

Analyse du clustering dans une mésostructure et son impact sur la rupture dynamique du béton

Silvère Pierre, Fabrice Gatuingt

▶ **To cite this version:**

Silvère Pierre, Fabrice Gatuingt. Analyse du clustering dans une mésostructure et son impact sur la rupture dynamique du béton. 22 ème Congrès Français de Mécanique , Aug 2015, Lyon, France. hal-01623741

HAL Id: hal-01623741
https://hal.science/hal-01623741

Submitted on 25 Oct 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Analyse du clustering dans une mésostructure et son impact sur la rupture dynamique du béton

Silvère PIERRE[*a] , Fabrice GATUINGT[a]

a. LMT (ENS Cachan, CNRS, Université Paris Saclay) 61, Avenue du Président Wilson, 94235 Cachan, France
*. Corresponding author : pierre@lmt.ens-cachan.fr

Résumé :

Dans ce papier, un outil d'analyse de la qualité des mésostructures est présenté. Il a été modifié pour obtenir une mesure de la densité local d'éléments dans les mésostructures de béton. De cet mesure local, on propose une méthode de prédiction de la fissuration dans le béton, en terme de nucléation et de propagation, lors de sollicitations dynamiques. Les prédictions que l'on peut faire sont comparées à des simulations de traction dynamique avec le code de calcul Akantu.

Abstract :

In this paper, a tool to evaluate meso-structures' quality is presented. This tool is modified to produce a local measurement of the element density in a matrix. From this local value, a prediction method is proposed for crack nucleation and propagation in concrete under dynamic loading. The predictions that can be obtain with this method are then compared to results from numerical simulmations of dynamic traction using Akantu Finite Elements code.

Mots clefs :
mésostructure - béton - simulation - cohésif - dynamique

1. Introduction

La représentation explicite de la mésostructure des bétons permet d'étudier l'influence des différentes phases du matériau et de leur interface sur son comportement mécanique.

Hormis le gain en représentativité, cette démarche peut permettre d'étudier les mécanismes physiques à l'origine des non-linéarités du matériau observées expérimentalement. Dans cette étude, le choix a été fait de dif-

férencier pâte de ciment et granulats pour mieux étudier leur rôle sur les phénomènes inertiels et les mécanismes de fissuration principalement.

Il est en effet bien connu que la représentation de la mésostructure granulaire du béton permet de retrouver certains effets macroscopiques [1], [2].

Plusieurs hypothèses peuvent ainsi être faite quant au rôle des inclusions dans les mécanismes de ruptures dynamiques :

— création de zone de faiblesse dans la structure et augmentation locale des contraintes,
— modification du trajet des fissures,
— et représentation de la dispersion des résultats et des effets d'échelle.

Toutes ces conclusions sont subordonnées à une bonne représentation de la mésostructures du béton. L'objectif de ce papier est de présenter la méthode de représentation utilisée puis les outils d'analyse qui ont été développés pour étudier l'impact de la mésostructure sur les propriétés mécaniques. Les outils de simulations numériques mis en œuvre pour représenter la fissuration seront détaillés et les résultats seront comparés aux prédictions issues des outils d'analyse des mésostructures.

2. Représentation du béton

Les fissures ont une forte tendance à s'initier à l'interface avec ces inclusions. Parmi les causes généralement avancées pour expliquer ce processus de fissuration, on trouve :

— le module d'Young de la pâte de ciment et des inclusions est différent, ce qui peut provoquer des incompatibilités de déplacements,
— une couche poreuse et riche en eau se développe au contact des granulats, les auréoles de transitions, ou ITZ (voir [3]), sa plus faible résistance engendre une faiblesse locale du matériau composite,
— et les formes des inclusions favorisent les concentrations locales de contraintes, l'effet pouvant se conjuguer à celui d'inclusions voisines.

Et lorsque les fissures commencent à apparaître, la disposition des inclusions va influer pour la coalescence. La direction de propagation étant en générale celle de la zone la plus endommagée ou la plus affaiblie, dans le champ de fortes contraintes en pointe de fissure.

Un autre aspect important est que le champ de contraintes devient hétérogène, ce qui favorise l'apparition de multi-fissuration lorsque les vitesses de déformation deviennent assez grandes.

2.1. Techniques de génération de mésostructures

Les choix effectués pour la génération et le placement des inclusions sont très importants pour la représentation des comportements macroscopiques du béton.

Les informations expérimentales sur les morphologies réelles de béton peuvent être synthétisées de la manière suivante :

— les inclusions ne se touchent que rarement, contrairement à ce que l'on trouve généralement dans les milieux granulaires, car lors de l'hydratation du béton, des hydrates vont venir se former rapidement sur les surfaces des inclusions solides [3],

— la microstructure des bétons est complexe et on ne peut représenter que les *grosses* inclusions et non toutes les phases du matériau (sable, grains anhydres,...) sous peine de faire face à un fort coût numérique et de devoir multiplier grandement le nombre des paramètres d'entrées. Cette étude se voulant la plus générique possible, il a été décidé de s'arrêter à l'échelle mésoscopique la plus grossière pour tirer des conclusions sur l'agencement des plus grosses particules uniquement.

On trouve dans la littérature plusieurs familles de méthodes pour générer des inclusions permettant de représenter les différentes phases d'une mésostructure de béton. Parmi ces méthodes, on peut trouver les simplistes inclusions sphériques [1] [4] [5], les inclusions ellipsoïdales enrichies [6], ou encore les très complètes inclusions générées par des descripteurs de Fourier [7].

Pour la répartition de ces inclusions, le choix est encore plus divers avec la masse des algorithmes de générations de milieux granulaires tels que les algorithmes dynamiques (gravitational [8], compaction [9], expansion radiale [10], ...) ou les algorithmes géométriques (deposition ballistique [11], maillage tétrahédrique[12] [13], ...).

En raison du contact entre inclusions qui est recherché dans les milieux granulaires, il ne semble pas justifié d'utiliser les algorithmes issus de ce domaine. Dans le cas des mésostructures de béton, les choix les plus fréquemment faits sont l'algorithme de *Random Sequential Adsorption* (RSA) [4] [14] ou l'exploitation des polygones de Voronoï pour le placement [15].

Pour notre étude, le choix qui a été fait et qui sera détaillé dans la partie 2.2 est de placer avec l'algorithme RSA des inclusions circulaires.

2.1.1. Génération des inclusions circulaires

La méthode la plus courante pour générer des inclusions est de simplifier leur forme au maximum. Le choix de nombreux auteurs s'est donc porté vers les inclusions elliptiques et plus particulièrement les inclusions sphériques [1] [4] [5].

Cette approche est d'autant plus intéressante que certaines méthodes d'homogénéisation classiques telles que Mori-Tanaka [16] sont particulièrement adaptées à l'étude de telles formes.

Les rayons des inclusions sont le plus souvent calculés pour coller à une courbe granulométrique (pour le cas des granulats), soit par un fitting de cette courbe avec une loi de probabilité, soit en discrétisant la courbe de granulométrie en un ensemble de classes d'inclusions de même mesure comme l'ont fait certains auteurs comme [1] [17].

Les avantages majeurs de ce type d'approche sont que :

— l'implémentation est simple et permet des résultats rapides,
— et l'aspect se rapproche de certains matériaux modèles sur lesquels il existe des résultats expérimentaux fiables.

Mais en contre partie :

— les concentrations de contraintes sont sous-estimées ce qui retarde la rupture,
— le caractère radialement symétrique autorise de fortes rotations lorsqu'on représente une décohésion d'une inclusion pleine,
— et l'aspect est assez éloigné des granulats classiques ce qui pose la question de la représentativité des résultats.

2.1.2. Placement avec l'algorithme RSA

La méthode baptisée *Random Sequential Adsorption* ou RSA est de loin celle qu'on trouve le plus souvent dans la littérature pour le placement d'inclusions dans une matrice. De par sa simplicité et du peu d'informations nécessaires sur la répartition réelle des inclusions, il est aisé de la mettre en place d'un point de vue numérique.

L'idée de base de la méthode est de venir placer les inclusions une à une (séquentiellement) de manière aléatoire. Le placement est conditionné par la non-superposition avec un élément précédément placé et est définitif. Cette méthode est très discutée dans la bibliographie si bien que ses caractéristiques morphologiques sont plutôt bien connues [18] [19] [20], ce qui n'empêche pas certains auteurs de la réinventer régulièrement [21] [22]. Il n'en demeure pas moins que cette méthode donne des résultats rapides et connaît un fort succès, même dans des études récentes :

[1] [4] [5] [14] [17] [23]

Bien qu'elle soit souvent utilisée avec une génération d'inclusions circulaires, on peut trouver des inclusions de formes différentes placées avec cet algorithme [6] [24]. Il faut noter que l'on perd alors l'avantage principal de cet algorithme de placement, sa simplicité, car il peut être fastidieux de détecter la superposition.

2.2. Choix de représentation

Un des objectifs de cette étude est de s'intéresser à l'influence du placement des inclusions dans les mésostructures sur les propriétés mécaniques et les mécanismes de fissuration. Considérer des formes d'inclusions particulières introduirait des perturbations difficilement quantifiables dans la mesure de l'influence du placement.

Il a donc été choisi d'utiliser des inclusions circulaires ce qui devrait sous-estimer les concentrations de contraintes mais permettra d'analyser quantitativement l'influence du placement.

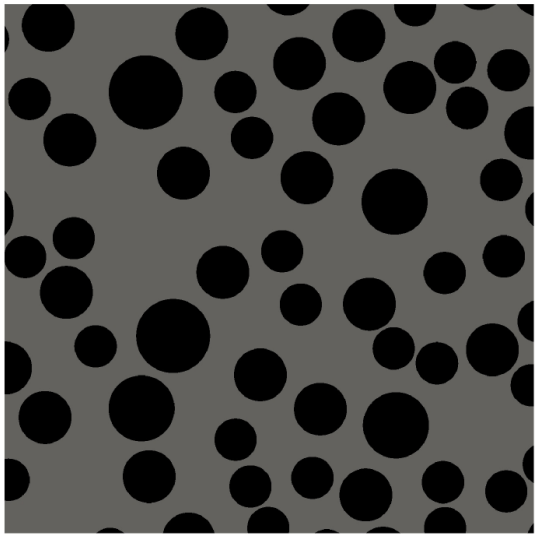


FIGURE 1 – Exemple de mésostructure générée

Pour la répartition de ces inclusions circulaires dans la surface de la mésostructure, le choix d'utiliser l'algorithme de placement de type RSA est contestable car bien qu'il garantisse l'isotropie de la répartion des inclusions, ce processus de placement est déconnecté des procédés et des mécanismes physiques mis en jeu lors du coulage d'un béton et son hydratation. Ce choix pourra être reconsidéré quand l'occasion se présen-

tera, mais la profusion d'auteurs l'utilisant à ce jour pour le béton laisse à penser que c'est un compromis acceptable. Notamment en raison du nombre de paramètres à rajouter autrement.

Inclusions	**r** [mm]	**F** [$\%$]
Granulats	7.00	2.38
	6.25	3.98
	5.00	16.71
	4.00	14.32

TABLE 1 – Classes d'inclusions définies par leur rayon équivalent et leur fraction surfacique

Le type de morphologie que l'on peut ainsi obtenir pour notre mésostructure est illustré sur la Figure 1. Ce tirage de $15 \times 15cm$ a été obtenu en s'appuyant sur une granulométrie réaliste dont la discrétisation choisie est détaillée dans la Table 1.

Plusieures classes de granulats de rayons inférieurs à $4mm$ (et totalisant 32% de la fraction surfacique) n'étant pas représentée.

3. Analyse géométrique des mésostructures

L'inconvénient majeur de la génération aléatoire de mésostructures est qu'il peut être difficile d'étudier les répartitions obtenues.

Pourtant lier les informations obtenues lors de simulations numériques à l'agencement des inclusions peut apporter des informations sur les mécanismes de fissuration.

De plus, comme précisé dans le paragraphe précédent, il peut être judicieux de vérifier la qualité des mésostructures générées.

3.1. Une mesure de la qualité de la répartition

Afin de mesurer la qualité des générations, un outil mathématique est proposé : la fonction de Ripley.

Cette fonction introduite par Ripley [25] est un indicateur spatial proche des fonctions *nearest-neighbor distribution* [26] et *pair correlation* [27]. Elle s'exprime comme

$$K(t) = \lambda^{-1} E[N(t)] \tag{1}$$

où :

— $N(t)$ correspond au nombre d'événements dans un rayon t d'un événement aléatoirement choisi (illustré sur la Figure 2)

— λ représente la densité d'évéments

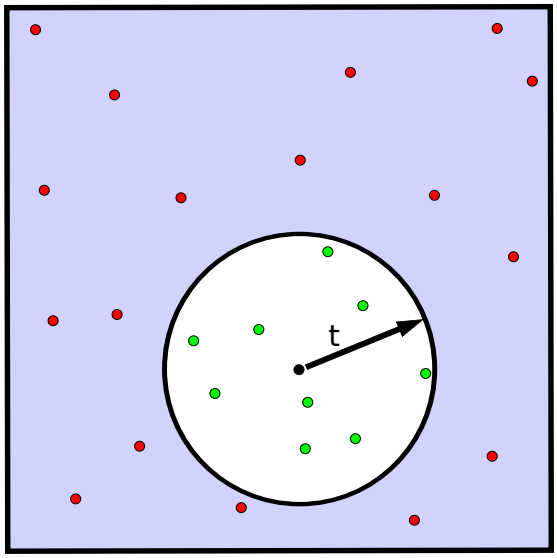


FIGURE 2 – Principe de la fonction K(t)

Cette mesure introduit donc un rayon d'influence, t.

Dans un contexte où la dispersion des événements, des inclusions dans notre cas, est parfaitement isotrope et suis une loi uniforme de distribution, un résultat connu est attendu [28] :

$$K(t) = \pi t^2 \tag{2}$$

Toute déviation par rapport à ce résultat théorique permet d'identifier un défaut dans la qualité de notre mésostructure.

Pour mesurer numériquement cette quantité, on ne peut que calculer un estimateur $\hat{K}(t)$ qui s'exprime pour une population d'éléments e comme :

$$\hat{K}(t) = \hat{\lambda}^{-1} \sum_{i}^{N_{elements}} \sum_{i \neq j}^{N_{elements}} \frac{\mathrm{I}(d_{i,j} < t)}{N_{elements}} \tag{3}$$

Avec :

— $d_{i,j}$, représente la distance entre les éléments de la mésostructure e_i et e_j (ici des granulats)

— $\mathrm{I}(condition)$, représente un indicateur valant 1 si condition est vraie, 0 sinon
— t, représente le rayon d'influence
— $N_{elements}$, représente le nombre d'éléments dans la mésostructure

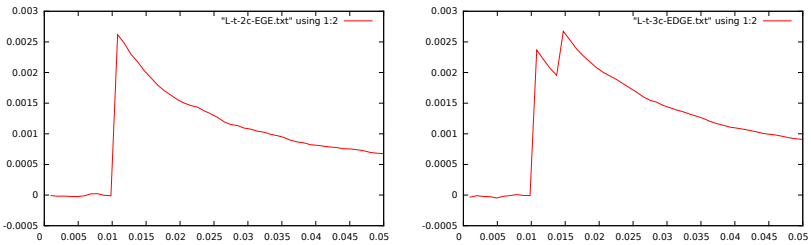
Pour faciliter l'analyse de la qualité de la répartition, une fonction a été introduite par Dixon [28] pour détecter rapidement les déviations par rapport à la valeur idéale $K(t) = \pi t^2$:

$$\hat{L}(t) = [\hat{K}(t)/\pi]^{1/2} \tag{4}$$

Ainsi tracer $\hat{L}(t) - t$ donne visuellement les déviations par rapport au cas uniforme isotrope.

Cette méthode est très efficace pour identifier des longueurs de corrélation. Pour tester cela, deux dispersions ont été générées pour une surface de $1 \times 1m$:

— la première où les éléments ont été placés deux à deux, avec une distance de $0.01m$,
— la seconde où les éléments ont été placés trois à trois, pour former un triangle isocèle dont les côtés mesurent $0.01m$ et $0.015m$.



(a) Avec une longueur de corrélation (b) Avec deux longueurs de corrélation

FIGURE 3 – Impact de longueur de corrélation sur $\hat{L}(t) - t$

La Figure 3 fait apparaître l'effet de l'introduction de ces longueurs de corrélation dans la dispersion.

Bien que pratique pour évaluer la qualité de la mésostructure de manière globale, la fonction $\hat{K}(t)$ de Ripley est affectée par les effets de bord.

Pour palier aux effets de bord, Dixon [28] décrit une méthode de pondération :

$$\hat{K}(t) = \hat{\lambda}^{-1} \sum_{i}^{N_{elements}} \sum_{i \neq j}^{N_{elements}} w \frac{\mathrm{I}(d_{i,j} < t)}{N_{elements}} \tag{5}$$

où le poids w introduit dans l'expression peut permettre de minimiser l'influence des bords sur la mesure, par exemple :

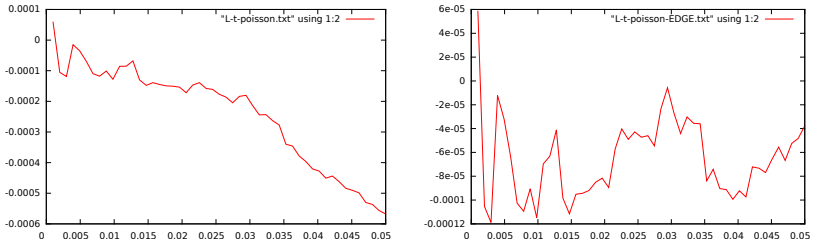
$$w = w_{edge}(\underline{x}_{e_i}, t) = \frac{\pi t^2}{S_i^{reelle}(t)} \tag{6}$$

avec

— $\underline{x}_{e_i}$ représente la position spatiale de la particule e_i

— $S_i^{reelle}(t)$ représente la surface du cercle de rayon t centré sur la particule e_i qui est dans la surface d'étude

L'efficacité a été testée sur un échantillon de 10000 points uniformément dispersés dans une surface carrée. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure 4.



(a) Sans correction w_{edge} (b) Avec correction w_{edge}

FIGURE 4 – Impact de la pondération sur $\hat{L}(t) - t$

On observe que l'utilisation du poids w_{edge} a permis de gommer complètement la déviation progressive de l'indicateur $\hat{L}(t) - t$ de sa valeur attendue. On peut ainsi retrouver avec une relativement bonne précision la valeur théorique de 0 valable pour une population infinie avec une dispersion ne contenant que 10000 points.

3.2. Un indicateur du clustering

Comme indiqué, la fonction $K(t)$ et son estimateur ne fournissent qu'une mesure globale de la qualité de la dispersion.

Ils ne prennent pas en compte la taille des inclusions, et ne permettent pas de considérer l'échelle locale.

Pourtant, l'agencement des inclusions a un fort impact sur les zones de contraintes, les faiblesses du matériau et donc sur sa fissuration.

Dans les travaux qui nous intéressent, les nucléations de fissures et le trajet de fissuration sont les phénomènes étudiés. Et si observer l'influence de la mésostructure sur ces variables peut sembler évident, on

peine pourtant à quantifier cette influence.

Pour cela, un indicateur locale de clustering est introduit et dérive de la fonction de Ripley : on exploite la partie locale de l'expression de $\hat{K}(t)$:

$$\hat{C}(\underline{x}_{e_i}, t) = \sum_{i \neq j}^{N_{elements}} w(\underline{x}_{e_i}, t) \mathrm{I}(d_{i,j} < t) \tag{7}$$

Cependant, avec cette définition, cette quantité n'est mesurée que sur les inclusions e_i. Ce qui en fait un résultat peu représentatif, et difficile à manier.

C'est pourquoi une autre définition de l'indicateur de clustering, plus générale et définie en tout point de l'espace étudié est proposée :

$$C(\underline{x}, t) = \sum_{j}^{N_{elements}} w(\underline{x}, t) \mathrm{I}(d_{\underline{x},j} < t) \tag{8}$$

Un exemple de carte de clustering que l'on peut observer avec cette indicateur a été généré en utilisant une dispersion de particules uniformément réparties dans un carré sur la Figure 5.

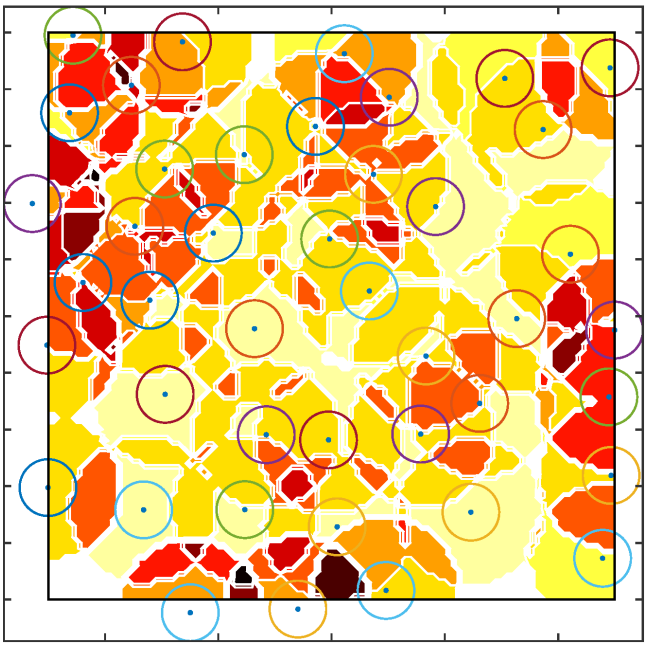


FIGURE 5 – Carte de clustering pour une répartition aléatoire

Sur cette figure, on peut observer la variation de l'indicateur dans l'espace, en utilisant un rayon d'influence égal à $t = 3 \times r_{inclusions}$. Le plus la valeur locale est élevée, le plus la couleur le représentant est foncée.

Cependant, il a été observé que la justesse de cet indicateur dépend fortement de la valeur du rayon d'influence t choisi.

En effet, si le rayon est trop grand par rapport aux dimensions des clusters, l'indicateur indiquera la présence d'un fort cluster fantôme entre les clusters les plus proches. Au contraire, si le rayon d'influence est choisi trop petit par rapport aux inclusions, aucun cluster ne sera détecté.

4. Comparaison avec les simulations numériques

Pour mesurer la pertinence de l'indicateur proposé dans cette étude, les prédictions que l'ont peut tirer de l'indicateur proposé sont comparées aux profils de fissuration obtenus lors de simulation numérique de traction dynamique sur un matériau modèle.

4.1. Cadre numérique

Pour simuler le comportement des mésostructures, nous nous sommes appuyés sur la méthodedes Éléments Finis. La rupture est représentée à l'aide d'éléments cohésifs en exploitant l'approche extrinsèque développée par [29] et [30] qui permet de contourner le problème d'altération des propriétés mécaniques observées quand les éléments d'interface peuvent se déformer avant rupture [31]. Les éléments d'interface représentant la décohésion cohésive sont alors insérés dynamiquement au cours de la simulation dès qu'un certain critère, ici de traction, est respecté. Le code de calcul Akantu [33] où ces méthodes sont implémentées a été utilisé pour les simulations.

La loi de traction-séparation utilisée est celle très classique introduite par Camacho et Ortiz [34] et représentée sur la Figure 6) qui lie la perte de reprise de charge à la distance effective (scalaire) δ entre les lèvres de la fissure. La méthode utilisée est plus amplement détaillée dans [1] ou [15].

Inclusions	$\boldsymbol{\rho}$ $[kg/m^3]$	$\boldsymbol{E}$ $[Pa]$	$\boldsymbol{\nu}$ [-]
Granulats	$2.7E+3$	$7.5E+10$	0.2
Ciment	$2.22E+3$	$2.5E+10$	0.2

TABLE 2 – Paramètres élastiques des différents matériaux

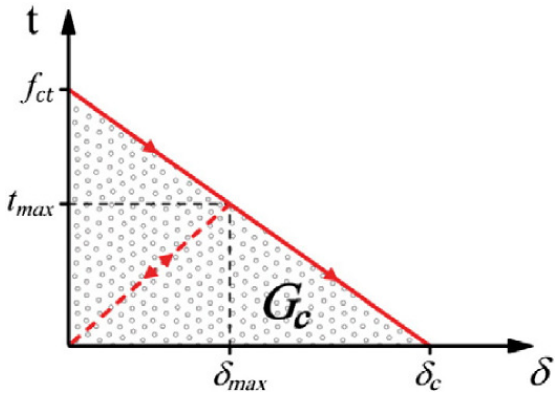


FIGURE 6 – Loi cohésive proposée par [34] (source [15])

Pour toutes les simulations présentées, les mêmes paramètres matériaux seront utilisés et sont présentés dans la Table 2. Ils correspondent au comportement élastique des éléments du maillage de départ.

Matériau	$\boldsymbol{\sigma_c}$ $[Pa]$	$\boldsymbol{G_c}$ $[N/m]$	$\boldsymbol{\beta}$ [-]
Granulats	$1.0E+7$	60	1
Ciment	$4.0E+6$	50	1
Interface	$2.4E+6$	30	1

TABLE 3 – Paramètres contrôlant la décohésion

Les paramètres permettant de piloter les lois de décohésion sont quand à eux présentés dans la Table 3. Le rôle des paramètres est explicité dans [1], mais il suffit pour cette étude de préciser qu'ils sont responsables de l'évolution de la dégradation et du comportement des interfaces qui sont insérées au cours de la simulation pour représenter la rupture cohésive du matériau.

4.2. Comparaison avec les simulations numériques

Les prédictions que l'on peut obtenir avec l'outil d'analyse locale développé dans la partie 3 vont donc être comparées aux faciès de fissuration obtenus grâce à la méthode de calculs décrite dans la partie précédente.

Comme indiqué au début du paragraphe, la mésostructure qui est utilisée sera un matériau modèle. Il ne comporte qu'une classe d'inclusions d'un même diamètre $d = 5mm$ représentant 30% de la fraction surfa-

cique d'un carré de côté $5cm$. Le chargement imposé est une vitesse de déformation constante aux bords de $\dot{\varepsilon} = 1s^{-1}$.

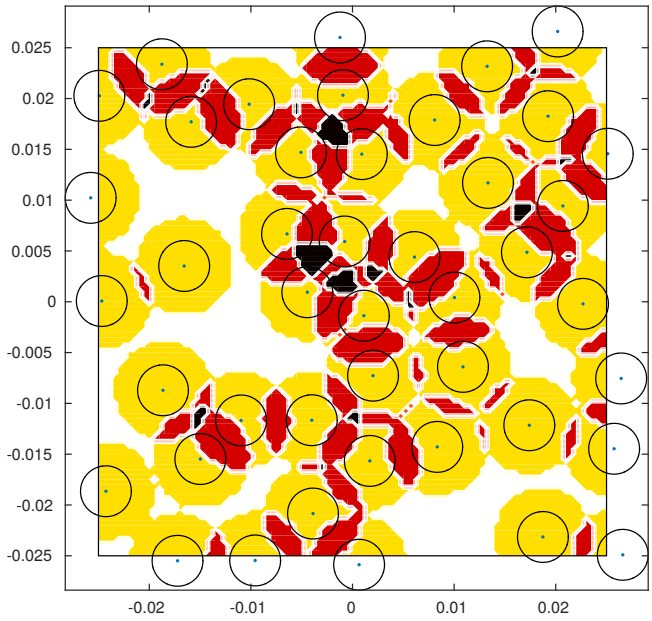


FIGURE 7 – Carte de l'indicateur C

Le résultat de l'analyse géométrique de la mésostructure qui a été soumise au test de traction dynamique est présenté sur la Figure 7. Pour calculer l'indicateur de clustering $C(\underline{x}, t)$, une portée $t = d = 5mm$ a été utilisée, sans pondération (i.e. $w = 1$). Il a en effet été observé que prendre des rayons d'observation de l'ordre du diamètre des particules produit les cartes les plus prédictives.

Sur la Figure 8, on peut observer le faciès de fissuration obtenu lorsque le chargement est appliqué dans le sens horizontal. Si on s'intéresse à la fissuration dans le sens vertical, que l'on attend avec ce type de chargement, on observe une bande de forte valeur de l'indicateur $C(\underline{x}, t)$ sur la Figure 7, traversant l'éprouvette en son milieu là où l'éprouvette a fissuré. De plus, sur le bord de l'éprouvette, là où les fissures s'amorcent, l'indicateur présente également de fortes valeurs.

Pour la seconde fissure que l'on peut observer sur la droite de la Figure 8, elle semble également correspondre à une zone de clustering relativement important situé en face d'un bord (ici, le bord supérieur) où une forte de l'indicateur $C(\underline{x}, t)$ est détectée.

Sur la Figure 9, c'est le faciès de fissuration obtenu lorsque le charge-

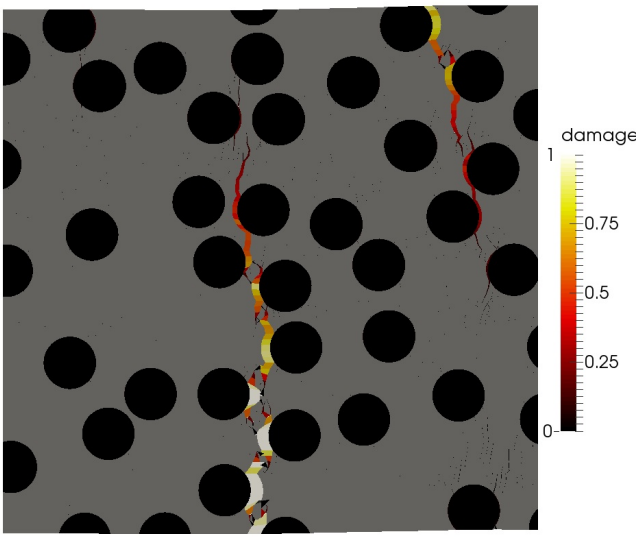


FIGURE 8 – Profil de fissuration en traction horizontale (déplacements amplifiés)

ment est appliqué verticalement qui est présenté. Ici, la fissuration dans le sens horizontal est attendue, et on peut voir trois zones principales d'intérêt où les valeurs de $C(\underline{x}, t)$ sur la Figure 7 semblent prédire une possible fissuration : en haut à gauche, en bas à gauche et au milieu à droite. Ces zones sont moins clairement apparentes que pour l'autre direction préférentielle de fissuration, mais on retrouve le même schéma que précédemment : un fort cluster situé en face d'un bord où une forte valeur de l'indicateur local $C(\underline{x}, t)$ est détectée.

Sur le profil de fissuration obtenu par simulation numérique, on retrouve clairement deux fissures aux endroits identifiées. Ce que l'on ne peut observer cependant sur cette image, c'est que les interfaces ciment-granulat sont également fortement dégradées au niveau de la troisième zone (en haut à gauche), même si la fissure n'a pas pu se développer en raison de la concurrence avec les autres fissures qui se sont initiées avant elle.

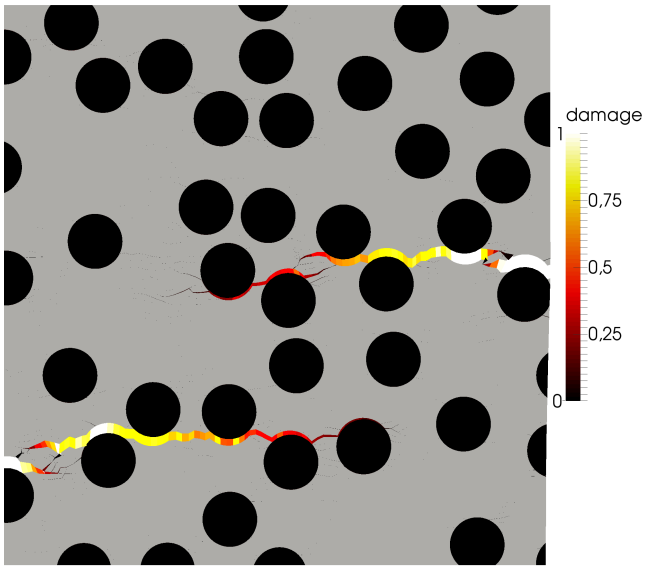


FIGURE 9 – Profil de fissuration en traction verticale (déplacements amplifiés)

5. Conclusion

Un indicateur de qualité d'une répartition, la fonction de Ripley, a été présenté et utilisé pour créer un nouvel indicateur. Cet indicateur fourni une mesure locale du clustering et semble donner de bonnes indications sur la prédiction des initiations et propagations de fissures, sous réserve d'être bien paramétré.

Cependant, cet outil fourni encore des informations très brutes et difficilement exploitables dans un cas plus complexe qu'un chargement uniaxiale.

Cet indicateur a donc un potentiel important qu'il sera intéressant de coupler avec les états de contraintes du matériau pour aboutir à une prédiction plus systématique de la fissuration.

Il faut également rappeler que des pondérations pour le calcul de l'indicateur local, autres que celle décrites dans cette étude existent ou sont envisageables. Il pourrait être intéressant de jouer sur le poids pour modifier l'influence des différentes particules entre elles en fonction de leur position ou de leur nature.

Références

[1] Fabrice GATUINGT, Léonardo SNOZZI, and Jean-François MOLINARI. Numerical determination of the tensile response and the dissipated fracture energy of concrete : role of the mesostructure and influence of the loading rate. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(18) :3112–3130, 2013.

[2] RR PEDERSEN, A SIMONE, and LJ Sluys. Mesoscopic modeling and simulation of the dynamic tensile behavior of concrete. *Cement and Concrete Research*, 50 :74–87, 2013.

[3] Bouthaina LARBI. *Caractérisation du transport diffusif dans les matériaux cimentaires : influence de la microstructure dans les mortiers*. PhD thesis, Université Paris-Est, 2013.

[4] Y HAO, H HAO, and XH ZHANG. Numerical analysis of concrete material properties at high strain rate under direct tension. *International Journal of Impact Engineering*, 39(1) :51–62, 2012.

[5] XQ ZHOU and H HAO. Mesoscale modelling of concrete tensile failure mechanism at high strain rates. *Computers & Structures*, 86(21) :2013–2026, 2008.

[6] Stefan HÄFNER, Stefan ECKARDT, Torsten LUTHER, and Carsten KÖNKE. Mesoscale modeling of concrete : Geometry and numerics. *Computers & structures*, 84(7) :450–461, 2006.

[7] Guilhem MOLLON and Jidong ZHAO. 3d generation of realistic granular samples based on random fields theory and fourier shape descriptors. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 279 :46–65, 2014.

[8] Simo SIIRIÄ and Jouko YLIRUUSI. Particle packing simulations based on newtonian mechanics. *Powder technology*, 174(3) :82–92, 2007.

[9] Piet STROEVEN and Martijn STROEVEN. Assessment of packing characteristics by computer simulation. *Cement and Concrete Research*, 29(8) :1201–1206, 1999.

[10] Boris D LUBACHEVSKY and Frank H STILLINGER. Geometric properties of random disk packings. *Journal of Statistical Physics*, 60(5-6) :561–583, 1990.

[11] Radii M KADUSHNIKOV and Eugenii Yu NURKANOV. Investigation of the density characteristics of three-dimensional stochastic packs

of spherical particles using a computer model. *Powder Metallurgy and Metal Ceramics*, 40(5-6) :229–235, 2001.

[12] Jean-François Jerier, Didier Imbault, Frederic-Victor Donze, and Pierre Doremus. A geometric algorithm based on tetrahedral meshes to generate a dense polydisperse sphere packing. *Granular Matter*, 11(1) :43–52, 2009.

[13] Liang Cui and Catherine O'Sullivan. Analysis of a triangulation based approach for specimen generation for discrete element simulations. *Granular Matter*, 5(3) :135–145, 2003.

[14] Matthieu Briffaut, Farid Benboudjema, Christian Laborderie, and J-M Torrenti. Creep consideration effect on meso-scale modeling of concrete hydration process and consequences on the mechanical behavior. *Journal of Engineering Mechanics*, 139(12) :1808–1817, 2013.

[15] Leonardo Snozzi, Antonio Caballero, and Jean-François Molinari. Influence of the meso-structure in dynamic fracture simulation of concrete under tensile loading. *Cement and Concrete Research*, 41(11) :1130–1142, 2011.

[16] Y Benveniste. A new approach to the application of mori-tanaka's theory in composite materials. *Mechanics of materials*, 6(2) :147–157, 1987.

[17] Gianluca Cusatis, Zdeněk P Bažant, and Luigi Cedolin. Confinement-shear lattice csl model for fracture propagation in concrete. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 195(52) :7154–7171, 2006.

[18] Einar L Hinrichsen, Jens Feder, and Torstein Jøssang. Geometry of random sequential adsorption. *Journal of statistical physics*, 44(5-6) :793–827, 1986.

[19] FL Román, JA White, and S Velasco. Probability distribution function for the random sequential adsorption of hard-disks. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 233(1) :283–292, 1996.

[20] Marian Manciu and Eli Ruckenstein. Estimation of the available surface and the jamming coverage in the random sequential adsorption of a binary mixture of disks. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 232(1) :1–10, 2004.

[21] Zdenek P Bažant, Mazen R Tabbara, Mohammad T Kazemi, and Gilles Pijaudier-Cabot. Random particle model for fracture of aggregate or fiber composites. *Journal of engineering mechanics*, 116(8) :1686–1705, 1990.

[22] Dung Nguyen, Claire Lawrence, Christian La Borderie, Mohammed Matallah, and Georges Nahas. A mesoscopic model for a better understanding of the transition from diffuse damage to localized damage. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 14(6-7) :751–776, 2010.

[23] JX Liu, SC Deng, J Zhang, and NG Liang. Lattice type of fracture model for concrete. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 48(3) :269–284, 2007.

[24] Leonardo Snozzi, Fabrice Gatuingt, and Jean-François Molinari. A meso-mechanical model for concrete under dynamic tensile and compressive loading. *International journal of fracture*, 178(1-2) :179–194, 2012.

[25] BD Ripley. Tests of randomness' for spatial point patterns. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pages 368–374, 1979.

[26] Brian D Ripley. *Spatial statistics*, volume 575. John Wiley & Sons, 1981.

[27] Dietrich Stoyan and Helga Stoyan. *Fractals, random shapes, and point fields : methods of geometrical statistics*. Wiley Chichester, 1994.

[28] Philip M Dixon. Ripley's k function. *Encyclopedia of environmetrics*, 2002.

[29] A. Pandolfi and M. Ortiz. An efficient adaptive procedure for three-dimensional fragmentation simulations. *Engineering with Computers*, 18(2) :148–159, 2002.

[30] Katerina D. Papoulia, Chin-Hang Sam, and Stephen A. Vavasis. Time continuity in cohesive finite element modeling. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 58(5) :679–701, 2003.

[31] J. F. Molinari, G. Gazonas, R. Raghupathy, A. Rusinek, and F. Zhou. The cohesive element approach to dynamic fragmentation : the question of energy convergence. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 69(3) :484–503, 2007.

[32] Nathan Mortimore NEWMARK. A method of computation for structural dynamics. In *Proc. ASCE*, volume 85, pages 67–94, 1959.

[33] LSMS. Akantu, 2012.

[34] GT CAMACHO and M ORTIZ. Computational modelling of impact damage in brittle materials. *International Journal of Solids and Structures*, 33(20) :2899–2938, 1996.