



HAL
open science

Problèmes théoriques et expérimentaux posés par la mesure des propriétés physiques en conduite viscoélastique

François Lusseyran

► To cite this version:

François Lusseyran. Problèmes théoriques et expérimentaux posés par la mesure des propriétés physiques en conduite viscoélastique. Journal de Biophysique et de Biomecanique, 1985. <hal-01644002>

HAL Id: hal-01644002

<https://hal.science/hal-01644002v1>

Submitted on 22 Nov 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Problèmes théoriques et expérimentaux posés par la mesure des propriétés physiques en conduite viscoélastique

F. LUSSEYRAN (*)

RÉSUMÉ. — La majeure partie des théories développées dans la littérature pour décrire la célérité et l'amortissement des ondes de pression en conduite viscoélastique, suppose que le système ait un comportement linéaire.

Un critère expérimental est développé qui permet d'estimer, à partir de l'évolution entre deux points d'un front de pression, l'importance relative des termes convectifs (non-linéarités de l'écoulement) et des termes dissipatifs.

Le modèle, appliqué à une conduite en PVC de 3 mm de diamètre et de 60 m de longueur, montre que dans le cas où les termes convectifs sont négligeables, l'évolution de la transformée de Fourier entre deux points permet d'atteindre les paramètres physiques de la propagation et ceci même dans le cas des conduites de petits diamètres pour lesquelles la prise de pression est un site de réflexion.

SUMMARY. — Most of the theories which have been developed so far to describe the velocity and the damping of the pressure waves in a viscoelastic tube assume that the system has a linear behaviour.

An experimental standard is developed which allows from the evolution of a pressure front between two points, to estimate how important the convective terms are, compared to the dissipative terms.

The model applied to a PVC tube 3 mm in diameter and 60 m long shows that when convective terms are negligible, the physical parameters of propagation can be calculated by means of the evolution of Fourier's transformation between two points. This is possible even in the case of tubes of small diameter for which the pressure tap is a reflection area.

La vitesse de propagation et l'amortissement de pression, en conduites déformables, sont des grandeurs qu'il est important de connaître, car elles permettent, avec l'aide de modèles, de déterminer les propriétés mécaniques des parois de ces conduites. La méthode du « pied de l'onde » est encore souvent utilisée. Elle consiste à mesurer le temps séparant le passage du pied d'une impulsion en deux points de la conduite. Cette pratique valable, bien qu'imprécise, si le milieu est linéaire et non dispersif, ne l'est plus en conduite viscoélastique. Dans ce cas, l'onde se déforme au cours de sa propagation, le repérage du « pied de l'onde » devient très approximatif et ne renseigne que sur les célérités des ondes de grandes fréquences.

La démarche proposée ici a été mise au point dans le cadre d'une étude sur la relation cœur-système artériel et s'appuie sur la décomposition fréquentielle des signaux de pression, mesurés en deux points de la conduite. Elle est rigoureuse pour les matériaux viscoélastiques linéaires, lorsque les effets non linéaires dus au fluide (termes convectifs) sont négligeables. Dans ce but, un critère expérimental permettant de déterminer le domaine où ces conditions sont remplies a été étudié. La méthode a été testée expérimentalement sur un tube de 3 mm de diamètre et de 60 m de longueur, et a montré que de grandes distorsions pouvaient exister entre les résultats théoriques et ceux obtenus expérimentalement. Ces distorsions sont expli-

quées par la présence d'un site de réflexions au niveau des prises de pression.

1. ÉTABLISSEMENT D'UN CRITÈRE PERMETTANT DE COMPARER L'INFLUENCE RELATIVE DES TERMES CONVECTIFS ET VISCOÉLASTIQUES

Les mouvements de la paroi et du fluide supposé en écoulement unidimensionnel (nombre de Womersley supérieur à 10) sont décrits par les relations suivantes :

— l'équation vectorielle du mouvement fluide reliant la vitesse à la pression p se réduit à

$$(1.1) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2};$$

— la relation entre la contrainte σ et la pression p donnée par l'équation de Laplace a pour expression

$$(1.2) \quad \sigma - \sigma_0 = (p - p_0) \frac{D}{2e} \quad (e \ll D)$$

— et enfin la relation contrainte-déformation s'écrit

$$(1.3) \quad \sigma - \sigma_0 = G^*(\omega) \frac{D - D_0}{D_0}$$

Cette dernière relation est valable en conduite viscoélastique linéaire et pour une contrainte σ périodique :

$$(1.4) \quad G^*(\omega) = G'(\omega) + iG''(\omega)$$

Reçu en mars 1984.

Forme définitive en septembre 1984.

(*) Laboratoire de Mécanique Expérimentale des Fluides, Campus Universitaire, Bât. n° 502, 91405 Orsay, France.

est le module complexe d'élasticité, $G'(\omega)$ représentant les effets élastiques et $G''(\omega)$ les effets dissipatifs [1].

Les équations (1.2) et (1.3) permettent d'obtenir la relation liant la pression et la déformation :

$$(1.5) \quad p - p_0 = 2G^*(\omega) e \left(\frac{1}{D_0} - \frac{1}{D} \right),$$

dont la dérivée s'écrit :

$$(1.6) \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 2G^*(\omega) e \frac{1}{D^2} \frac{\partial D}{\partial x}.$$

En remplaçant $\partial p / \partial x$ dans (1.1) par cette dernière expression, l'équation de Navier et Stokes donne une relation

$$(1.7) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{2}{\rho} G^*(\omega) e \frac{1}{D^2} \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

entre la vitesse du fluide et le diamètre de la conduite.

Cette relation est rendue adimensionnelle à l'aide de grandeurs caractéristiques du phénomène qui sont :

— la vitesse maximale atteinte par le fluide u_0 , le diamètre à l'équilibre D_0 , un temps caractéristique de l'onde τ_0 et la célérité moyenne des ondes c_0 .

Nous obtenons ainsi les nouvelles variables adimensionnelles :

$$\begin{aligned} u_+ &= \frac{u}{u_0}; \\ t_+ &= \frac{t}{\tau_0}; \\ x_+ &= \frac{1}{c_0 \tau_0} x; \\ D_+ &= \frac{D}{D_0}, \end{aligned}$$

dont les valeurs sont voisines de l'unité.

L'équation (1.7) s'écrit alors :

$$(1.8) \quad \begin{aligned} \frac{\partial u_+}{\partial t_+} + \frac{u_0}{c_0} u_+ \frac{\partial u_+}{\partial x_+} \\ = -\frac{2}{\rho} \frac{G^*(\omega)}{u_0 c_0} \frac{e}{D_0} \frac{1}{D_+^2} \frac{\partial D_+}{\partial x_+} \\ + \frac{\mu}{\rho} \frac{1}{c_0^2 \tau_0} \frac{\partial^2 u_+}{\partial x_+^2}. \end{aligned}$$

Dans cette équation, le terme viscoélastique a pour ordre de grandeur :

$$(1.9) \quad \frac{2e}{\rho D_0} \times \frac{G^*(\omega)}{u_0 c_0},$$

qui se décompose en une partie réelle et une partie imaginaire telles que

$$(1.10) \quad \frac{2e}{\rho D_0} \frac{G'(\omega)}{u_0 c_0}$$

représente le terme élastique, et

$$(1.11) \quad \frac{2e}{\rho D_0} \frac{G''(\omega)}{u_0 c_0}$$

le terme dissipatif.

Le rapport des ordres de grandeur des termes convectifs, élastiques et viscoélastiques est donné respectivement par les trois nombres sans dimension :

$$(1.12) \quad \nabla_1 = \text{conv}/\text{visco} = \left(u_0^2 / \frac{e}{\rho D_0} G'(\omega) \right) \frac{G'(\omega)}{G''(\omega)},$$

$$(1.13) \quad \nabla_2 = \text{conv}/\text{élast} = u_0^2 / \frac{e}{\rho D_0} G'(\omega),$$

$$(1.14) \quad \nabla_3 = \text{visco}/\text{élast} = \frac{G''(\omega)}{G'(\omega)}.$$

Pour dégager le sens de ces nombres, exprimons les propriétés du matériau constituant la paroi à l'aide du modèle de Kelvin-Voigt qui ne rend compte qu'en première approximation des propriétés viscoélastiques du matériau, mais permet une analyse qualitative exacte. Dans ce cas :

$$G'(\omega) = E, \quad G''(\omega) = \eta \omega \quad \text{et} \quad \tau_m = \frac{\eta}{E},$$

où E est le module d'élasticité; η , le module de frottement et τ_m , le temps de relaxation du matériau.

∇_1 , ∇_2 , ∇_3 s'écrivent alors, si on considère la célérité c_0 comme peu différente de celle donnée par l'expression de Moens-Korteweg $\sqrt{(e/\rho)(E/D_0)}$:

$$(1.15) \quad \nabla_1 = \text{conv}/\text{visco} = \frac{u_0^2/c_0^2}{\tau_m/\tau_0},$$

$$(1.16) \quad \nabla_2 = \text{conv}/\text{élast} = u_0^2/c_0^2,$$

$$(1.17) \quad \nabla_3 = \text{visco}/\text{élast} = \tau_m/\tau_0.$$

Dans le cas des écoulements subsoniques, le rapport u_0/c_0 est toujours inférieur ou égal à 1, les différents schémas possibles sont alors décrits dans le tableau I.

Il ressort de cette analyse que le nombre adimensionnel

$$\nabla_1 = \frac{(u_0/c_0)^2}{\tau_m/\tau_0}$$

délimite trois domaines d'approximation des équations générales :

Le domaine 1 : pour lequel l'amplitude de l'onde peut être $\nabla_1 \ll 1$ grande ou petite à condition qu'il lui corresponde un temps τ_0 court ou voisin de τ_m . Les termes viscoélastiques sont alors prépondérants et la solution des équations est une onde progressive amortie dont la célérité et l'amortissement croissent avec la fréquence; il en résulte qu'un front de pression voit sa pente diminuer au cours de la propagation.

Le domaine 3 : pour lequel l'amplitude de l'onde doit être $\nabla_1 \gg 1$ grande et le temps τ_0 grand devant τ_m . Les termes convectifs sont alors prépondérants et la solution des équations (non linéaires) est une onde progressive dont la célérité absolue croît

TABLEAU I

$u_0^2/c_0^2 \approx 1$	$\tau_m/\tau_0 \ll 1 \Rightarrow \frac{u_0^2/c_0^2}{\tau_m/\tau_0} \gg 1 \Rightarrow$ non linéaire	}	domaine 3
	$\tau_m/\tau_0 \approx 1 \Rightarrow \frac{u_0^2/c_0^2}{\tau_m/\tau_0} \approx 1 \Rightarrow$ onde totalement dispersée		
	$\tau_m/\tau_0 \gg 1 \Rightarrow \frac{u_0^2/c_0^2}{\tau_m/\tau_0} \ll 1 \Rightarrow$ viscoélastique	}	domaine 1
$u_0^2/c_0^2 \ll 1$	$\tau_m/\tau_0 \gg 1 \Rightarrow \frac{u_0^2/c_0^2}{\tau_m/\tau_0} \ll 1 \Rightarrow$ viscoélastique		
	$\tau_m/\tau_0 \approx 1 \Rightarrow \frac{u_0^2/c_0^2}{\tau_m/\tau_0} \ll 1 \Rightarrow$ viscoélastique		
	$\tau_m/\tau_0 \ll 1 \Rightarrow$ purement élastique linéaire		

avec l'amplitude; il en résulte le raidissement du front d'onde au cours de la propagation.

Le domaine 2 : pour lequel l'amplitude de l'onde doit être $V_1 \approx 1$ grande et le temps τ_0 voisin de τ_m . Tous les termes sont du même ordre de grandeur. La solution numérique des équations fait apparaître que la pente du front d'onde n'évolue plus au cours de la propagation.

Cette analyse permet donc de conclure que :

– l'évolution de la pente du front de l'onde au cours de sa propagation est un bon critère qualitatif pour déterminer si, pour un matériau donné, l'onde générée se propage suivant des lois linéaires;

– tout front d'onde se propageant suffisamment loin tend vers une situation limite pour laquelle sa pente n'évolue plus. Si les amplitudes sont grandes, cette situation résulte de l'équilibre entre les termes viscoélastiques et les termes convectifs; l'onde est alors dite « totalement dispersée ». Si les amplitudes sont faibles, il ne reste plus que les termes élastiques et on est dans le cas trivial de la propagation des ondes en milieu purement élastique linéaire.

Remarquons encore que sauf si τ_0 est grand (dans notre exemple si $\tau_0 > 1$ s) le terme dû aux frottements

au sein du liquide est négligeable. Cette analyse est confirmée par les résultats expérimentaux obtenus par Lorenz [2].

2. DÉFINITION DES GRANDEURS DE PROPAGATION

Dans le cadre des théories linéaires et unidimensionnelles, il existe plusieurs résolutions des équations générales qui diffèrent suivant qu'elles prennent ou non en compte les conditions d'ancrage, les contraintes longitudinales et la viscosité du liquide. Mais dans la mesure où toutes les relations fondamentales sont linéaires et unidimensionnelles, la solution du système est une onde de pression progressive amortie qui s'écrit classiquement :

$$(2.1) \quad p = p_0 e^{-\alpha x} e^{i(\omega t - (\omega x/c))}$$

($x > 0$ et onde axipositive), où $c(\omega)$ et $\alpha(\omega)$ sont respectivement la célérité et l'amortissement de l'onde. Citons pour exemple les expressions de ces grandeurs obtenues par Meissner [3] pour une conduite viscoélastique de compliance complexe $J^*(\omega) = 1/G^*(\omega)$ et d'épaisseur e petite devant le rayon r :

$$(2.2) \quad c = \sqrt{\frac{2/\rho}{\sqrt{[(1/E_f) + J'(2r/e)]^2 + (J''(2r/e))^2} [1 + (R/\omega)^2] + (1/E_f) + J'(2r/e) - (R/\omega) J''(2r/e)'}}$$

$$(2.3) \quad \alpha = \frac{1}{2} \rho \omega c \left[\frac{R}{\omega} \left(\frac{1}{E_f} + J' \frac{2r}{e} \right) + J'' \frac{2r}{e} \right].$$

Dans ces expressions, R est égal à $32 \nu/D^2$ en écoulement laminaire et permanent. En fait, R est une fonction complexe de $W_0 = r \sqrt{\omega/\nu}$ [4] qui pour $W_0 \geq 3$ est approximativement linéaire en fonction de W_0 . ρ et E_f sont respectivement la masse volumique et le module d'élasticité du liquide.

Dans le cadre de cette théorie, il est possible en inversant les relations (2.2) et (2.3), d'obtenir la compliance complexe du matériau constituant la

conduite en fonction de c et α , avec :

$$(2.4) \quad J'(\omega) = \frac{e}{2r} \left[\frac{\omega^2 - \alpha^2 c^2 + 2\alpha c R}{\rho c^2 \omega (1 + (R/\omega)^2)} - 1/E_f \right],$$

$$(2.5) \quad J''(\omega) = \frac{e}{2r} \left[\frac{2\alpha}{\rho \omega c} \left(1 - \frac{R/\omega}{1 + (R/\omega)^2} - \frac{(R/\omega)(\omega^2 - \alpha^2 c^2)}{\rho c^2 \omega (1 + (R/\omega)^2)} \right) \right].$$

La fonction de fluage $J(t)$ se déduit de $J^*(\omega)$ à l'aide de la transformée de Fourier inverse [1] :

$$(2.6) \quad J(t) = \frac{1}{i\omega} \text{TF}^{-1} J^*(\omega);$$

et l'impédance caractéristique Z_c du tube s'exprime aussi en fonction de c et α par $Z_c = Z_0 e^{-\varphi}$, avec :

$$(2.7) \quad Z_0 = \rho c \sqrt{\frac{R^2 + \omega^2}{(\alpha c)^2 + \omega^2}}$$

et

$$\varphi = \text{arctg} \left(\omega \frac{R - \alpha c}{R \alpha c + \omega^2} \right).$$

L'expression de Z_c ne fait appel qu'aux seules hypothèses de linéarité.

3. APPLICATION A LA DÉTERMINATION DE LA CÉLÉRITÉ ET DE L'AMORTISSEMENT DANS UNE CONDUITE VISCOÉLASTIQUE DE PETIT DIAMÈTRE

3.1. Montage expérimental

Le banc d'essais (fig. 1) est constitué par la conduite en PVC de 3 mm de diamètre ($e/D=0,15$) et de 60 m de longueur enroulé sur un tambour. La pression transmurale est mesurée, en deux points

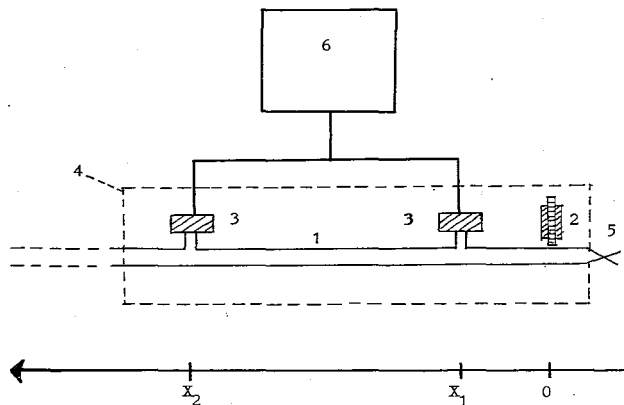


Fig. 1. — Banc de mesure : la pression est mesurée en deux points x_1 et x_2 de la conduite.

- 1 Conduite en PVC mou.
- 2 Electroaimant générateur d'impulsions.
- 3 Prises et capteurs de pression.
- 4 Enceinte thermostatée.
- 5 Site de réflexion amont.
- 6 Acquisition de données.

distants de 1 m, par deux capteurs Statham (de fréquence propre dans l'air 5 000 Hz) reliés à la conduite par un ensemble de réduction abaissant la fréquence propre du système à 450 Hz (amortissement 0,08), [5]. La température de l'ensemble et la pression transmurale moyenne sont ajustables. Les impulsions de pression sont générées par un système permettant une certaine reproductibilité; cette dernière n'étant pas, toutefois, nécessaire à une mesure exacte. Les signaux sont numérisés et stockés sur un microordinateur qui assure également l'exécution de la transformée de Fourier (algorithme de FFT).

3.2. Détermination de c et α

Les transformées de Fourier des signaux temporels de pression p_1 et p_2 mesurés en x_1 et x_2 ont pour expression :

$$(3.1) \quad p_1 = p_1(\omega) \cos(\omega t + \varphi_1)$$

et

$$p_2 = p_2(\omega) \cos(\omega t + \varphi_2).$$

La célérité et l'amortissement s'en déduisent à l'aide des relations,

$$(3.2) \quad c(\omega) = \frac{\omega(x_2 - x_1)}{\varphi_2(\omega) - \varphi_1(\omega)},$$

et

$$(3.3) \quad \alpha(\omega) = \frac{1}{x_2 - x_1} \ln(p_1(\omega)/p_2(\omega)).$$

3.3. Conditions de mise en œuvre

3.3.1. L'impulsion de pression

Les propriétés de l'impulsion de pression sont déterminantes pour un bon traitement du signal. L'impulsion de pression est caractérisée par trois paramètres : sa durée, son amplitude et sa morphologie.

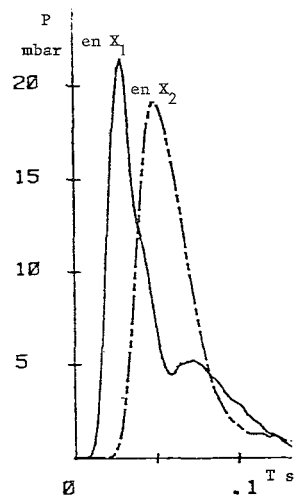


Fig. 2. — Exemple d'impulsion de pression mesurée en x_1 et x_2 ($T=38^\circ\text{C}$).

— La durée (ou largeur du pic) doit être inférieure au temps mis par l'onde pour revenir de l'extrémité aval du tuyau.

— L'amplitude doit être suffisamment faible pour être dans le domaine de la viscoélasticité linéaire.

— La morphologie conditionne la composition spectrale de l'onde dont dépend l'amplitude des fréquences intéressantes et donc la précision de la mesure. Cependant le signal ne doit pas contenir de fréquence supérieure à la fréquence de Shannon, en pratique $1/2,2$ la fréquence d'échantillonnage [6].

3.3.2. Les sites de réflexion

Les expressions (3.2) et (3.3) ne sont valables que pour une onde progressive donc en l'absence d'onde réfléchie. On montre aisément que la somme de deux ondes progressant dans le même sens est une onde progressive. Le site de réflexion que constitue l'extrémité amont du tube ne perturbe donc pas l'analyse du signal au contraire de tout site aval trop proche.

3.4. Résultats expérimentaux

Les célérités et amortissements obtenus en fonction de la fréquence sont représentés sur les figures 3 et 4, pour trois températures. D'après les considérations théoriques, la célérité c et l'amortissement α d'une onde en milieu viscoélastique croissent avec la fréquence, α [défini par la relation (2.1)] ne peut pas être négatif. La partie décroissante, pour les fréquences inférieures à 10 Hz, des courbes de célérité et d'amortissement ne peut se comprendre en termes d'onde propagative. Cette anomalie se retrouve naturellement dans la composition spectrale des impulsions (fig. 2). Elle s'interprète en admettant un site de réflexion au niveau d'un capteur, comme il est montré ci-dessous.

où R_L est le rapport de l'onde réfléchie à l'onde incidente en $x=L$. Ce coefficient de réflexion est le plus souvent réel.

Le module de $p(x, t)$ a pour expression :

$$(3.5) \quad |p(x, t)| = p_i e^{-\alpha x} \times \left\{ 1 + R^2 e^{-4\alpha(L-x)} + 2R e^{-2\alpha(L-x)} \cos\left(\frac{2\omega}{c}(L-x)\right) \right\}^{1/2}$$

Le rapport des modules des pressions mesurées en x_1 et x_2 permet de s'affranchir de la composition spectrale initiale de l'onde mais ne permet plus, comme pour l'expression (3.3), d'en déduire α .

Considérons que le site de réflexion est situé au niveau du deuxième capteur ($x_2=L$), le rapport des modules de la pression en x_1 et en x_2 s'écrit alors :

$$(3.6) \quad \frac{p_1}{p_2} = K(\omega) e^{\alpha(x_2-x_1)},$$

avec :

$$(3.7) \quad K(\omega) = \frac{\left\{ \left\{ 1 + R_L^2 e^{-4\alpha(L-x_1)} + 2R e^{-2\alpha(L-x_1)} \cos 2\omega[(L-x_1)/c] \right\}^{1/2} \right\}}{1 + R_L}$$

Si on suppose en première approximation que α et c sont indépendants de la fréquence, la fonction $K(\omega)$ devient une fonction explicite de la fréquence et passe par un minimum quand $\cos 2\omega[(L-x_1)/c]$ est égal à -1 (soit pour la pulsation $\omega = \omega_1$) et par un maximum quand $\cos 2\omega[(L-x_1)/c]$ est égal à $+1$ (soit pour la pulsation $\omega = \omega_2$).

Sur les courbes expérimentales de $|p_1/p_2|$ (fig. 5), il est possible de déterminer les fréquences auxquelles se situent le minimum et le maximum relatif et d'en déduire à l'aide des relations précédentes deux célérités c_1 et c_2 .

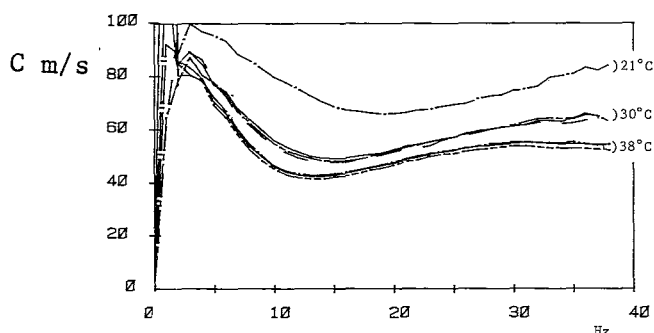


Fig. 3. — Célérité brute des ondes calculée à partir de la différence des phases en x_1 et x_2 .

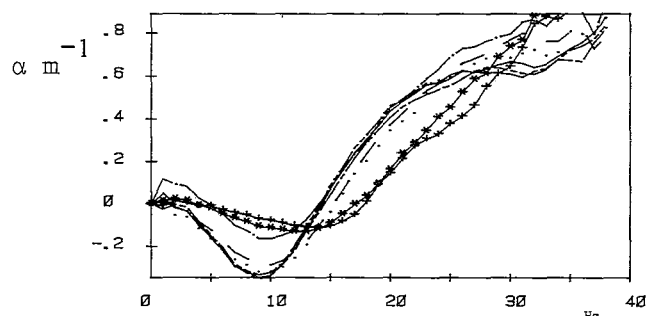


Fig. 4. — Amortissement des ondes calculé à partir du rapport des amplitudes en x_1 et x_2 . Notez la distorsion aux fréquences inférieures à 10 Hz.

Considérons une onde :

$$p_i(x, t) = p_i e^{-\alpha x} \cos\left(\omega t - \omega \frac{x}{c}\right)$$

se propageant selon les $x > 0$ et réfléchi en $x=L$. L'onde qui résulte de la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie s'écrit [7] :

$$(3.4) \quad p(x, t) = p_i(x, t) \times [1 + R_L e^{-2(L-x)(\alpha + i(\omega/c))}],$$

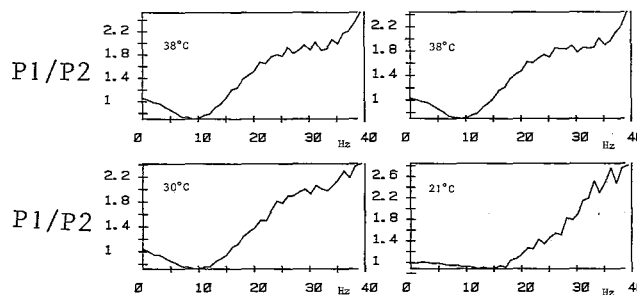


Fig. 5. — Rapport des modules des impulsions mesurées en x_1 et x_2 pour trois températures.

La célérité c et l'amortissement α étant en fait des fonctions faiblement croissantes de la fréquence, le minimum et le maximum relatif du rapport $|p_1/p_2|$ ne correspondent pas exactement aux valeurs de cosinus ± 1 . c_1 et c_2 sont donc une approximation de la célérité c aux fréquences ν_1 et ν_2 .

Les célérités ainsi obtenues pour trois températures sont portées dans le tableau II. Elles y sont aussi comparées avec les célérités du « pied de l'onde » correspondantes.

En reportant c_1 et c_2 sur les courbes de célérités (fig. 6), on constate qu'elles coïncident avec la partie

TABLEAU II

θ (°C)	v_1	v_2	c_1	c_2	« Pied de l'onde »
38	8	25	32	50	74 ± 9
30	10	30	40	60	90 ± 17
21	12	38	48	76	110 ± 26

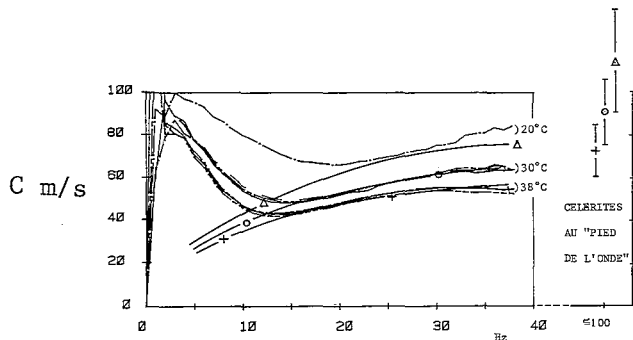


Fig. 6. — Comparaison entre les célérités issues des mesures brutes et les célérités après correction des perturbations apportées par l'onde réfléchie pour les trois températures : + pour 38°C, O pour 30°C et Δ pour 21°C. A droite sont portées les vitesses « au pied de l'onde », avec leur barre d'incertitude. Elles correspondent aux célérités aux environs de 100 Hz.

centrale de ces courbes, et sont aussi en accord avec les célérités aux environs de 100 Hz estimées par la méthode du « pied de l'onde ».

Remarquons encore que l'expression :

$$\frac{1}{x_2 - x_1} \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$$

tracée sur la figure 4 est égale à $\alpha + \ln(K(\omega))$ et passe donc bien par un minimum au voisinage de $K(\omega)$ minimal.

4. CONCLUSION

La mesure des pressions dans de petits conduits ne permet pas d'employer des capteurs dont le diamètre soit très petit devant celui du tube (dans notre cas $D_{\text{cond}}/D_{\text{capt}}=4$). On ne peut donc pas supposer

a priori que la perturbation apportée par la prise de mesure soit négligeable. Une méthode est donc indispensable pour s'assurer de l'absence d'onde réfléchie. Dans le cas où le capteur se révèle être un site de réflexion, le procédé proposé dans cet article permet de reconstituer la courbe de célérité avec une précision de l'ordre de 10%. De même les amortissements peuvent être obtenus en résolvant l'équation (3.6) par une double itération sur R_L et α , la valeur de départ de R_L étant calculée pour v_1 à partir de (3.6) en supposant $\alpha=0$.

A partir de R_L , il est alors possible de connaître la pression au niveau du deuxième capteur en l'absence de réflexion et de vérifier *a posteriori* la linéarité de l'écoulement à l'aide du critère du paragraphe 1.

Dans le cas particulier où R_L est positif, il est possible de conclure directement à la linéarité si la pente du front de p_2 est inférieure à la pente du front de p_1 , cette inégalité étant vérifiée *a fortiori* en l'absence de réflexion.

REMERCIEMENTS

Jean-Pierre Renaudeau a été associé, lors de nombreuses discussions, à l'évolution de ces idées. Il a ma reconnaissance pour ses fructueuses suggestions.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] W. FLUGGE, *Viscoelasticity*, 2^e éd., Springer Verlag.
- [2] J. LORENZ et H. ZELLER, An analogous treatment of wave propagation in liquid-filled elastic tubes and gas-filled rigid tubes, *Int. Conf. on Pressure Surges*, Canterbury, BHRA, Paper B-5, 6-8 Septembre 1972.
- [3] E. MEISSNER, Berechnung pulsierender Strömung in Systemen aus Kunststoffleitungen mit Berücksichtigung von Reibungsverlusten, *Forsch. Ing. Wes.*, **43**, 2, 1977.
- [4] R. SKALAK, Wave Propagation in Blood Flow, *A.S.M.E. Biomechanics*, November 1966.
- [5] ERBER (BONIS, RENAUDEAU, RIBREAU), *La Mesure des Pressions : Manomètres et Capteurs*, Masson, Paris, 1983.
- [6] J. MAX, *Traitement du signal et applications aux mesures physiques*, Masson, 1980.
- [7] U. GESSNER, *Vascular Input Impedance*.