16e édition des Journées scientifiques
du Regroupement francophone pour la recherche et la formation sur le béton
$(RF)^2B$

EPFL, Lausanne, Suisse
9-10 juillet 2015

VERS UNE NOUVELLE STRATÉGIE POUR LA SIMULATION D'UN IMPACT SUR UNE GRANDE STRUCTURE EN BÉTON ARMÉ

F. Gatuingt[A], C. Rouzaud[ABC], O. Dorival[D], G. Hervé[B]
A LMT (ENS Cachan, CNRS, Université Paris Saclay), France
B Université Paris-Est, RENON (IRC-ESTP, IFSTTAR), France
C AREVA, France
D Université de Toulouse, Institut Clément Ader (ICA), INSA, UPS, Mines Albi, France

RÉSUMÉ : Dans le processus de conception d'une installation industrielle sensible, la sureté de la structure présente un aspect primordial. Le dimensionnement du génie-civil ainsi que la qualification des matériels aux sollicitations dynamiques doivent tenir compte des accélérations qu'ils subissent. Ces accélérations doivent intégrer les mouvements sismiques, mais également les mouvements d'ébranlement consécutifs à l'impact d'avion de fréquences de coupure plus élevées.
Les méthodologies actuelles permettant d'évaluer cet ébranlement reposent sur des analyses, rarement non linéaires, par éléments finis en transitoires par intégration directe ou par projection sur base modale. Dans ces deux cas, pour parvenir à représenter de manière pertinente un contenu de moyenne fréquence, il convient de mettre en place un raffinement de maillage difficilement compatible avec la taille des modèles de ces structures de génie civil. Afin d'enrichir les méthodologies industrielles employées et de permettre une meilleure représentation du comportement de la structure à moyennes fréquences, une démarche couplant une analyse temporelle et non linéaire de la zone de choc avec une approche fréquentielle de traitement de l'ébranlement par l'utilisation de la TVRC (Théorie Variationnelle des Rayons Complexes) est proposée. L'objectif est ainsi d'utiliser l'efficacité numérique de la stratégie employée, notamment en moyennes fréquences, pour qualifier de grandes structures en béton armé soumises à un impact d'avion.

1. INTRODUCTION

La détermination des vibrations induites par un impact sur une structure en béton armé nécessite des calculs dynamiques. Si l'on utilise pour cela une approche par éléments finis associée à un schéma d'intégration temporelle explicite (pour traiter correctement l'impact), les temps de calculs associés deviennent vite importants. Si à cela on ajoute la nécessité d'envisager plusieurs scénarios et le faite que plus les fréquences sont élevées plus le maillage utilisé doit être fin, on arrive à des temps de calculs prohibitifs. Si on considère que la structure a été correctement dimensionnée pour résister localement à l'impact, les aspects non-linéaires restent confinés près de cette zone d'impact et les vibrations induites se propagent dans une structure majoritairement élastique. Ces vibrations se transmettent à l'intégralité de la structure et peuvent produire des accélérations et/ou déplacements importants au niveau des équipements, ce qui peut conduire à un disfonctionnement grave de ces installations industrielles.
L'objet de l'étude proposée ici est donc d'offrir une alternative à l'approche classique par éléments finis, la Théorie Variationnelle des Rayons Complexes (Ladevèze et al. 2001, Dorival et al. 2008) pour calculer les vibrations induites par un impact sur une structure en béton armé.

2. DESCRIPTION DE LA STRATÉGIE ADOPTÉE

L'hypothèse principale de la stratégie développée est que la structure étudiée a été correctement dimensionnée pour résister localement dans la zone d'impact. Ainsi cette zone d'impact est le lieu de toutes les non-linéarités (le reste de la structure reste élastique) et cette partie est calculée par ailleurs (par exemple par un calcul explicite aux éléments finis). La Figure 1 illustre l'approche proposée.
Le chargement, par exemple un impact d'avion, est représenté par une évolution de la force en fonction du temps représentative du phénomène à prendre en compte. A l'aide de ce chargement, un premier calcul non-linéaire aux éléments finis est effectué afin de déterminer la taille de la zone non-linéaire et également de pouvoir en extraire un chargement atténué au bord de celle-ci. Ce nouveau chargement est alors appliqué au bord du reste de la structure, dont le comportement restera linéaire, pour les simulations à l'aide de la TVRC. Ces simulations seront réalisées dans le domaine fréquentiel et nécessite donc de modifier le chargement temporel en un chargement fréquentiel par une FFT (Fast Fourier Transform). Une fois les résultats obtenus en fréquentiel, il faut les repasser dans le domaine temporel par une FFT^{-1}. La TVRC a été spécialement développée pour être très efficace d'un point de vue numérique dans le domaine des moyennes fréquences qui nous intéressent ici. Cette méthode s'appuie sur des fonctions de forme à deux échelles qui satisfont exactement les équations de la dynamique et les relations de comportement de chaque sous-structure étudiée. La solution est alors recherchée comme une combinaison linéaires d'ondes propagatives et évanescentes.

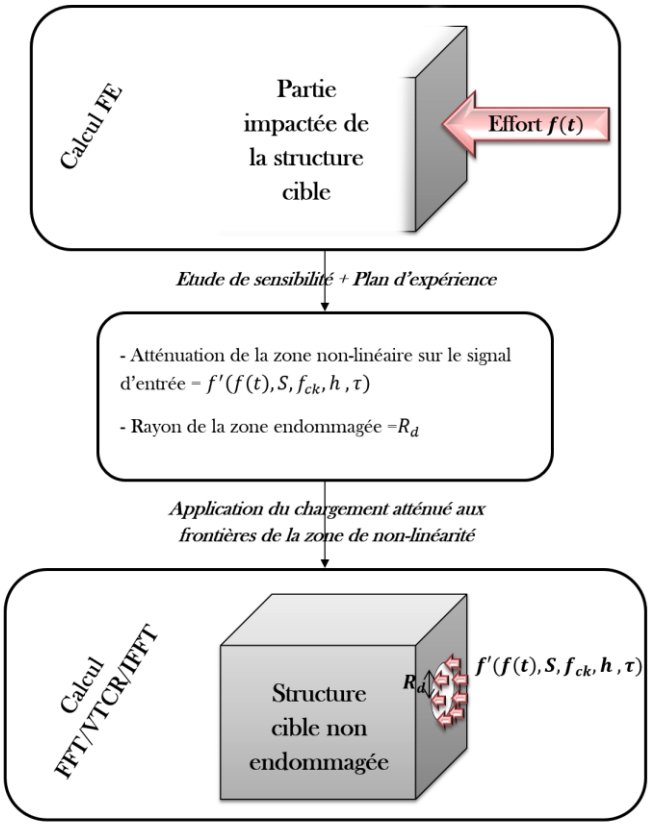


Figure 1 : Stratégie globale pour les simulations numérique

3. EXEMPLE D'APPLICATION

3.1 Description de la structure

Afin de tester la pertinence de l'approche nous allons étudier le cas proposé à la Figure 2. La structure est soumise à un impact normal appliqué sur la surface S1 du dôme (voir Figure 2). Cette force d'impact est calculée à l'aide d'une approche classique de Riera (Riera 1980) plutôt que modéliser l'impacteur dans son ensemble.

3.1 Détermination de la zone non-linéaire

Dans cette partie nous avons utilisé Ls-Dyna (Hallquist 2003) pour les simulations par éléments finis avec une intégration temporelle explicite. Étant donné la géométrie du problème traité, nous avons réalisé cette simulation en ne modélisant que le dôme avec des conditions aux limites de type encastrement. Cette hypothèse peut se justifier par le caractère extrêmement rigide du dôme vis à vis du chargement. Afin d'être cohérent avec la TVRC, et pour des raisons de rapidité de calcul, le dôme a été modélisé avec des éléments de type coque et une loi de comportement non-linéaire pour le béton de type Eurocode 2 (Mat_Concrete_EC2) implantée dans Ls-Dyna. La courbe classique de chargement de type Riera utilisée est représentée en Figure 3. Cette force est appliquée pendant 1s sur une surface de 12m^2 qui correspond à la surface du fuselage de l'avion.

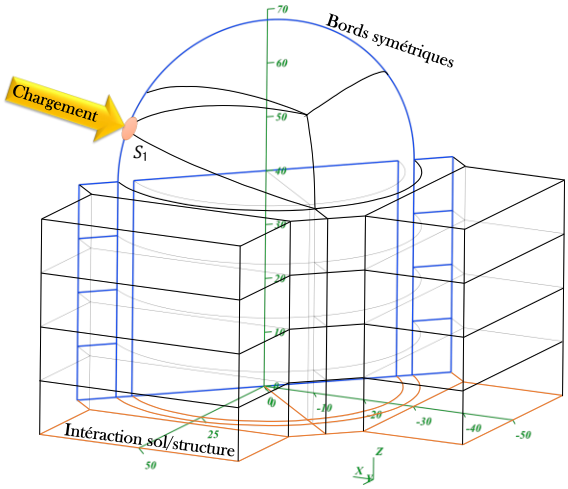


Figure 2 : Géométrie de l'exemple de structure étudiée

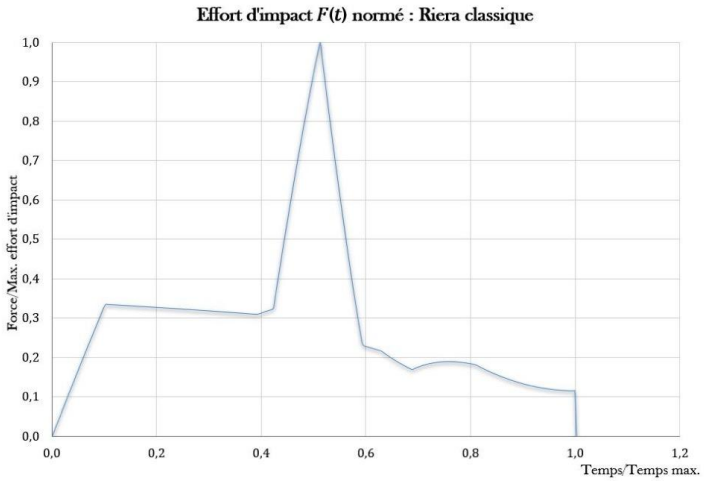


Figure 3 : Force d'impact F(t) calculée pour un Boeing 707-303 à 120 km/h.

L'épaisseur d'enrobage pour les armatures est constante et égale à 10 cm pour les faces supérieure et inférieur de la dalle béton. Le modèle Mat_Concrete_EC2 est associé à un modèle de coque multicouches ce qui permet de définir dans l'épaisseur de la dalle le béton et les armatures. Le modèle utilisé permet de représenter la fissuration du béton en traction et en compression, la plastification des armatures incluant l'écrouissage et la rupture possible de celles-ci. Les données et équations régissant le comportement (y compris les propriétés thermiques des matériaux) ont été extraites de l'Eurocode 2 (EC2 2005). Le maillage de la coupole est construit pour être en mesure de représenter un nombre d'onde correspondant à une fréquence de 100 Hz. Conformément aux règles couramment utilisées en ingénierie, 10 éléments par longueur d'onde ont été choisis ce qui donne des tailles de mailles égales à 40 cm.
Ce calcul non linéaire permet au final d'obtenir un rayon de la zone endommagée de 10 m et un déplacement au bord de cette zone représentée sur la Figure 4. L'étape suivante est alors d'appliquer ce chargement sur le reste de la structure.

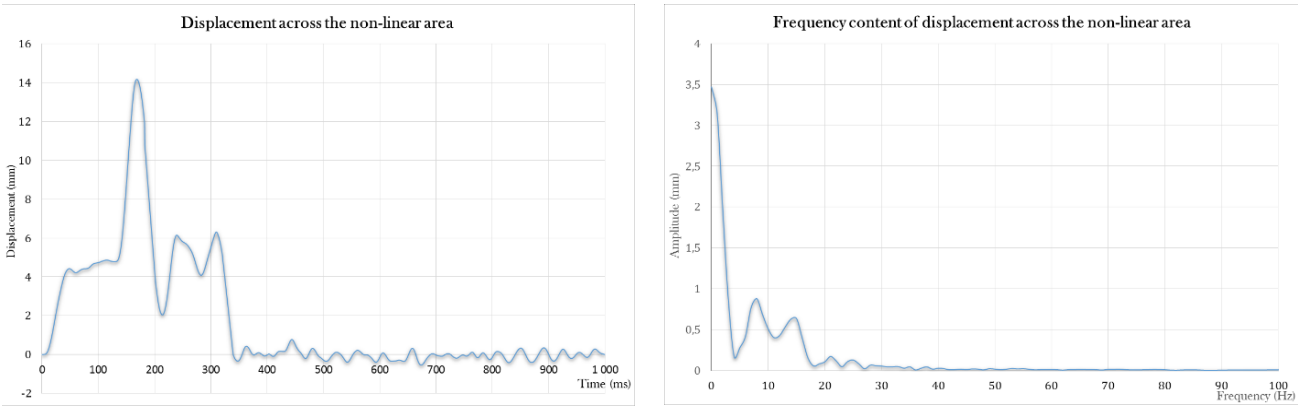


Figure 4 : Déplacement en fonction du temps au bord de la zone non-linéaire (a) et contenu fréquentiel associé (b).

4. ANALYSE FRÉQUENTIELLE

4.1 Description de la Théorie Variationnelle des Rayons Complexes (TVRC)

Ce travail, qui utilise une stratégie originale de calcul en dynamique, fournit une réponse vibratoire de la structure à l'équilibre. Le problème est résolu dans le domaine fréquentiel. Pour cela, on a besoin de résoudre un problème de vibration forcée pour une gamme de fréquences qui comprend les basses et moyennes fréquences (Ohayon et Soize 1997). La réponse de la structure aux basses et moyennes fréquences est alors calculée en utilisant la Théorie Variationnelle des Rayons Complexes (Ladevèze et al. 2001).

4.1.1 Problème de référence pour un assemblage de n sous-structures

Nous considérons le cas de coques minces homogènes de Kirchhoff-Love qui vibrent à une pulsation ω. L'épaisseur de la coque, de densité ρ_i, est h_i. Le déplacement U_i et la rotation θ_i de la surface moyenne peuvent alors s'écrire :

$$\begin{aligned} \underline{U_i}(x,y,z) &= \underline{u_i}(x,y) + w_i(x,y)\underline{e_3}_i + z\underline{\theta_i} \\ \underline{\theta_i}(x,y) &= -\underline{grad} w_i(x,y) - \underline{\underline{B_i}}\,\underline{u_i}(x,y) \end{aligned} \tag{1.1}$$

Où $\underline{u_i}$ est le déplacement de la surface moyenne, w_i est le déplacement hors plan et $\underline{\underline{B_i}}$ le tenseur de courbure. La surface moyenne de la coque est définie par deux paramètres α_i et β_i indépendants. La position d'un point sur la surface moyenne est définie par le vecteur position $\underline{r_i}(\alpha_i, \beta_i)$.

Soient n coques Ω_i, de frontière commune Γ. Les actions de l'environnement sur Ω_i sont modélisées par les déplacements imposés sur $\partial_w \Omega_i$ et $\partial_{\underline{u}} \Omega_i$, des rotations imposées sur $\partial_{w,\underline{n}} \Omega_i$, des efforts linéiques imposés sur $\partial_K \Omega_i$ et $\partial_{\underline{N}} \Omega_i$, et des moments linéiques imposés sur $\partial_{\mathcal{M}} \Omega_i$. La Figure 5 montre les actions de l'environnement entre le domaine Ω_i et Ω_j. Le problème de référence à résoudre est défini en détail dans (Rouzaud 2015).

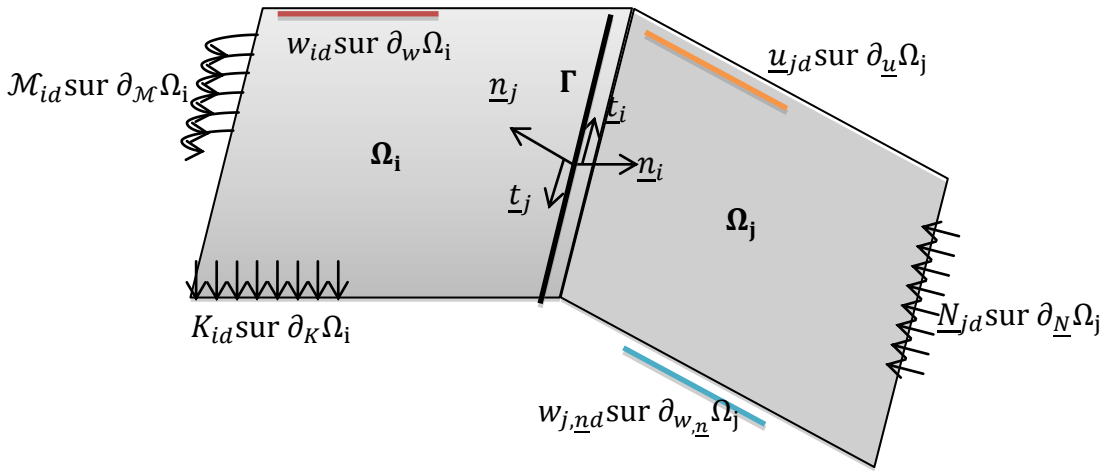


Figure 5 : Problème de référence

4.1.2 Formulation variationnelle associée à la TVRC

Le 1er ingrédient de la TVRC est une formulation faible globale des conditions aux limites en termes de déplacements et de forces. Cette formulation peut se mettre sous la forme : trouver $(\underline{u}_i, w_i, K_i, \underline{\underline{N}}_i, \underline{\underline{\mathcal{M}}}_i) \in S_{ad\,i}$ tels que

$$\mathcal{A}\left(\begin{vmatrix} s_1 \\ \dots \\ s_n \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \delta s_1 \\ \dots \\ \delta s_n \end{vmatrix}\right) = \mathcal{L}\left(\begin{vmatrix} \delta s_1 \\ \dots \\ \delta s_n \end{vmatrix}\right) \tag{1.2}$$

Avec la forme générale suivante :

$$\mathcal{A}\left(\begin{vmatrix} s_1 \\ \dots \\ s_n \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \delta s_1 \\ \dots \\ \delta s_n \end{vmatrix}\right) = \mathcal{R}e\left\{-i\omega\left[\sum_{i=1}^{n}\int_{\partial_{\underline{u}}\Omega_i} \delta\underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i.\underline{U}_i^*\, d\mathcal{S} + \sum_{i=1}^{n}\int_{\partial_{\underline{F}}\Omega_i} \underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i.\delta\underline{U}_i^*\, d\mathcal{S}\right.\right. \tag{1.3}$$

$$\left.\left. + \int_{\Gamma_{ij}} \begin{Bmatrix} \frac{n-1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\delta\underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i\right).\left(\underline{U}_i\right)^* + \frac{1}{n}\sum_{i\neq j}\left(\delta\underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i\right).\left(\underline{U}_j\right)^* \\ + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i\right).\left(\delta\underline{U}_i\right)^* - \frac{1}{n}\sum_{i\neq j}\left(\underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i\right).\left(\delta\underline{U}_j\right)^* \end{Bmatrix} d\mathcal{S}\right]\right\}$$

$$\mathcal{L}\left(\begin{vmatrix} \delta s_1 \\ \dots \\ \delta s_n \end{vmatrix}\right) = \mathcal{R}e\left\{-i\omega\left[\sum_{i=1}^{n}\int_{\partial_{\underline{u}}\Omega_i} \delta\underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i.\underline{U}_{id}^*\, d\mathcal{S} + \sum_{i=1}^{n}\int_{\partial_{\underline{F}}\Omega_i} \underline{F}_{id}.\delta\underline{U}_i^*\, d\mathcal{S}\right]\right\} \tag{1.4}$$

$\mathcal{R}e$ désigne l'opérateur partie réelle et * désigne l'opérateur conjugué. Les espaces $\mathcal{S}_{ad,i}^0$ sont les espaces d'admissibilité associés aux conditions homogènes sur la structure i : $\underline{f}_{d,i} = 0 \quad i = 1, \dots, n$. Dans notre cas, $\mathcal{S}_{ad,i}^0 \equiv \mathcal{S}_{ad,i} \quad i = 1, \dots, n$.
On retrouve ainsi que :

- Permet de vérifier en moyenne les déplacements imposés sur Ω_i

- Permet de vérifier en moyenne les efforts imposés sur Ω_i
- Permet de vérifier en moyenne les conditions de transmission sur la frontière Γ_{ij}

Elle est basée sur des approximations *a priori* indépendantes au sein des sous-structures. La relation de comportement (équation 1.3) et l'équation d'équilibre dynamique sont exactement satisfaites pour chaque sous-structure Ω_i pour former le sous-espace correspondant $S_{ad,i}$.
Il est facile de prouver que la forme variationnelle est équivalente au problème de référence, à condition que :

- le problème de référence ait une solution,
- que l'opérateur de Hooke soit défini positif,
- les coefficients d'amortissement sont tels que $\eta_i > 0$,

Les mouvements de corps rigides sont bloqués à condition que $\omega > 0$.

4.1.3 Fonction de formes à deux échelles

La TVRC utilise une approximation à deux échelles de $(\underline{U}_i^h, \underline{\underline{S}}_i^h)$, qui présente un fort contenu mécanique. La solution est supposée être correctement décrite localement comme la superposition d'un nombre infini de modes de vibration locaux qui peuvent être écrits de la manière suivante:

$$\begin{aligned} \underline{U_i}\left(\underline{X_i}, \underline{Y_i}, \underline{P_i}\right) &= \underline{U_{ni}}\left(\underline{P_i}\right) e^{\underline{P_i}.\underline{X_i}} \\ \underline{\underline{\sigma_i}}\left(\underline{X_i}, \underline{Y_i}, \underline{P_i}\right) &= \underline{\underline{C_{ni}}}\left(\underline{P_i}\right) e^{\underline{P_i}.\underline{X_i}} \end{aligned} \qquad (1.5)$$

Où $\underline{X_i}$ représente le vecteur position. $\underline{P_i}$ est le vecteur d'onde complexe associé aux rayons de vibration dans le plan de la coque. Pour que ces modes locaux ($\underline{U_i}$, $\underline{\underline{\sigma_i}}$) soient admissibles, ils doivent être dans $S_{ad,i}$ et satisfaire l'équation d'équilibre dynamique et de comportement.

4.1.4 Problème discrétisé

Le déplacement des différents points des sous-structures est généré par une base de rayons complexes admissibles. L'inconnue est alors l'amplitude généralisée $\underline{U}^h(\underline{X}, \underline{P})$ de la base (un polynôme d'ordre n en $\underline{X}$ et une quantité de grande longueur d'onde). En tenant compte de toutes les directions de propagation φ_i et θ_i dans le cercle C conduit à une intégrale sur C. Cette intégrale à la forme suivante :

$$\begin{aligned} w(\underline{x}) = &\int_{\varphi \epsilon C_{int}} W_{int}^h(\underline{x}, \varphi)\, e^{\underline{k}_{int}(\varphi).\underline{x}} d\varphi + \int_{\varphi \epsilon C_{bord}} W_{bord}^h(\underline{x}, \varphi)\, e^{\underline{k}_{bord}(\varphi).\underline{x}} d\varphi \\ &+ \int_{\varphi \epsilon C_{coin}} W_{coin}^h(\underline{x}, \varphi)\, e^{\underline{k}_{coin}(\varphi).\underline{x}} d\varphi \end{aligned}$$

Afin d'obtenir un problème de dimension finie, cette intégrale doit être discrétisée et l'on considère que l'amplitude $\underline{w}^h(\underline{X}, \underline{P}(\varphi))$ est constante dans chaque secteur angulaire (voir Figure 6). L'avantage de ce choix est que toutes les directions de propagation sont représentées dans l'espace discrétisé, mais avec une approximation de l'amplitude.

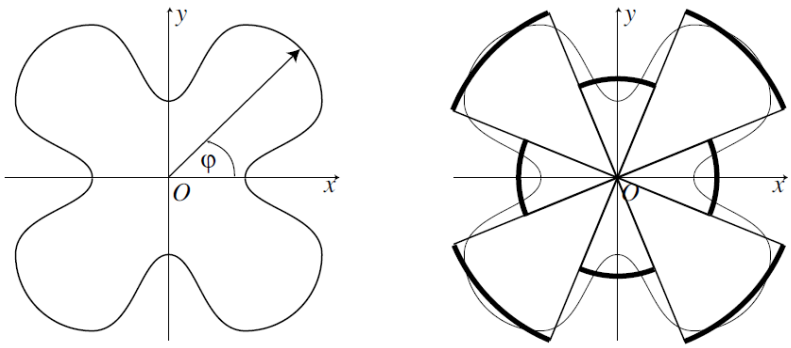


Figure 6 : Amplitudes continues (a) et discrétisée (b)

Cette discrétisation est liée à plusieurs paramètres et est donc difficile à définir analytiquement. On peut utiliser une approche itérative fondée sur un critère heuristique pour réduire les erreurs et vérifier que les conditions aux limites soient bien respectées. En général cela conduit à choisir entre 20 et 100 directions de propagation (ondes) par sous-structure.

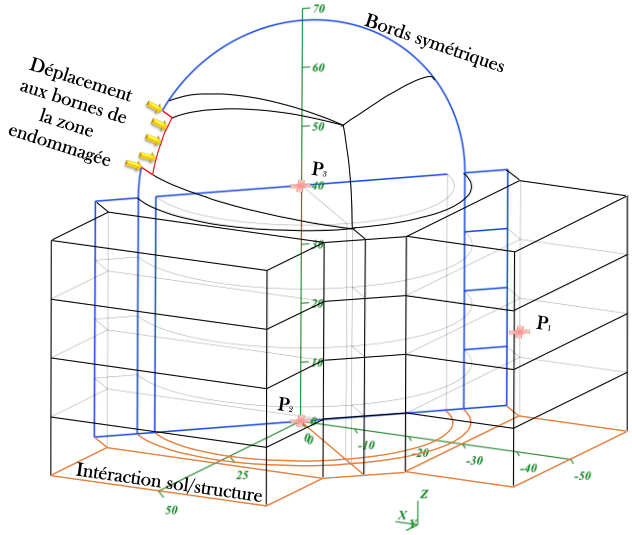


Figure 7 : Géométrie de la partie linéaire de la structure

4.2 Résultat TVRC

Pour étudier l'ébranlement de la structure suite à l'impact, nous utilisons la résolution fréquentielle de la TVRC. Pour cela utiliserons comme chargement le déplacement au bord de la zone non-linéaire définie à la Figure 4. Pour étudier la réponse de la TVRC nous avons étudié différents points sur la structure. Nous présentons uniquement ici la reconstruction du déplacement temporel du point P4 (voir Figure 7).
Trois cents rayons par sous-structure sont suffisants pour représenter correctement la réponse en fréquence. Le tableau 1 illustre les solutions obtenues pour quatre fréquences particulières.

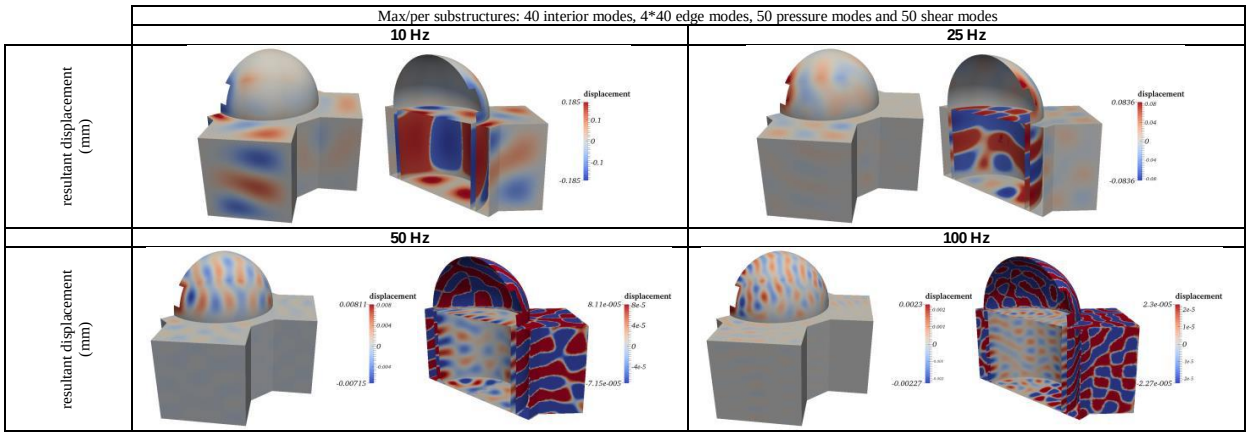


Tableau 1 : Solutions TVRC du problème étudié

Après le calcul TVRC nous pouvons récupérer l'amplitude et la phase de chaque point de la structure pour chaque fréquence et donc reconstruire la réponse temporelle par FFT^{-1}. Pour le point P4, on obtient les résultats de la Figure 8.

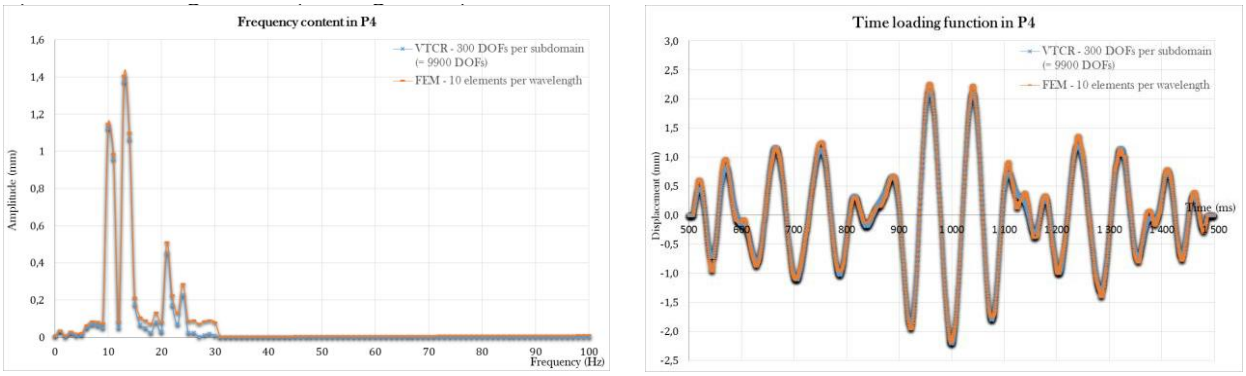


Figure 8 : Amplitude des déplacements en P4 (a) et transformée de Fourier inverse associée (b)

Cette étude conduit à un cout très faible en terme de degrés de liberté utilisés par la TVRC pour résoudre un tel problème. La Figure 9 illustre le gain en temps CPU entre la résolution par TVRC et par éléments finis pour le même problème.

4. CONCLUSION

La méthodologie présentée dans ce papier présente trois intérêts principaux pour le calcul des vibrations induites : l'utilisation d'un gros modèle EF n'est pas nécessaire, le contenu fréquentiel est bien appréhendé sans nécessité une discrétisation très fine, le cout de calcul reste très raisonnable pour les grandes structures. De plus certaines fréquences qui pourraient apparaitre primordiales peuvent être isolées facilement dans l'étude pour en étudier l'influence. Des exemples des structures réelles de Génie Civil ont pu être traités dans leur intégralité par la méthode proposée avec un important gain en temps de calcul par rapport aux méthodes utilisées jusqu'à présent.

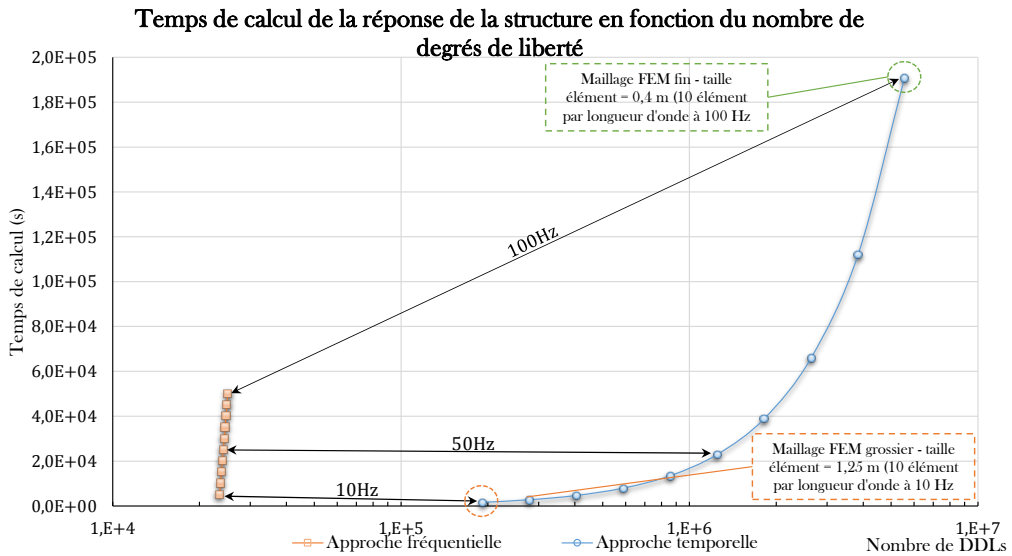


Figure 9 : Comparaison en temps CPU entre la TVRC et CAST3M

4. RÉFÉRENCES

Dorival O., Rouch P. and Allix O. (2008). A substructured Trefftz method for updating joint models in the medium-frequency range, *Computational Mechanics*, 42(3): 381-394.

EC2 (2005), Eurocode 2 - Calcul des structures en béton - Partie 1-1 et Partie 1-2, NF EN 1992-1-1.

Hallquist, (2003), J.O. Hallquist, "LS-DYNA Keyword User's Manual", Version 970, Livermore Software and Technology Corporation, Livermore CA.

Ladeveze P., Arnaud L., Rouch P. and Blanze C. (2001), The variational theory of complex rays for the calculation of medium-frequency vibrations, *Engineering Computations*,18: 193-214.

Ohayon R. et Soize C. (1997), *Structural Acoustics and Vibration: Mechanical Models, Variational Formulations and Discretization*, Academic Press.

Riera J. (1980), A critical reappraisal of nuclear power plant safety against accidental aircraft impact, *Nuclear Engineering and Design*, 57.

Rouzaud C. (2015), Ébranlement de structures en béton armé soumises à un phénomène transitoire, Thèse de Doctorat de l'ENS de Cachan.