photo 3) et le tableau (photo 4), positionne cette pièce de façon à ce que son orientation corresponde à celle du rectangle au tableau. Elle regarde alors très nettement le segment initialement donné (photo 5).

Photo 3 – vers le point

Photo 4 – vers le tableau

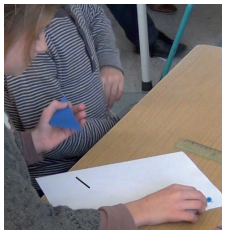


Photo 5 – vers le segment

Quelques instants plus tard, un échange a lieu entre les deux élèves du binôme : l'élève désigne le segment (photo 6), l'autre le point (photo 7). On observe donc ici une prise en compte très nette des deux objets.

Photo 6 – désignation du segment

Photo 7 – désignation du point

Le premier geste lié à un tracé se fait avec une règle (photo 8). L'élève au premier plan regarde alternativement le tableau et la feuille. Elle regarde clairement le segment, tout en soulevant son bras (photo 8). Cette approche à la règle ne débouche sur aucun tracé effectif. Pour autant, plusieurs tracés seront finalement produits (et gommés pour certains d'entre eux). Ils sont faits avec la même procédure que lors de la tâche 1. L'équerre est positionnée avec son angle droit sur le sommet isolé (le segment donné est souvent caché par le bras, photo 9). Cette procédure s'accompagne d'un contrôle visuel par « superposition » avec le rectangle du tableau (photo 10).

Photo 8 – 1er geste

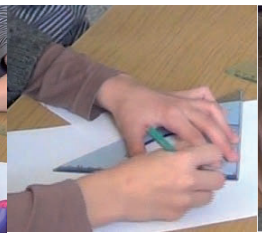


Photo 9 – équerre

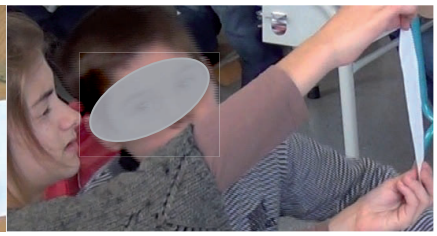


Photo 10 – contrôle visuel

Un tracé correct est finalement produit lors de la mise en commun autour de cette deuxième tâche. Le binôme s'inspire d'une procédure préalablement présentée par un autre binôme au cours de cette même mise en commun, laquelle consiste à se servir de la feuille A3 présente sur le bureau comme un gabarit d'angle droit de très grande taille. Notons que lors de la mise en commun autour de la première tâche, certains binômes avaient présenté une procédure similaire, *i.e.* prenant en compte les deux contraintes. Pour autant, le binôme que nous suivons ici ne l'avait pas pour autant reprise à son compte. Le fait d'assister à la première mise en commun (entendre dire, voir faire) a néanmoins visiblement déclenché la première phase du travail (attention portée aux deux contraintes) et cette première phase du travail (improductive à court terme) a peut-être préparé l'appropriation de la procédure des autres élèves pendant la mise en commun relative à la seconde tâche (ou en tout cas la capacité à en reproduire les gestes). Il n'y a pas de verbalisation de la part du binôme lors du passage au tableau, la procédure ayant déjà été expliquée par d'autres. On ne peut pas savoir ici si les deux élèves sont ou non capables d'expliciter leur procédure, ce qui suppose notamment le recours à deux unités linguistiques pour nommer chacun des objets. Quoi qu'il en soit, la prise en compte des deux contraintes ne va toujours pas de soi lors de la 3e tâche. Le binôme ne propose aucun tracé[6]. À la demande d'un expérimentateur (« il est où le rectangle ? »), une élève du binôme trace un rectangle imaginaire avec son doigt, sans verbalisation. Ce rectangle passe par le point isolé, mais pas par le segment. La double contrainte prise en compte lors du tracé de la tâche 2 n'est pas réinvestie pour cette nouvelle tâche (tout du moins pas totalement).

Au final, il apparaît que les diverses facettes de l'activité, liées aux observables que nous nous sommes donnés, ne sont pas toujours épistémologiquement cohérentes entre elles. Un même élève peut par exemple être en mesure de percevoir certaines contraintes, sans pour autant parvenir à les utiliser comme points d'appui sur le plan matériel et/ou verbal. Par ailleurs, on peut également relever des variations pour un même aspect de l'activité d'un élève selon les différentes tâches. Dans le cas présent, le segment donné sur la pièce élève est visuellement isolé par le binôme au cours de la tâche 2 (et mis en regard du rectangle aimanté au tableau), alors qu'il ne l'est pas lors de la tâche 1 et qu'il est ignoré lors de la description du rectangle dans la tâche 3. Nous interprétons ces phénomènes comme des signes d'un apprentissage en cours.

On observe une autre trace de la possibilité d'une absence d'homogénéité entre les différents aspects de l'activité dans l'extrait suivant, concernant un nouveau binôme. Lors de la résolution de la tâche 3, un expérimentateur demande à un binôme ayant effectué un tracé correct de présenter la procédure qu'il a mise en œuvre :

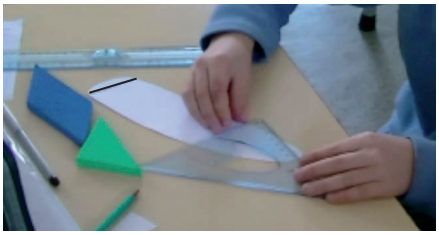


Photo 11

[6] Le recours à la feuille A3 comme gabarit d'angle droit est cette fois proscrit par l'enseignante.

E : on a pris une équerre on l'a mis là [sur le segment donné, photo 11] / comme on savait ben que c'était perpendiculaire ben on a continué avec ça… et… on était allé jusque là-bas [l'élève pointe le segment qui vient d'être tracé, surligné sur la photo] mais je sais plus / on avait réussi à aller jusque-là et on avait tracé mais je sais plus comment on avait fait

On observe ici un élève qui arrive à visualiser et à verbaliser les deux contraintes de positionnement des instruments (« là », « jusque là-bas », « jusque-là »), mais qui n'arrive plus à reproduire les gestes opératoires du tracé.

Une analyse fine prenant en considération les différents aspects de l'activité permet ainsi de mettre en évidence des évolutions à une échelle micro des activités des élèves. S'il n'est pas possible d'en inférer directement des apprentissages, cela semble néanmoins un moyen d'étudier les dynamiques de l'évolution des activités : par exemple, cela permet ici de mettre en lumière ce qui peut apparaître comme des incohérences dans l'articulation des différents aspects.

ARTICULATION DES ACTIVITÉS DES ÉLÈVES AVEC CELLE DE L'ENSEIGNANT : EXEMPLES EN SIXIÈME

Les outils méthodologiques présentés plus haut (analyse logique des concepts, articulation de trois types d'observables) permettent également de décrire la manière dont les activités des élèves s'articulent avec celle de l'enseignant. Dans cette partie, nous analysons ces articulations dans les classes de deux enseignantes (Marianne et Maryse) lors de séances de sixième portant sur la symétrie axiale. Les tâches proposées sont très similaires mais nos analyses permettent de mettre en évidence des éléments des déroulements potentiellement différenciateurs en termes d'effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages.

Analyse du concept de symétrie axiale

Du point de vue mathématique, la symétrie axiale peut se définir (caractérisation notée α dans la suite du texte) comme une relation entre trois objets : deux points et une droite. On dit qu'un point M a pour symétrique un point M'par rapport à une droite d si d est la médiatrice du segment $[MM']$. Cette relation ternaire peut aussi s'exprimer en termes de transformation géométrique du plan : on dit alors que le point M'est l'image du point M par la symétrie axiale d'axe d. Elle peut également porter non plus seulement sur deux points (et une droite) mais sur deux figures[7] (et une droite), par extension de la caractérisation précédente. D'autres formulations sont possibles pour cette relation ternaire : lorsqu'on évoque la (ou le) symétrique de la figure (par rapport à une droite donnée), la nature grammaticale du mot symétrique passe d'adjectif à nom commun. Le mot symétrique sert ainsi tantôt à désigner la relation, tantôt l'un des objets dans la relation.

Il est également possible d'analyser la symétrie comme relevant d'une relation binaire. Dans un premier cas (β), la relation porte sur une (seule) figure et une droite (ou la transformation associée à cette droite) : on dit parfois qu'une figure donnée est symétrique par rapport à une droite donnée. Mathématiquement parlant, il s'agit du cas où la figure est symétrique *d'elle-même* par rapport à la droite[8].

[7] On parle ici du point de vue mathématique : une figure est un ensemble de points. Les élèves la perçoivent parfois plutôt comme une surface (cf. supra, la déconstruction dimensionnelle des formes).

[8] Notons que deux figures symétriques l'une de l'autre par rapport à un axe forment, si on appelle « figure » l'ensemble formé par les deux éléments (comprenant l'axe ou non), *une figure* symétrique

Dans un second cas (caractérisation γ), la relation porte sur deux figures, sans référence à une droite (ou à une transformation associée) : deux figures sont symétriques (l'une de l'autre) s'il existe une symétrie axiale transformant l'une en l'autre (caractérisation α dans laquelle la droite est quantifiée existentiellement). Dans la même veine, on peut définir une propriété de symétrie (caractérisation δ) pour une figure donnée, toujours sans allusion à une droite, par le fait qu'il existe une symétrie axiale laissant globalement invariante la figure (caractérisation β dans laquelle la droite est quantifiée existentiellement). On pourrait aussi dire qu'une figure est symétrique si elle se superpose avec sa « retournée ».

Le concept de symétrie axiale peut donc mobiliser des arrières plans logiques différents, selon l'arité des relations en jeu – unaire (δ), binaire (β ou γ) ou tertiaire (α) – et selon la nature des objets concernés (points et/ou figures et/ou droites). Nous faisons l'hypothèse qu'il s'agit d'un élément important à prendre en compte pour analyser l'articulation des activités des élèves avec celle de l'enseignant d'autant plus que, en dehors des mathématiques, la symétrie orthogonale est aussi un concept quotidien au sens de Vygotski (1933/1997). Or, du point de vue du concept quotidien, ce sont les approches pour lesquelles l'axe de symétrie est au second plan (γ et δ) qui prévalent (Chesnais 2009). Relevons également qu'entre le primaire et le secondaire, la conception de la symétrie va évoluer. En 6e, la symétrie axiale va être définie comme une transformation ponctuelle (plutôt que portant sur des figures), *via* la relation ternaire entre un point, son image et l'axe de symétrie. La transformation elle-même devient un nouvel objet mathématique dont on étudie les propriétés (Vergnaud 2002). Dans le même mouvement, la notion d'axe, caractérisant la transformation, gagne en épaisseur.

Les élèves ont en particulier à maîtriser les formes verbales associées à ces divers usages[9] : *symétrique* en tant que nom – féminin et masculin – et en tant qu'adjectif, *symétrie* comme nom d'un nouvel objet d'étude, des tournures spécifiques comme « la figure *F* est le [la] symétrique de *G* par rapport à la droite *d* [par la symétrie d'axe *d*] ».

Analyse a priori des tâches

Il s'agit de reconnaître si deux figures sont ou non symétriques par rapport à une droite donnée. Nous nous concentrons ici sur deux des cas proposés dans l'exercice[10].

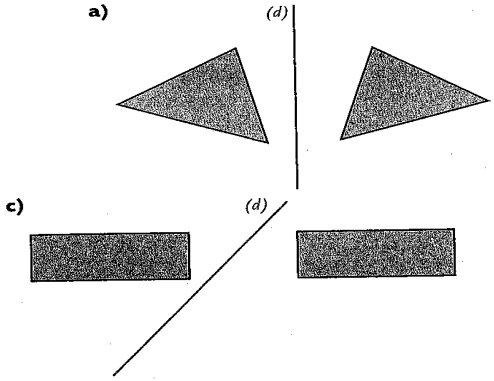
Deux objectifs peuvent être assignés à ces tâches en sixième : travailler la caractérisation α de la symétrie (les deux triangles, de même que les deux rectangles sont symétriques entre eux, mais pas par rapport à la droite *d*) et préciser cette

d'elle-même. Nous parlons alors de « figure double » (Chesnais 2012). Cela renvoie à la polysémie, y compris dans un contexte mathématique, du mot « figure », au-delà même de sa différence avec la notion de dessin comme représentation (matérielle) de la figure (Parzysz 1988).

[9] Une étude des manuels montre en effet que toutes ces formes sont employées de manière indifférenciée (Chesnais 2012).

[10] Les deux enseignantes utilisent le même manuel (*Triangle*, Hatier), mais pas de la même édition. L'exercice est le même à quelques détails près ; les cas a) et c) sont identiques. La consigne exacte est : « préciser, dans chaque cas, si les deux figures sont symétriques par rapport à la droite *d* ». Le contexte aidant, cette consigne ne semble pas avoir posé de difficultés particulières, les élèves l'interprétant comme nous l'avons fait, c'est-à-dire comme concernant la relation entre les deux figures, selon α ou γ. La formulation retenue pourrait néanmoins être interprétée selon une caractérisation de type β ou δ. Cette formulation utilise implicitement le caractère symétrique de la relation de symétrie (sans jeu de mots) : l'ordre dans lequel chacune des deux figures est considéré n'importe pas, ce qui explique qu'il ne soit pas mentionné dans la consigne. Relevons par ailleurs que, tout au long de l'exercice, les élèves eux-mêmes vont utiliser ce type de formulation : « les (deux) figures sont symétriques », « c'est (pas) symétrique ».

relation en en identifiant des caractéristiques (équidistance des points des figures « se correspondant » par rapport à l'axe et direction perpendiculaire par rapport à l'axe[11]). Cela nécessite en outre une souplesse du regard, prenant en compte non seulement des objets de dimension deux (par exemple les triangles), de dimension 1 (la droite ou des segments) et de dimension 0 (les points, notamment les sommets des polygones) : il s'agit d'articuler une vision globale des effets de la transformation et une vision ponctuelle.



Les élèves peuvent produire une réponse positive (i.e. erronée), dans chacun des cas a) et c), pour essentiellement deux raisons : (1) l'axe proposé est négligé, la symétrie est considérée comme une relation entre deux figures (caractérisation γ) ou comme propriété d'un couple de figures (caractérisation δ)[12]; (2) l'axe est pris en considération, mais les caractéristiques de la relation entre les trois objets (caractérisation α, ou caractérisation β si les deux figures sont considérées comme une « figure double ») ne sont pas maîtrisées[13]. Par exemple, dans le cas a), du point de vue visuel, il n'est pas certain que tous les élèves détectent la différence de distances ; dans le cas c), les élèves peuvent considérer que les figures sont bien « en face » l'une de l'autre, car ils n'associent pas encore « en face » avec une direction perpendiculaire à l'axe.

Une réponse correcte (les deux figures ne sont pas symétriques l'une de l'autre par rapport à la droite *d*[14]) s'appuie nécessairement sur la perception visuelle, éventuellement renforcée, validée ou contredite par une action matérielle (usage d'un calque, d'une règle, d'une équerre ou autre[15]). Dans le cas a), celle-ci résulte de la perception du fait que les figures ne sont pas équidistantes de l'axe. Dans le cas c), en revanche, les élèves peuvent invoquer soit ce même fait, soit la non perpendicularité.

---

[11] Les élèves ont tendance à penser qu'une figure et sa symétrique doivent se trouver sur une même direction horizontale, ce qui n'est pas le cas lorsque l'axe n'est pas vertical comme par exemple en c).

[12] On peut considérer ici que les élèves répondent en fait à la question : existe-t-il une symétrie axiale telle que l'une des figures soit symétrique de l'autre ?

[13] On peut considérer que pour 1), les élèves répondent en fait à la question : existe-t-il une symétrie axiale telle que l'une des figures soit symétrique de l'autre ? Dans le cas 2), ils répondent à la bonne question.

[14] Notons que dans la formulation de la réponse, la négation ne porte pas seulement sur « symétriques » mais sur « symétriques *par rapport à* la droite *d* ».

[15] Ce qui est attendu par les auteurs de manuel (commentaire à côté de l'exercice), et par la plupart des enseignants de sixième en début de chapitre sur la symétrie, est l'usage du calque. Il s'agit du moyen privilégié de validation dans l'approche globale de la symétrie (non ponctuelle).

Parmi les procédures matérielles correctes d'usage du calque (c'est-à-dire celles qui prennent en considération les trois objets), la plus évidente consiste à décalquer les trois objets, à plier le long de l'axe et à vérifier que les deux figures se superposent. Toutefois, on pourrait très bien décalquer deux des trois objets (ex1 : les deux figures, ex2 : une figure et l'axe), plier, et vérifier si ce que l'on obtient (ex1 : un trait de pliage, ex2 : une figure symétrique par rapport à *d*) se superpose avec le troisième objet (ex1 : la droite *d,* ex2 : la figure proposée). Autrement dit, le nombre d'objets décalqués ne correspond pas nécessairement au nombre d'objets pris en considération dans l'activité. Le fait de décalquer pourrait d'ailleurs favoriser un questionnement sur le rôle de l'axe. Pour autant, l'usage du calque ne garantit pas la remise en cause des procédures erronées : par exemple, dans le cas c), si un élève ne prend pas en considération l'axe sur le plan visuel, il ne le décalquera probablement pas et conclura à la symétrie des deux rectangles du fait qu'ils se superposent par pliage (caractérisation γ).

Rappelons que l'identification de l'arrière-plan logique des activités des élèves repose sur les trois observables que nous nous sommes donnés : quels sont les objets sur lesquels s'appuient leurs discours, leurs manipulations matérielles, leurs regards ?

Dans cet exercice, le rapport entre visuel et matériel est complexe. D'une part, la caractérisation théorique d'un couple de figures symétriques par rapport à une droite donnée repose sur l'évocation d'une manipulation matérielle : deux figures sont dites symétriques par rapport à une droite donnée *si elles se superposent par pliage le long de la droite*[16]. D'autre part, on peut s'interroger sur la validité du visuel par rapport au matériel : lequel doit contrôler l'autre ? En effet, dans la procédure experte, c'est un argument visuel, appuyé sur la connaissance des propriétés de la symétrie, qui permet de trancher les cas de non-symétrie, car le non-respect des propriétés est visuellement évident. En revanche, dans les intentions du manuel, il s'agit de contrôler la réponse par le pliage. Il s'agit en effet en 6e du seul moyen de validation pour ces tâches, mais on peut s'interroger sur l'intérêt de ce contrôle dans les cas de non-symétrie (sauf pour permettre aux élèves qui, dans le cas c), perçoivent une symétrie malgré une prise en considération de l'axe). Il nous semble que l'objectif en sixième est essentiellement d'apprendre à reconnaître visuellement et globalement des cas de symétrie (ou de non-symétrie) par rapport à un axe donné et de les associer à un certain nombre de propriétés. Il semble donc particulièrement intéressant de questionner ces rapports entre visuel et matériel dans les activités des élèves dans le déroulement de la séance ainsi que la manière dont l'enseignant les prend en considération.

Analyse contrastée de l'articulation des activités élèves-enseignant dans deux classes

Les données ont été recueillies par une caméra fixe en fond de classe, par un micro sur l'enseignante et par des notes prises durant la séance par l'observatrice. Nous ne disposons pas de traces des procédures individuelles des élèves, si ce n'est par les échanges oraux. Les deux séances analysées ont été choisies car, malgré un support commun, elles sont contrastées non seulement par l'orchestration de différents aspects (visuel, matériel et langagier) de l'activité géométrique des élèves par chacune des deux enseignantes, mais aussi par l'articulation de l'activité de chacune avec celles des élèves.

Classe de Marianne

[16] C'est ce qui sera écrit dans la leçon, dans les deux classes, à l'issue de l'exercice.

L'exercice est traité en classe. Une phase de travail individuel des élèves, avec des interventions ponctuelles de l'enseignante (collectives ou en aparte), est suivie d'une correction collective. L'enjeu d'apprentissage lié à la caractérisation α (voire β) de la symétrie axiale apparaît comme une difficulté pour la majorité des élèves. La plupart des élèves n'interprètent pas la consigne et/ou ne sont pas capables de produire une réponse prenant en considération la relation entre les trois objets (que ce soit du point de vue visuel, matériel, ou verbal). Ainsi, plusieurs élèves indiquent dès le début, suite à une appréhension visuelle, que « les figures sont symétriques » pour le cas a), sans référence verbale à la droite. Celle-ci n'est pas non plus considérée lorsqu'ils ont recours au calque et au pliage, mis à disposition par l'enseignante un peu plus tard dans la séance. Notons que l'enseignante avait insisté quelques minutes auparavant sur l'importance de l'expression *par rapport à la droite d* :

Marianne : est-ce que c'est important le mot symétrique *par rapport* [P insiste] à la droite *d* ?

E[17] : oui

Marianne : oui pourquoi ?

E : oui sinon c'est pas / sinon on peut pas savoir si elles sont symétriques

Les élèves ne semblent pas faire le lien entre la référence langagière à la droite, introduite par l'enseignant, et l'action à mener avec le calque. Plusieurs d'entre eux demandent par exemple s'il faut décalquer la droite. Même si ce décalquage n'est pas indispensable (cf. analyse *a priori*), cette interrogation nous semble révélatrice d'une difficulté particulière, d'autant plus que beaucoup d'élèves proposent des réponses erronées. Enfin, les productions langagières des élèves tant à l'oral qu'à l'écrit ne mobilisent pas d'expression ayant pour référence l'axe de symétrie, du moins au début de la séance. L'échange ci-dessus en est un exemple intéressant. Si le fond de la réponse de l'élève semble indiquer qu'il prend en considération l'axe (son raisonnement suppose une caractérisation de type α), sa formulation laisse cette référence à la droite dans l'implicite, malgré l'insistance de Marianne.

Face à ces difficultés, Marianne prend en charge l'articulation de différents aspects de l'activité des élèves. La superposition par pliage ayant été évoquée, elle rappelle alors que « par rapport à la droite *d* » indique « l'endroit où l'on plie », faisant ainsi le lien entre le verbal et le matériel. Plus loin, Marianne demande s'il est important de « dessiner la droite *d* » en faisant le lien avec ce qui a été dit à propos de la consigne (importance de l'expression '*par rapport à*'). Elle joue de ce thème pour focaliser l'attention des élèves sur le rôle de l'axe, tout en maintenant un lien étroit avec la tâche. Un élève rappelle alors que, « comme ça, après, on sait où plier ». Marianne revient à nouveau sur l'importance cette droite au moment de la formulation collective de la réponse pour le cas a) :

Marianne : par rapport à la *droite d* / est-ce que c'est important de le préciser ? [P écrit la réponse au tableau]

Es : oui

Marianne : oui / pourquoi ?

E : parce que c'est la *droite d* / parce que ça pourrait être symétrique mais pas par rapport à la *droite d*

Cette fois, on peut relever la présence de la droite dans la verbalisation de l'élève, à la différence de l'extrait précédent. Si cette insistance est manifeste dans le langage de l'enseignante (plusieurs échanges sont aussi l'occasion de corriger

[17] Dans les extraits de transcription, « E » désigne un élève non identifié ; un prénom est précisé dans le cas contraire.

les élèves qui utilisent « à » plutôt que « par rapport à »), des implicites forts persistent dans certaines de ses interventions. En voici un exemple :

E : donc elle avait dit elles sont symétriques mais en fait après quand elle a plié sur la droite *d* elle s'est aperçue qu'elles n'étaient pas symétriques

L'omission de « par rapport à la droite *d* » à la fin de la phrase rend ici la compréhension difficile. Ce type d'implicite est courant dans le langage des mathématiciens, sans que ce soit nécessairement problématique puisque ceux-ci sont souvent renseignés par un contenu qu'ils maîtrisent (Hache 2013) ; la situation est évidemment plus délicate dans un contexte d'enseignement. Enfin, il est intéressant de relever que l'enseignante articule de manière étroite sa propre activité avec celles des élèves. Ce sont leurs questions, l'observation de leurs tracés ou encore leurs difficultés de formulation qui provoquent ses interventions.

D'une manière générale, on observe une évolution des activités des élèves au cours de la séance, notamment en ce qui concerne la prise en considération des trois objets, tant du point de vue matériel que langagier (et probablement aussi sur le plan visuel même si nous manquons d'observables pour en attester). Les échanges entre Marianne et Lucien, élève en difficultés au début de la séance, en sont une bonne illustration. Il suffit par exemple cette fois à Marianne de faire écho à la négation maladroite de Lucien pour que celui-ci introduise dans son langage les éléments attendus :

Marianne : le petit c / Lucien est-ce que tu peux répondre maintenant ?
Lucien : euh les deux rectangles sont pas symétriques
Marianne : ne sont pas symétriques
Lucien : par rapport à la droite *d*
Marianne : oui en revanche c'est ce que tu disais tout à l'heure tu avais bien l'impression qu'ils étaient symétriques mais pas / je vois bien que quand je plie sur d mes deux rectangles ne se… ?
E : superposent pas.
Marianne : superposent pas vous le voyez / en revanche est-ce que tu pourrais plier différemment pour qu'ils se superposent ?
Lucien : euh droit comme ça [Lucien indique par des gestes la direction verticale]
Marianne : voilà verticalement on voit bien que si on plie verticalement / donc [elle écrit] les rectangles ne sont pas symétriques par rapport à *d*

Classe de Maryse

L'exercice a été traité à la maison et il s'agit de le corriger. L'objectif de Maryse est manifestement de réactiver l'usage du calque et du pliage associé à la symétrie. Toutefois, l'exercice ne semble pas pour elle contenir un objectif d'apprentissage problématique mais constitue plutôt un moyen de produire des exemples de figures symétriques sur papier calque qui serviront à illustrer la leçon qui sera écrite sur le cahier. Ce qui est particulièrement remarquable dans cette séance, en comparaison de celle de Marianne, est le fait que les différents aspects de l'activité géométrique sont traités séparément, voire mis en opposition. L'utilisation d'un calque est présentée comme « plus simple » que la perception visuelle des propriétés de la symétrie (que les élèves semblent avoir mobilisée). Son usage est imposé par une consigne donnée en référence aux aspects matériels de l'activité : « vous avez cinq figures à décalquer / vous me prenez la règle / […] et vous me faites en rouge les axes de symétrie ». L'enseignante évoque le fait que le calque permettra de plier, ce qui n'est pas possible sur le livre, et que cela permettra de « voir si les figures sont symétriques ou non » mais sans plus de précision, c'est-à-dire sans que les aspects matériels ne soient rapprochés des autres, via le concept mathématique en jeu. La procédure est ensuite écrite dans le bilan de

l'exercice, le raisonnement sous-jacent reste néanmoins peu explicite dans la mesure où il ne s'agit, là encore, que d'une description d'actions matérielles : « on a décalqué les cinq figures / on a plié suivant la droite *d* afin de voir si les figures sont superposables[18] ».

Par ailleurs, le travail sur la caractérisation α de la symétrie est essentiellement à la charge de Maryse (son activité est moins directement articulée à celles des élèves), et d'une manière qui semble parfois déconnectée de la tâche. Par exemple, lorsqu'elle demande aux élèves de décalquer, elle insiste sur l'exigence de tracer l'axe en rouge, mais sans en justifier l'intérêt du point de vue de la tâche. Un des élèves ne l'ayant pas tracé est notamment repris uniquement sur le non-respect de la consigne sans que le fait qu'il s'agit d'un moyen valide permettant de répondre à la question soit débattu.

Après l'écriture de la procédure (cf. ci-dessus), les réponses sont énoncées sans argumentation, avant d'être écrites. Dans les cas a) et c), les réponses sont données sans référence à la droite *d*, la négation ne portant que sur « symétrique », comme s'il s'agissait d'un prédicat s'appliquant à un couple de figures (caractérisation δ[19]) :

Maryse : donc les figures a) et c) / qu'est-ce qu'on peut dire ?
E : ne sont pas symétriques
Maryse : ne sont pas symétriques

Les réponses ainsi formulées sont formellement erronées (même si on peut penser que, pour l'enseignante tout du moins, la référence à l'axe est implicite) et on peut s'interroger sur la possibilité, pour les élèves qui auraient conclu positivement dans le cas c), de comprendre leur erreur. C'est en écrivant la réponse pour les cas où la réponse est positive, que l'enseignante s'arrête sur l'écriture de *par rapport* et revient de fait sur le cas c) :

Maryse : donc les figures b), d) et e) sont symétriques / alors quand je dis symétrique il y a quelque chose de très important qu'il ne faut pas oublier et c'est la figure du milieu / la c)[20] / qui nous permet de le dire / finalement c'est-à-dire si j'avais mis l'axe ailleurs dans la figure c) est-ce que vous trouvez pas que ça serait symétrique ? / […] autrement dit dans la symétrie ce qui est très important c'est de dire ?
E : l'axe
Maryse : de donner l'axe / donc à chaque fois on va dire par rapport / par rapport à l'axe *d* […]

La nécessité de mentionner l'axe apparaît donc au moment de passer à l'écrit, alors qu'elle n'est pas abordée au cours des interactions orales. On peut faire l'hypothèse que ce phénomène est lié aux contraintes de rigueur qui sont associées à l'écrit en mathématiques. Quoi qu'il en soit, la caractérisation α (voire β) ne semble pas avoir été identifiée comme un enjeu d'apprentissage au cours de cette séance. Les interventions de l'enseignante sont surtout en rapport avec des questions de précision portant sur le contrat didactique (que faut-il dire ou que faut-il faire ?), plutôt qu'en rapport étroit avec les activités effectivement développées par les élèves en lien avec le contenu mathématique.

L'analyse des déroulements dans les classes de ces deux enseignantes permet donc de mettre au jour une prise en compte différenciée de certains enjeux

[18] Dans cette phrase le même terme '*figure*' renvoie une fois au couple, et une fois à chacun des deux éléments du couple.

[19] On pourrait aussi interpréter cet extrait avec la caractérisation γ, les deux caractérisations étant parfois difficiles à distinguer en pratique (cf. note 8).

[20] Ce serait vrai aussi pour le cas a).

d'apprentissage liés aux catégories logiques en jeu, comme cela avait déjà été constaté à propos des manuels (Chesnais 2012). Ces différences concernent tout d'abord la prise en compte et l'organisation par l'enseignant des différentes facettes des activités des élèves. Les deux séances se distinguent aussi, plus classiquement, par une articulation plus ou moins lointaine de l'activité des deux enseignantes avec celles que leurs élèves ont déployées au cours de la tâche : en effet, l'analyse des différents aspects des activités (voir, dire, faire) ont permis de mettre en lumière le fait que les enseignantes – essentiellement dans le langage – prennent plus ou moins en compte les activités des élèves. On peut supposer, même si nous ne nous sommes pas donné les moyens ici de le vérifier, que cela a une influence sur les apprentissages susceptibles d'être construits par les élèves.

CONCLUSION

Dans cet article, nous avons présenté des outils méthodologiques (structuration de trois observables en appui sur des analyses logiques des concepts en jeu) ayant pour fonction de décrire les activités d'élèves en géométrie et leur articulation avec celle du professeur. Ces outils ont été mis à l'épreuve dans deux contextes scolaires de séances de géométrie (CM2 et sixième). Dans le premier cas, l'attention s'est focalisée sur les activités des élèves. Les descriptions que nous avons élaborées nous ont notamment permis de mettre au jour des convergences épistémologiques entre les différents aspects de l'activité géométrique d'un même élève ou au contraire des divergences. Même si la question de la relation entre ces constats et les apprentissages des élèves reste posée, nous pensons que de telles analyses peuvent contribuer à identifier des dynamiques dans les évolutions des activités des élèves et à questionner les déterminants de ces dynamiques dans les situations et dans les interventions des enseignants. Dans le second cas, nous nous sommes attachés à analyser l'articulation entre l'activité de deux professeurs et celles de leurs élèves, articulation que nous avons cherché à saisir à l'échelle du déroulement d'une séance. Nous avons mis en évidence des variations dans ces articulations, variations dont on peut penser qu'elles ont des effets différenciateurs en termes d'apprentissages. Durand-Guerrier (2013), à la suite de Vergnaud, insiste sur la faible prise en compte dans l'enseignement des catégories logiques liées aux objets de savoir en jeu, malgré les enjeux conceptuels que cela représente. Les variations dans les articulations intersubjectives que nous avons cherché à décrire concernent typiquement ce type d'enjeux conceptuels. Notre étude ne permet néanmoins pas d'attester les effets de ces variations ou d'en estimer l'ampleur. Rajoutons à cette précaution le fait que nos analyses reposent sur des choix d'observables qui ne permettent certainement pas de caractériser entièrement les activités des élèves dans tout ce qu'elles ont de porteur en termes d'apprentissages. De tels choix sont réducteurs par nature. Cela dit, tous les choix ne se valent pas et notre recherche permet aussi de souligner les risques méthodologiques qu'il y aurait à trop se focaliser sur tel ou tel aspect de l'activité des élèves. Chacun de ces aspects pris de manière isolée n'offre qu'un regard partiel, un regard qui n'est pas nécessairement et systématiquement convergent avec les autres points de vue. Les outils méthodologiques proposés initient une réflexion sur l'élaboration d'outils permettant de prendre en compte les questions langagières dans l'étude du processus d'enseignement-apprentissage. Notre entrée étant celle de la didactique des mathématiques, nous avons cherché à le faire tout en tenant compte des spécificités épistémologiques du savoir mathématique. La nature particulière des objets mathématiques, leur rapport au langage et à la perception no-

tamment, sont pris en considération via une analyse logique des concepts. Cette caractéristique distingue par exemple notre recherche des travaux de Sfard (2000) sur l'émergence des objets mathématiques, ou encore de ceux Font *et al*. (2013). Ces derniers auteurs utilisent par exemple le terme d'*objet* dans un sens très large, pour faire référence à ce qui, dans l'activité mathématique, peut être séparé, isolé (les concepts, les propriétés, les propositions, les formulations, les arguments…). Pour notre part, il est fondamental de distinguer le langage (et les autres aspects de l'activité) d'une part et ce dont on parle (ou ce sur quoi on agit, ce que l'on voit *etc*.) d'autre part, quand bien même les deux pôles se construisent conjointement et socialement. Notre approche est à la fois sémantique et dialogique (Barrier 2008, 2011, Mathé 2012). Nous évoquons pour terminer la question, ouverte pour nous, de la pertinence d'une telle méthodologie au-delà des quelques concepts auxquels nous nous sommes intéressés ici, mais également pour des niveaux plus avancés en mathématiques. Des études complémentaires nous semblent nécessaires, en particulier dans des situations où la perception joue un rôle différent du contexte géométrique.

Thomas BARRIER
LML (EA 2462)
Université d'Artois
Aurélie CHESNAIS
LIRDEF (EA 3749)
Universités Montpellier 2 et Montpellier 3
Christophe HACHE
LDAR (EA 4434)
Université Paris Diderot

Abstract : This article aims at presenting and testing some methodological tools for describing students'activities and its articulation with the teachers'one in a context of geometry lessons. The description relies on elementary logical analysis of mathematical concepts in order to anticipate the number and nature of objects that could be involved in students'activities. This then structures our three selected observables in a homogenous way, each of us being linked to one aspect of activity (material, visual and linguistic). In a first illustration, we deal with intrasubjective relationships between these three different aspects for a single student during the learning process then, in a second, with intersubjective relationships between two teachers'activities and their students' ones.

Keywords : geometry, language, visualization, artefact, symmetry, perpendicular lines, logic, activity.

Références

Barrier T. (2008) « Sémantique selon la théorie des jeux et situations de validation en mathématiques » – *Éducation et Didactique* 2, 3 (35-58).

Barrier T. (2011) « Les pratiques langagières des étudiants en analyse réelle » – *RDM* 31, 3 (259-290).

Barrier T., Hache C. & Mathé A.-C. (2013) « Seeing – acting – speaking in geometry : a case study » – in : B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti (eds.) *Proceedings of CERME 8* (1458-1467). Ankara : Middle East Technical University.

Barrier T., Hache C. & Mathé A. C. (2014, à paraître) « Droites perpendiculaires au CM2 : restauration de figure et activité des élèves » – *Grand N*.

Chesnais A. (2009) *L'enseignement de la symétrie axiale en sixième dans des contextes différents : les pratiques de deux enseignants et les activités des élèves*. Thèse de doctorat, Université Paris VII.

Chesnais A. (2012) « L'enseignement de la symétrie orthogonale en sixième : des contraintes, des ressources et des choix » – *RDM* 32, 2 (229-278).

Durand-Guerrier V. (2013) « Quelques apports de l'analyse logique du langage pour les recherches en didactique des mathématiques » – in : A. Bronner *et al*. (éds.) *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage* (233-265). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Duval R. & Godin M. (2005) « Les changements de regard nécessaires sur les figures » – *Grand N* 76 (7-27).

Duval R. (2005) « Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements » – *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 10 (5-53).

Font V., Godino J. D. & Gallardo J. (2013) « The emergence of objects from mathematical practices » – *Educational Studies in Mathematics* 82, 1 (97-124).

Hache C. (2013) « Langage mathématique à la transition primaire collège » – in *Actes du colloque COPIRELEM 2012*, Quimper.

Jaubert M., Rebière M. & Bernié J.-P. (2003) « L'hypothèse "communauté discursive" : D'où vient-elle ? Où va-t-elle ? » – *Cahiers Théodile* 4 (51-80).

Parzysz B. (1988) « Voir et savoir. La représentation du "perçu" et du "su" dans les dessins de la géométrie de l'espace » – *Bulletin de l'APMEP* 364 (339-350).

Perrin-Glorian M.-J., Mathé A.-C. & Leclercq R. (2013) « Comment penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments » – *Repères-IREM* 90 (7-41).

Radford L. (2013) « Perceiving with the eyes and with the hands » – *International Journal for Research in Mathematics Education* 3, 1 (56-77).

Robert A. (2008) « Sur les apprentissages des élèves : une problématique inscrite dans les théories de l'activité et du développement » – in : F. Vandebrouck (éd.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (33-44). Toulouse : Octarès.

Searle J. (2012) « Qu'est-ce que le langage » – *Pratiques* 155-156 (228-250).

Sfard A. (2000) « Steering (dis)course between metaphors and rigor : Using focal analysis to investigate an emergence of mathematical objects » – *Journal for Research in Mathematics Education* 31, 3 (296-327).

Vergnaud G. (2002) « Forme opératoire et forme prédicative de la connaissance » – in : J. Portugais (éd.) *La notion de compétence en enseignement des mathématiques, analyse didactique des effets de son introduction sur les pratiques et sur la formation, Actes du colloque GDM 2001* (6-27).

Vygotski L. (1933/1997) *Pensée et langage*. Paris : La Dispute.