



**HAL**  
open science

# Prise en compte des effets capillaires locaux dans la simulation des procédés d'infusion pour les composites structuraux

Koloina Andriamananjara, Nicolas Moulin, Julien Bruchon, Sylvain Drapier

► **To cite this version:**

Koloina Andriamananjara, Nicolas Moulin, Julien Bruchon, Sylvain Drapier. Prise en compte des effets capillaires locaux dans la simulation des procédés d'infusion pour les composites structuraux. Journées Nationales sur les Composites 2017, École des Ponts ParisTech (ENPC), Jun 2017, 77455 Champs-sur-Marne, France. hal-01623670

**HAL Id: hal-01623670**

**<https://hal.science/hal-01623670v1>**

Submitted on 25 Oct 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## **Prise en compte des effets capillaires locaux dans la simulation des procédés d'infusion pour les composites structuraux**

### *Integration of local capillary effects in fibrous preforms for modelling infusion-based processing of composite structures, at a macroscopic scale.*

**K. Andriamananjara<sup>1</sup>, N. Moulin<sup>1</sup>, J. Bruchon<sup>1</sup>, S. Drapier<sup>1</sup>**

1 : Centre SMS & LGF UMR CNRS 5307, Université de Lyon  
Chaire Hexcel - Mines Saint-Étienne  
158, Cours Fauriel- 42023 Saint-Etienne Cedex 3  
e-mail : andriamananjara@emse.fr, nmoulin@emse.fr, bruchon@emse.fr, drapier@emse.fr

### **Résumé**

Cette étude vise à établir une stratégie numérique permettant de modéliser les phénomènes capillaires dans la simulation macroscopique du procédé d'infusion de résine liquide des matériaux composites. Considérée à l'échelle macroscopique comme une pression appliquée sur le front de fluide, la capillarité peut influencer le temps et le taux de remplissage des pièces structurales. Il est donc essentiel de la prendre en compte dans la modélisation de la phase de remplissage. Cette modélisation s'appuie sur les équations de Darcy, résolues par une méthode éléments finis stabilisée par une technique multi-échelle VMS (Variational Multi-Scale) permettant d'avoir un modèle numérique cohérent [4, 1]. La pression capillaire générant une discontinuité du champ de pression dans le domaine est traitée avec deux degrés de liberté supplémentaires condensés [2] - avec des fonctions de forme discontinues - à l'interface du front de fluide. La méthode des solutions manufacturées permet une première validation mathématique du modèle. Ce dernier est ensuite confronté à un cas expérimental de montée capillaire de l'eau dans un renfort en carbone [5] afin de vérifier sa pertinence. Une très bonne corrélation entre les résultats numériques et expérimentaux est observée.

### **Abstract**

Capillary forces are rarely taken into account in the simulation of flow through porous media at a macroscopic level, while they can have significant impacts on the flow. For instance, they can affect the filling rate and the filling ratio during liquid resin infusion process of composite materials. Capillary forces can be modeled by a capillary pressure considered mathematically, as a pressure discontinuity applied on the fluid front or interface for bi-fluid flows. At a macroscopic scale, flows in porous media are generally governed by Darcy's equations which are solved in this paper, by the finite element method using a mixed linear approximation for both velocity and pressure (P1/P1). In order to ensure the numerical scheme consistency [4, 1], this formulation is stabilized through a Variational Multi-Scale Method called Algebraic SugGrid Scale. An enrichment of the pressure space [2] is also needed to accommodate the jump in the pressure field. Two degrees of freedom with discontinuous shape functions are added at this interface and then eliminated by static condensation prior to the assembly of the system. A Method of Manufactured Solutions (MMS) is carried out to validate the implementation and calculate the mesh convergence. Afterwards, the numerical model has been compared with an analytical model and experimental data from [5] in the case of a capillary wicking of the water impregnating a fibrous carbon reinforcement. Simulation results are found to be in very good agreement with both analytical and experimental studies.

**Mots Clés :** Pression capillaire, discontinuités, procédé par infusion (LRI), Darcy.

**Keywords :** Capillary pressure, pressure discontinuity, Liquid Resin Infusion process, Darcy.

## 1. Introduction

La capillarité résulte de l'équilibre des tensions de surface de trois phases en présence (gaz-liquide-solide). Dans un milieu poreux, elle traduit la capacité d'un fluide à se déplacer sans l'assistance d'autres forces extérieures. Ainsi, les phénomènes capillaires doivent être pris en compte car en compétition avec les phénomènes visqueux, ils peuvent influencer la vitesse de l'écoulement dans un milieu poreux, par exemple une préforme fibreuse. Ils conditionnent aussi l'apparition et le transport des porosités à l'échelle microscopique. Ces mécanismes font l'objet du travail de L. Chevalier présenté dans cette même conférence et publié dans [6].

Dans le cadre de la Chaire industrielle entre Hexcel et Mines Saint-Etienne, le but de ce travail est justement d'étudier les effets de ces phénomènes dans la fabrication des pièces en composite par les procédés d'infusion de résine liquide (LRI : Liquid Resin Infusion), à l'échelle macroscopique de la préforme. Ces procédés de fabrication consistent à imprégner un empilement de préformes fibreuses à travers son épaisseur, sous l'effet d'une dépression imposée en tirant le vide dans le système, comme schématisé sur la Fig. 1 [8]. Ce type de procédés est développé pour les pièces structurales minces, en particulier dans l'aéronautique, et constitue une réelle alternative aux pré-imprégnés utilisés jusqu'ici et nécessitant des infrastructures de stockage onéreuse. Le principe de l'infusion, s'il paraît simple au premier abord, repose sur des mécanismes assez complexes à modéliser. En effet, en mettant sous vide l'empilement de préformes, un lit de résine est créé dans un drainant afin d'alimenter l'écoulement à travers l'épaisseur des préformes - l'infusion -, tout en assurant leur compaction sous l'effet de la pression atmosphérique (Figure 1). La modélisation de tels procédés est par nature multi-physique et multi-échelle [11, 7, 8].

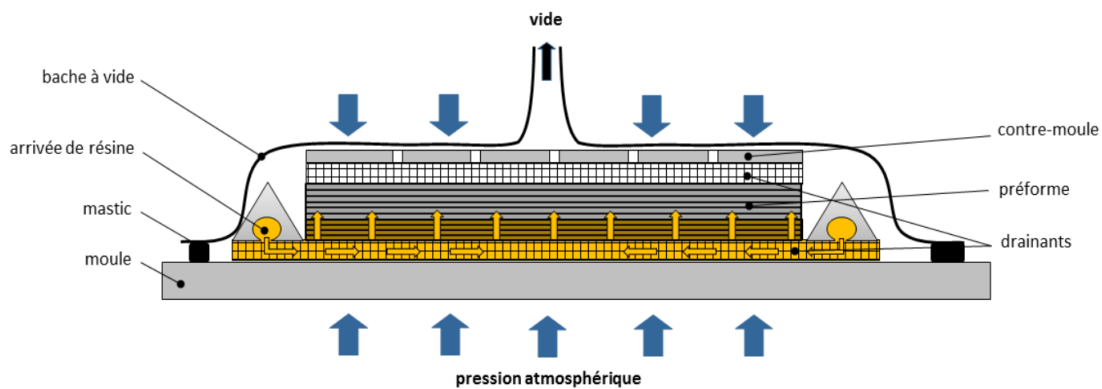


Fig. 1.: Procédé d'infusion de résine liquide [8]

## 2. Stratégie numérique de modélisation

Dans ce travail, nous nous concentrons sur l'écoulement intervenant dans les préformes.

Classiquement, l'infusion de la résine dans les préformes fibreuses, considérées comme des milieux poreux orthotropes, est décrit par des modèles de Darcy (Eq. 1, Eq. 2). L'équation de Darcy exprime l'équilibre entre la force motrice induite par un gradient de la pression  $p_D$  et la vitesse  $\mathbf{v}_D$  du fluide affectée du rapport entre la viscosité du fluide  $\mu$  et la perméabilité du milieu poreux traversé  $\mathbf{K}$ .

Un autre paramètre caractéristique des écoulements en milieu poreux à prendre en compte est la porosité  $\phi$ , reliée à la fraction volumique des fibres  $t_{vf}$  ( $\phi = 1 - t_{vf}$ ). Dans ce travail, la porosité sera intégrée au calcul de la vitesse réelle de l'écoulement en considérant, par conservation de la masse, que la vitesse réelle  $\mathbf{v}_r$  est égale à la vitesse du modèle de Darcy divisée par la porosité telle que :

$$\mathbf{v}_r = \frac{\mathbf{v}_D}{\phi}$$

$$\frac{\mu}{\mathbf{K}}(\mathbf{v}_D) + \nabla p_D = f \quad (\text{Eq. 1})$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{v}_D) = h \quad (\text{Eq. 2})$$

avec  $f$  : forces extérieures,  $h$  : termes sources/puits.

Le front de fluide est représenté, quant à lui, par une fonction *Level-set* [9] qui va être transportée par la vitesse du fluide.

Nous cherchons ici à travailler avec un milieu homogène équivalent, à une échelle macroscopique, mais qui permet de prendre en compte les phénomènes intervenant à l'échelle des fibres, notamment la capillarité. Le modèle numérique développé ci-après est implémenté et testé dans le code par éléments finis Z-set [10].

### 2.1. Modèle éléments-finis de Darcy - stabilisé

Ce travail se focalise sur un modèle numérique de l'écoulement dans la préforme. Cet écoulement est basé sur les équations de Darcy qui sont résolues par une méthode éléments finis, stabilisée avec une technique sous-grille de type Variational MultiScale (VMS) [4].

Dans ce travail, la méthode des éléments finis peut être décrite comme l'approximation de la solution par des fonctions polynomiales continues et linéaires : on utilise un élément mixte (en vitesse, pression) P1/P1, c'est-à-dire linéaire en vitesse et pression. L'élément fini P1/P1 n'est pas stable pour le système de Darcy au sens où il ne satisfait pas les conditions de Brezzi - Babuska. Le système discret est alors ici stabilisé en utilisant une méthode de type VMS. Les champs vitesse et pression sont décomposés en la somme d'une composante dite *calculable*, la solution éléments finis, et une composante dite *sous-grille* :  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_h + \mathbf{v}'$  et  $p = p_h + p'$ . La méthode ASGS [4] utilisée permet d'approcher les effets des termes sous-grille ( $\mathbf{v}'$ ,  $p'$ ) sur la solution éléments finis ( $\mathbf{v}_h$ ,  $p_h$ ) et fournit ainsi les termes nécessaires à la stabilisation du système.

### 2.2. Imposition de la pression capillaire à l'interface du milieu homogène équivalent

La pression capillaire sera imposée comme étant une force extérieure de type condition de Neumann et sera appliquée à l'interface formée par deux fluides non miscibles (ici, l'air et le liquide) qui est représentée par une *Level-set* [9].

La difficulté numérique dans l'imposition d'une pression capillaire est que celle-ci se traduit par **une discontinuité de la pression au front de fluide**. Or, dans la résolution éléments finis standard, la pression est approchée par un champ discret continu. Cette approximation ne peut pas capter correctement le saut de pression, ce qui conduit à différents problèmes numériques comme des vitesses parasites et donc des oscillations de l'interface [8]. Afin de rester dans un cadre Galerkin continu, nous proposons d'enrichir uniquement l'approximation du champ de pression dans les éléments traversés par l'interface, par deux degrés de liberté supplémentaires condensés. Cette technique a été proposée par R. Ausas dans [2] pour le système de Navier-Stokes.

Les deux fonctions de forme associées aux deux degrés de liberté supplémentaires sont linéaires de part et d'autre de l'interface et discontinues à l'interface (Figure 2), ce qui permet de capter la discontinuité de pression sur le front de fluide. L'approximation de la pression s'écrit alors :

$$p_h = \sum_{i \in \tau} N_i(\mathbf{x}) p_i + \sum_{j=1}^2 M_j(\mathbf{x}) c_j$$

où,  $M_1$  et  $M_2$  sont les nouvelles fonctions de formes décrites précédemment,  $c_1$  et  $c_2$  les degrés de liberté associés à ces fonctions.  $N_i$  et  $p_i$  étant respectivement les fonctions de forme et les valeurs nodales de la pression associées aux degrés de liberté classiques.

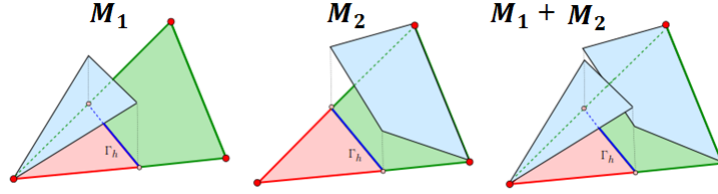


Fig. 2.: Rajout de 2 degrés de liberté en pression à l'interface  $\Gamma_h$  des éléments coupés par le front fluide [2]

### 3. Validation du modèle numérique

#### 3.1. Méthode de la Solution Manufacturée

Soit  $\Omega = [1 \times 1]$  le domaine de calcul composé de deux domaines fluides newtoniens.

$\Omega_1 : y < \frac{1}{2}$  (le fluide le plus visqueux, le liquide de viscosité  $\mu_1$ )

$\Omega_2 : y > \frac{1}{2}$  (le fluide environnant, ici l'air de viscosité  $\mu_2$ ).

Le front de fluide séparant les deux domaines est représenté par  $\Gamma_{int} : y = \frac{1}{2}$ .

La méthode des solutions manufacturées consiste tout d'abord à fabriquer une solution analytique, ici, *non-linéaire sinusoïdale discontinue* (Eq. 3) à l'interface du front de fluide, dont la discontinuité représente la pression capillaire. Ensuite, cette solution est injectée dans la formulation forte de Darcy (Eq. 1, Eq. 2) afin d'en extraire les forces extérieures  $f$  et les termes sources  $h$  (Eq. 6, Eq. 7) qui seront imposés à notre modèle éléments-finis. Le but est de comparer la solution numérique avec la solution analytique fabriquée et d'en déduire l'ordre de convergence du modèle numérique.

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{K}{\mu} \sin(2\pi x) \sin(2\pi y) + p_{cap} & \forall (x, y) \in \Omega_1 \\ \frac{K}{\mu} \sin(2\pi x) \sin(2\pi y) & \forall (x, y) \in \Omega_2 \\ p_{cap} & \forall (x, y) \in \Gamma_{int} \end{cases} \quad (\text{Eq. 3})$$

avec  $\frac{K}{\mu} = 1$ ,  $p_{cap} = 1$ ; on a :

$$v_x = -2\pi \cos(2\pi x) \sin(2\pi y) \quad (\text{Eq. 4})$$

$$v_y = -2\pi \sin(2\pi x) \cos(2\pi y) \quad (\text{Eq. 5})$$

$$f = 0 \quad (\text{Eq. 6})$$

$$\nabla \cdot v = h = 8\pi^2 \sin(2\pi x) \sin(2\pi y) \quad (\text{Eq. 7})$$

La solution analytique doit vérifier la **condition de compatibilité** :

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot v d\Omega = \int_{\partial\Omega} v \cdot n d\Omega \quad (\text{Eq. 8})$$

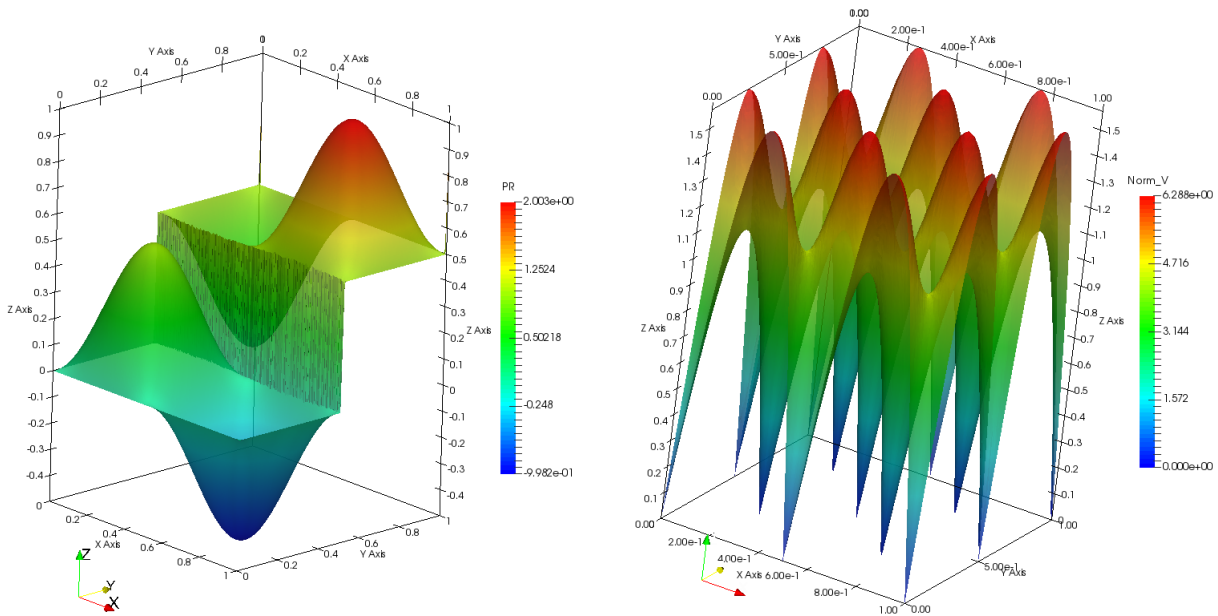


Fig. 3.: Champ de pression (*gauche*) et de vitesse (*droite*) - résultats numériques.

La figure précédente (Fig. 3) donne une illustration 3D des solutions numériques en pression et en vitesse. Nous retrouvons bien la forme sinusoïdale et surtout, la discontinuité de la solution en pression qui représente la pression capillaire, en  $y = \frac{1}{2}$ . Une comparaison entre la solution numérique et la solution analytique de départ nous donne des ordres de convergence en vitesse et en pression (Fig : 4) conformes à la littérature [2].

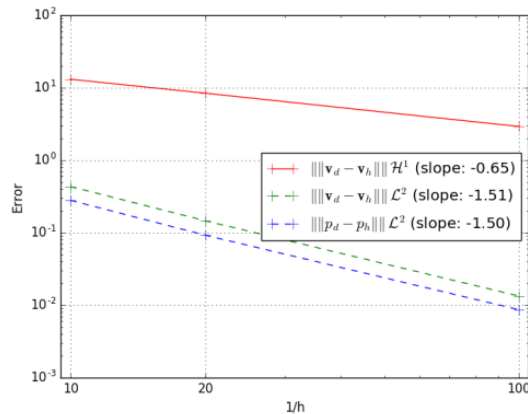


Fig. 4.: Ordre de convergence en vitesse et en pression

### 3.2. Validation du modèle numérique dans le cas d'une montée capillaire

Notre modèle numérique décrit précédemment est confronté à des données expérimentales de montée capillaire de l'eau dans un renfort en carbone, réalisée par M. F. Pucci [5]. En réalisant une caractérisation unidimensionnelle des préformes (en mesurant la masse d'eau imprégnant le renfort dans une direction donnée, en fonction du temps) et à l'aide de l'équivalence entre la loi de Darcy et Washburn, les valeurs de la pression capillaire selon les différentes directions ( $x, y, z$ ) ont pu être calculées.

A l'inverse, en connaissant la pression capillaire, nous cherchons à calculer numériquement la masse d'eau infiltrant le renfort en fonction du temps afin de la comparer à la masse expérimentale trouvée dans [5].

## 3.2.1. Description du problème

Nous considérons trois simulations 2D d'écoulements unidirectionnels dans un milieu homogène isotrope. Ces simulations correspondent à l'étude de l'écoulement de l'eau dans un renfort en carbone, suivant les directions successives  $x$ ,  $y$  et  $z$  décrite dans [5]. On impose une pression de  $1bar$  sur les deux parois inférieure et supérieure afin de modéliser la pression de l'eau sur la surface inférieure et la pression de l'air sur la surface supérieure. La seule force motrice considérée dans cet exemple est la *force capillaire* résultant de la pression capillaire imposée à l'interface. Les paramètres matériau et les propriétés des fluides sont décrits dans le Tableau 1.

Les solutions analytiques mises en évidence dans ces travaux, s'écrivent :

$$h_i^2(t) = \frac{2K_i p_{cap}^i}{\mu\phi} t \quad i \in \{x, y, z\} \quad (\text{Eq. 9})$$

$$m_i^2(t) = h_i^2(t)\phi\rho^2(\pi r^2)^2 \quad (\text{Eq. 10})$$

où  $h_i$  et  $m_i$  sont respectivement la hauteur et la masse de fluide infiltré dans la préforme selon la direction  $i$ ,  $p_{cap}^i$  et  $K_i$  la pression capillaire et perméabilité dans la direction  $i$ ,  $t$  le temps,  $\rho$  la masse volumique du fluide et  $r$  le rayon du domaine.

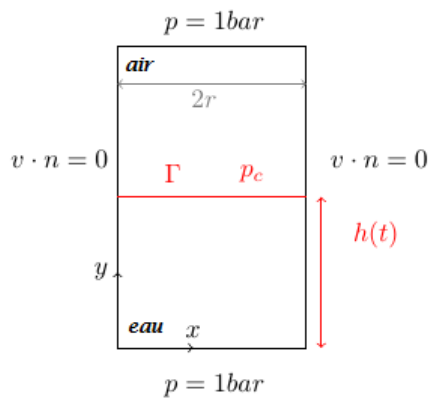


Fig. 5.: Conditions limites - Montée capillaire

Perméabilité	( $m^2$ )
$K_x$	$3 \cdot 10^{-11}$
$K_y$	$1 \cdot 10^{-11}$
$K_z$	$3 \cdot 10^{-13}$
Pression capillaire	( $kPa$ )
$P_{cap}^x$	$1,15 \pm 0,30$
$P_{cap}^y$	$0,51 \pm 0,14$
$P_{cap}^z$	$32,10 \pm 11,60$
Autres paramètres	
$\mu_{eau} = \mu_{eff}$	$0,001 Pa \cdot s$
$\rho_{eau}$	$1000 kg/m^3$
$\phi$	$0,60$
$r$	$6mm$

Tab. 1.: Paramètres

## 3.2.2. Résultats

Dans cette partie, le modèle numérique élaboré précédemment est confronté au modèle analytique développé par M. Pucci [5]. Nous comparons la hauteur ainsi que la masse de la colonne de fluide imprégnant la préforme en fonction du temps. Par ailleurs, la masse obtenue avec le modèle numérique est comparée avec la masse expérimentale extraite du même article [5].

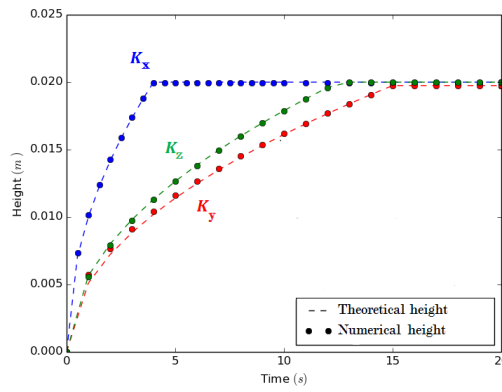


Fig. 6.: Comparaison de la hauteur analytique et numérique selon les différentes directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

Connaissant la hauteur numérique, on en déduit le carré de la masse du liquide en fonction du temps, d’après (Eq. 10) :

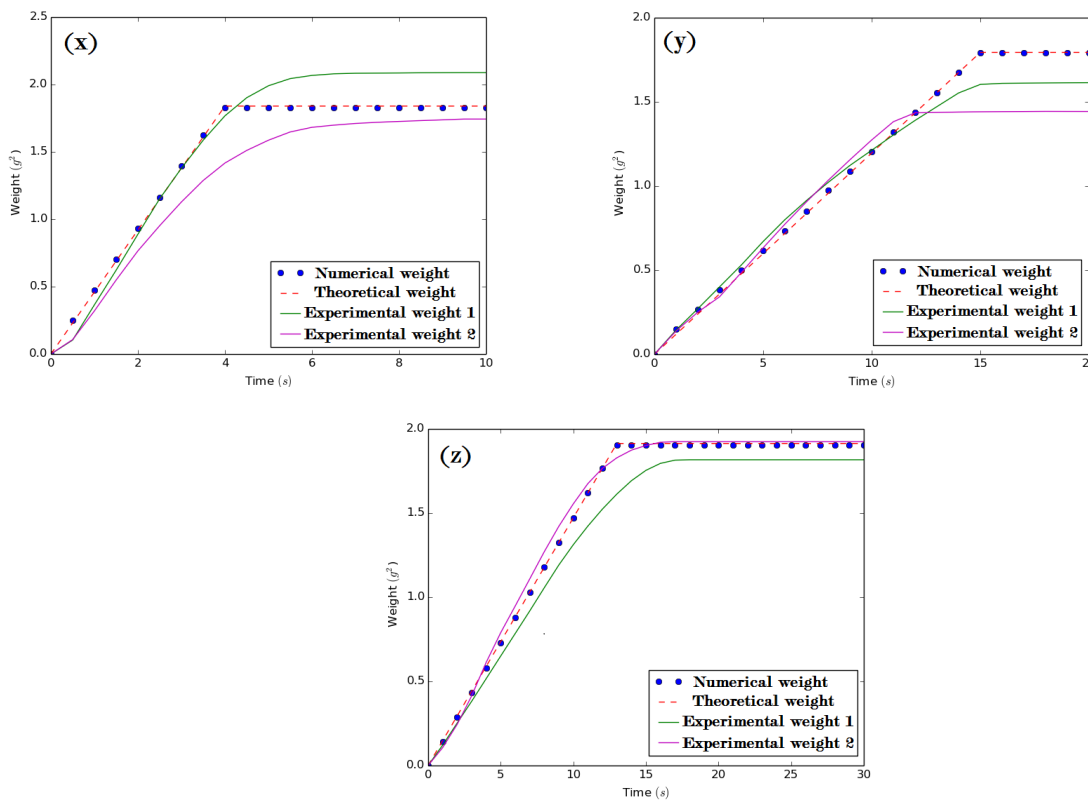


Fig. 7.: Le carré de la masse ( $g^2$ ) en fonction du temps ( $s$ ), selon les différentes axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

Les figures (Fig. 6, Fig. 7) montrent une parfaite corrélation entre les résultats numériques et analytiques du calcul de la masse et de la hauteur. La comparaison avec les données expérimentales issues des travaux de M. Pucci - avec lesquelles elle a élaboré le modèle analytique ( Eq. 9, Eq. 10) repris dans ce travail, renforce la validité de notre modèle numérique. La dispersion des résultats expérimentaux s’explique par la sensibilité de la mesure à l’état de surface, aux conditions ambiantes, etc. Aussi, le modèle numérique ne prend pas en compte ni la gravité, ni la déformation mécanique du renfort qui modifient probablement la cinétique de l’écoulement. Le modèle numérique nécessite bien évidemment d’être enrichi pour mieux représenter la totalité des phénomènes physiques intervenant lors des écoulements en milieux poreux.

L’objectif à long terme est de pouvoir simuler des écoulements en trois dimensions dans un milieu de perméabilité orthotrope et prenant aussi en compte le caractère orthotrope des phénomènes capillaires.



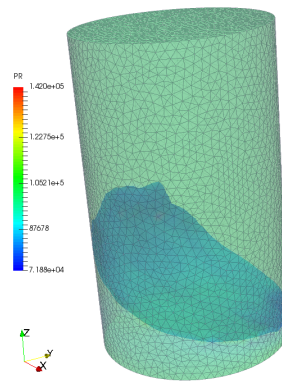


Fig. 8.: Illustration d'une montée capillaire orthotrope (*Contrainte capillaire & perméabilité orthotropes*)

#### 4. Conclusion et perspectives

Nous nous sommes intéressés à la modélisation des effets capillaires dans un écoulement dans un milieu poreux de type renfort fibreux. Une pression capillaire, générant une discontinuité du champ de pression à l'interface liquide/air, a été considérée. L'outil numérique développé est un modèle éléments-finis basé sur les équations de Darcy dont le champ de pression est enrichi par deux degrés de liberté condensés au niveau des éléments coupés par l'interface, pour mieux capter la discontinuité précédemment citée. La méthode éléments-finis nécessite également d'être stabilisée, ici, par une méthode sous-grille de type Variational MultiScale appelée ASGS (Algebraic SubGrid Scale). Une validation mathématique du modèle avec la méthode des solutions manufacturées a permis de retrouver de bons ordres de convergence du modèle numérique. Notre modèle a été ensuite confronté à un modèle analytique de montée capillaire basé sur les équations de Darcy et Washburn, ainsi qu'à des données expérimentales détaillées dans [5]. Nous avons constaté une très bonne corrélation avec le modèle analytique mais aussi avec les résultats expérimentaux.

D'autre part, nous constatons bien que l'effet capillaire constitue à lui-seul, une force motrice qui permet à l'eau d'imprégner le renfort en carbone. La prochaine étape consiste alors à étudier des cas d'infusion de pièces de plus grandes dimensions avec des géométries plus complexes, afin de mesurer si la pression capillaire influence le temps de remplissage à l'échelle d'une pièce industrielle, dans le cas du procédé d'infusion de résine liquide.

En perspectives, une étude des effets capillaires à l'échelle mésoscopique (Fig. 9) est envisagée afin de modéliser l'écoulement entre les torons (paquets de fibres) dans le but d'analyser la formation des micro/macro-porosités engendrée par la compétition entre les phénomènes capillaires et visqueux.

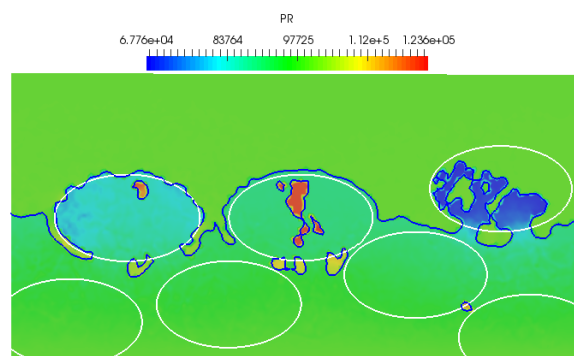


Fig. 9.: Illustration de l'écoulement mésoscopique - à l'échelle des torons

## Références

- [1] L. Abou Orm, R. Troian, S. Drapier, J. Bruchon and N. Moulin. *Stokes/Darcy coupling in severe regimes using multiscale stabilization for mixed nite elements : monolithic approach versus decoupled approach*, European Journal of Computational Mechanics, 23 (3-4) : 113-137, 2014.
- [2] R. Ausas, G. Buscaglia and S. Idelsohn. *A new enrichment space for the treatment of discontinuous pressures in multi-fluid flows*, International Journal For Numerical Methods in Fluids, John Wiley & Sons, 70 : 829-850, 2011.
- [3] M. Blais, N. Moulin, P.-J. Liotier, and S. Drapier *Resin infusion-based processes simulation : coupled Stokes-Darcy flows in orthotropic preforms undergoing finite strain*, International Journal of Material Forming, 10 (1) : 43-54, 2015.
- [4] S. Badia, R. Codina *Unified stabilized finite element formulations for the Stokes and the Darcy problems*, SIAM Journal on Numerical Analysis, 47(3) : 1971-2000, 2009.
- [5] M. F. Pucci, P.-J. Liotier, and S. Drapier *Capillary wicking in a fibrous reinforcement - Orthotropic issues to determine the capillary pressure components*, Composites/A, 77 : 133-141, 2015.
- [6] L. Chevalier, P.-J. Liotier, J. Bruchon and S. Drapier. *Approche numérique d'un écoulement local et effets capillaires dans une préforme pour la modélisation des procédés d'infusion*, Actes du 13<sup>ème</sup> Colloque National en Calcul des Structures, O. Allix, P. Le Tallec, et L. Rota , actes électroniques N°124272, 2017.
- [7] A. Dereims, S. Drapier, J.-M. Bergheau, and P. de Luca *3D robust iterative coupling of Stokes, Darcy and solid mechanics for low permeability media undergoing finite strains*, Finite Elements in Analysis and Design, 94 : 1-12, 2015.
- [8] M. Blais. *Modélisation et suivi du procédé par infusion de résine sur une nouvelle génération de renforts structuraux pour l'aéronautique*, Thèse Mines de Saint-Etienne, 2016.
- [9] M. Touré, *Stabilized finite element methods for solving the level set equation without reinitialization*, Journal Computers & Mathematics with Applications, 71 (8) : 1602-1623, 2016.
- [10] J. Besson, R. Foerch *Large scale object-oriented finite element code design*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 142(1-2) : 165–187, 1997
- [11] P. Celle, S. Drapier, and J.-M. Bergheau. *Numerical modelling of liquid infusion into fibrous media undergoing compaction*, European Journal of Mechanics - A/Solids, 27(4) : 647–661, 2008.